

**UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE - UNESC**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**  
**MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

**LUCAS DA SILVA FERNANDES**

**OS NEXOS CONCEITUAIS DAS SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS NO MODO DE  
ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV**

**CRICIÚMA**

**2024**

**LUCAS DA SILVA FERNANDES**

**OS NEXOS CONCEITUAIS DAS SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS NO MODO DE  
ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Extremo Sul Catarinense - Unesc, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Vidalcir Ortigara

**CRICIÚMA**

**2024**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

F363n Fernandes, Lucas da Silva.

Os nexos conceituais das sequências numéricas no modo de organização do ensino do sistema Elkonin-Davídov / Lucas da Silva Fernandes. - 2024.

138 p. : il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Programa de Pós-Graduação em Educação, Criciúma, 2024.

Orientação: Vidalcir Ortigara.

1. Sequências (Matemática). 2. Conceito matemático. 3. Sistema Elkonin-Davídov. 4. Teoria histórico-cultural. I. Título.

CDD. 22. ed. 515.24

Bibliotecária Eliziane de Lucca Alosilla - CRB 14/1101  
Biblioteca Central Prof. Eurico Back - UNESC

**LUCAS DA SILVA FERNANDES**

**OS NEXOS CONCEITUAIS DAS SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS NO MODO DE  
ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV**

Esta dissertação foi julgada e aprovada para obtenção do Grau de Mestre em Educação no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Extremo Sul Catarinense.

Criciúma, 26 de Julho de 2024.

**BANCA EXAMINADORA**

Prof. Vidalcir Ortigara - Doutor - Orientador - (UNESC)

Prof.<sup>a</sup> Josélia Euzébio da Rosa - Doutora - (UNISUL)

Prof. William Casagrande Candiottto - Doutor - (UNIBAVE)

Para Janaina, Ronaldo, Luan e Ademir  
Damazio.

## **AGRADECIMENTOS**

Viver este momento de formação e de conclusão de mestrado é um grande orgulho para mim e minha família. Sou estudante de escola pública, acadêmico e mestrando bolsista, tenho muito para agradecer e a quem.

Ao professor Doutor Ademir Damazio, meu orientador na Iniciação Científica, por ter acreditado no meu potencial e me ajudar todas as vezes que precisei, mesmo nos mais simples detalhes. Ele é a minha grande referência como estudioso da Matemática, professor, cientista e ser humano. Não conseguiria aqui expressar todo o sentimento de gratidão, mas revelo que serei grato por toda a minha vida pelo impacto que a sua presença me proporcionou.

Ao professor Doutor Vidalcir Ortigara, meu orientador no mestrado, por ter aceitado me orientar, por seu esforço e atenção, conversas e orientações, sua amorosidade com as pessoas que o rodeiam, sua disponibilidade em dialogar comigo e a paciência em ler e reler o texto várias vezes. O professor Vidal está marcado em minha história, e junto com o Ademir ocupam o lugar de permanentes orientadores, pois suas falas ecoarão em minha mente, far-me-ão pensar e refletir por muito tempo.

Aos professores do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Unesc, sobretudo à professora Eloir Fátima Mondardo Cardoso, que também me acolheu no Estágio do Mestrado, e Lucas Sid Moneretto Búrigo, que me inspirou a escolher o tema da presente pesquisa.

Aos colegas de turma com quem me formei na Graduação: Ágatha, Beatriz, Carlos, Danielly, Luís Carlos, Luiz Otávio, Marco Antônio.

Ao Grupo de Pesquisa em Educação Matemática – GPEMAHC, que, para mim, extrapola a relação de pesquisa em direção ao sentimento de pertencimento familiar. Esse grupo me transformou como pessoa e nele aprendi muito, principalmente a fazer perguntas. Considero-o o responsável pela convicção da profissão escolhida e elaboração de um projeto de vida. Nele conquistei grandes amizades. Destaco os amigos Iuri, do qual me aproximei nos eventos de divulgação científica, e Patrick, com quem convivi diariamente no Laboratório de Matemática nos anos de Graduação, por tanto ter me ajudado na Iniciação Científica. E também a todos os outros membros, eles se fizeram presentes nos momentos da graduação e mestrado, com as inúmeras dúvidas que me surgiram.

Aos membros da banca, meus colegas de Grupo de Pesquisa, Professora Doutora Josélia Euzébio da Rosa e Professor Doutor William Casagrande Candioto, que de prontidão aceitaram o convite. As suas contribuições foram muito importantes para o desenvolvimento desta dissertação, enriqueceram esta pesquisa.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unesc, à Vanessa, e aos colegas mestrandos, principalmente à amiga Karoline Pignatel.

Aos meus pais, Ronaldo e Janaina, que me incentivaram nos estudos desde o início, ensinaram a importância da Educação. Meu pai, desde que pôde me dizer, afirmou que, diferente dele, eu entraria para a faculdade, e não mediria esforços para que isso acontecesse. Ao meu irmão Luan e à minha namorada Cristiane, pelo apoio e companheirismo nos dias mais fáceis e mais difíceis deste desafio. Aos meus avós José, Marlene, Adão e Rosa, pelo amor incondicional, suporte e incentivo, vocês são a base tudo, eu amo vocês.

A todos os meus familiares e amigos, em especial: Regina, Valdinei, Juliane, Cléo, Giovane, Roseli, Luís Jorge, Maria Teresinha, Cláudia, Kátia, Kamila, Edgar, Rafael, Milena, Lilian, Miriam, Cíntian, Maria Eduarda, Isadora, Lívia, Murilo, Gabriel, Manu, Igor e Vinícius.

À CAPES, por me conceder a bolsa e tornar possível a conclusão deste curso, pois trouxe as condições objetivas necessárias. Caso não tivesse ganho a bolsa, não teria como custear as mensalidades. A Educação precisa ser para todos e todas.

A escola e a sociedade são indivisíveis. A sociedade vive e se desenvolve tal como aprende. E aprende tal como quer viver.  
(Davídov; Slobódchikov, 1991)

## RESUMO

A presente pesquisa é oriunda da necessidade de entender os conceitos da Matemática concatenados uns com os outros. Essa necessidade tornou-se diretiva do estudo, relacionado com os nexos conceituais das *Sequências* numéricas. O Sistema Elkonin-Davídov se apresenta como um modo de organização de ensino que preza pelo desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, fundamentados por sistemas de conceitos e nexos unificadores. Por isso, o livro didático desse sistema para o primeiro ano escolar foi tomado como referência para o estudo com a intenção de investigar como se apresentam os nexos conceituais. Ficou estabelecido o seguinte problema de pesquisa: que nexos conceituais se apresentam nas tarefas do livro didático do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov em relação ao conceito de *Sequência*? Estabeleceu-se como objetivo investigar os componentes genéticos dos nexos conceituais que se apresentam nas tarefas do livro didático do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov que subsidiam a apropriação do conceito de *Sequência*. A pesquisa se caracteriza como qualitativa com teor bibliográfico, e seu movimento de resposta à pergunta se revela em duas principais questões: I) O que é *Sequência*? A resposta a essa pergunta tornou-se elementar para compreender como seus possíveis nexos apresentam-se nas tarefas. Buscou-se subsídios em Caraça (1951) e Villanueva e Borjas (2019); II) Como o seu conceito é elaborado nas tarefas do livro didático russo? Nesse caso, utilizou-se a edição atual de Davídov, Gorbov, Mikulina e Savelyeva (2022). Por fim, importa dizer que esse estudo trouxe a confirmação de que se manifestam, nas tarefas dos livros didáticos do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov, os nexos conceituais *elementos*, *ordem* e *lei*, presentes na apropriação do conceito de *Sequência*, bem como os seus componentes conceituais padrão, posição, número, função e correspondência. Vale dizer que todos são vinculados por um nexo mais geral, a relação entre grandezas.

**Palavras-chave:** Nexos Conceituais. Sequência Numérica. Sistema Elkonin-Davídov. Sistema de Conceitos. Teoria Histórico-Cultural.

## ABSTRACT

This research stems from the need to understand the concepts of Mathematics linked to each other. This need became the directive of the study, related to the conceptual nexuses of numerical sequences. The Elkonin-Davidov System presents itself as a teaching organization method that values the development of students' theoretical thinking, based on systems of concepts and unifying nexuses. Therefore, the textbook of this system for the first school year was taken as a reference for the study with the intention of investigating how the conceptual nexuses are presented. The following research problem was established: what conceptual nexuses are presented in the tasks of the textbook of the Elkonin-Davidov Teaching System in relation to the concept of Sequence? The objective was established to investigate the genetic components of the conceptual nexuses that are presented in the tasks of the textbook of the Elkonin-Davidov Teaching System that subsidize the appropriation of the concept of Sequence. The research is characterized as qualitative with bibliographic content, and its movement to answer the question is revealed in two main questions: I) What is Sequence? The answer to this question became elementary to understand how its possible connections are presented in the tasks. Support was sought in Caraça (1951) and Villanueva and Borjas (2019); II) How is its concept elaborated in the tasks of the Russian textbook? In this case, the current edition of Davíдов, Gorbov, Mikulina and Savelyeva (2022) was used. Finally, it is important to say that this study confirmed that the conceptual connections elements, order and law, present in the appropriation of the concept of Sequence, as well as its standard conceptual components, position, number, function and correspondence, are manifested in the tasks of the textbooks of the Elkonin-Davíдов Education System. It is worth mentioning that they are all linked by a more general connection, the relationship between quantities.

**Keywords:** The Conceptual Nexuses. Numerical Sequence. The Elkonin-Davidov System. System of Concepts. Historical-Cultural Theory.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                              |      |
|------------------------------------------------------------------------------|------|
| Figura 1. Isso é Sequência? .....                                            | 500  |
| Figura 2. Problema 79 do Papiro de Rhind.....                                | 544  |
| Figura 3. Limite de uma soma de termos infinitos .....                       | 555  |
| Figura 4. Galáxia Espiral .....                                              | 588  |
| Figura 5. Sequência infinita de triângulos áureos.....                       | 588  |
| Figura 6. Espiral de Ouro.....                                               | 59   |
| Figura 7. Sequência de retângulos.....                                       | 600  |
| Figura 8. Correspondência de um a outro .....                                | 633  |
| Figura 9. Situação de análise com base em alguns conceitos matemáticos ..... | 822  |
| Figura 10. O que se vê com teor de Matemática?.....                          | 833  |
| Figura 11. Nexos e componentes conceituais de Sequência .....                | 922  |
| Figura 12. Comparação entre as características dos vagões.....               | 944  |
| Figura 13. Qual figura é igual à primeira? .....                             | 955  |
| Figura 14. Tarefa sobre posição .....                                        | 966  |
| Figura 15. Tarefa sobre posição.....                                         | 988  |
| Figura 16. A casa de cada um dos bichos.....                                 | 99   |
| Figura 17. Como as figuras foram interligadas? .....                         | 1011 |
| Figura 18. Una as figuras de acordo com o modelo, usando a vara .....        | 1022 |
| Figura 19. Linha quebrada.....                                               | 1044 |
| Figura 20. Pontos ligados em Sequência .....                                 | 1055 |
| Figura 21. Modificação das áreas.....                                        | 1066 |
| Figura 22. Série ordenada de valores .....                                   | 1109 |
| Figura 23. Sequência de figuras.....                                         | 1111 |
| Figura 24. Série ordenada de valores .....                                   | 1122 |
| Figura 25. Verifique se os volumes são ordenados.....                        | 1133 |
| Figura 26. Anote os valores na ordem crescente .....                         | 1144 |
| Figura 27. Figuras ordenadas pela área.....                                  | 1166 |
| Figura 28. Compare os comprimentos da série ordenada.....                    | 1177 |
| Figura 29. Medição de área e uso dos números árabes .....                    | 1200 |
| Figura 30. Síntese da introdução da reta numérica.....                       | 1211 |
| Figura 31. Completar com os números que faltam.....                          | 1222 |

|                                                     |      |
|-----------------------------------------------------|------|
| Figura 32. Quanto um é menor que outro .....        | 1222 |
| Figura 33. Quanto um é maior que outro.....         | 1233 |
| Figura 34. Quais números podem ser comparados?..... | 1244 |

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

|         |                                                                            |
|---------|----------------------------------------------------------------------------|
| CAPES   | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior                |
| GPEMAHC | Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural |
| GEPAPe  | Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Atividades Pedagógicas                   |
| PIC     | Programa de Iniciação Científica                                           |
| TEDMAT  | Teoria do Ensino Desenvolvidor na Educação Matemática                      |
| UNESC   | Universidade do Extremo Sul Catarinense                                    |
| URSS    | União das Repúblicas Socialistas Soviéticas                                |

## SUMÁRIO

|                                                                                                     |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>APRESENTAÇÃO .....</b>                                                                           | <b>15</b>  |
| <b>1. CONTEXTO DA PESQUISA.....</b>                                                                 | <b>17</b>  |
| 1.1 COMO A POSSIBILIDADE DE ESTUDAR O CONCEITO DE SEQUÊNCIA SE APRESENTOU?.....                     | 26         |
| 1.2 PROBLEMÁTICA DA PESQUISA .....                                                                  | 28         |
| 1.3 COMO RESPONDER À PERGUNTA? .....                                                                | 29         |
| <b>2. AS BASES TEÓRICAS DA PESQUISA.....</b>                                                        | <b>31</b>  |
| 2.1 NECESSIDADE DE TRANSFORMAÇÃO SOCIAL E A RELAÇÃO COM A EDUCAÇÃO .....                            | 32         |
| 2.2 PRESSUPOSTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL.....                                                  | 41         |
| 2.3 O CONCEITO DE SEQUÊNCIA.....                                                                    | 50         |
| <b>3. MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV ..</b>                               | <b>65</b>  |
| 3.1 ALGUNS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV ..                                      | 65         |
| 3.2 SISTEMA DE CONCEITOS E SEUS NEXOS .....                                                         | 71         |
| 3.3 ESTRUTURAÇÃO DO MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV .....                  | 84         |
| <b>4. O CONCEITO DE SEQUÊNCIA E SEUS NEXOS NA PROPOSIÇÃO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV .....</b>       | <b>91</b>  |
| 4.1 O CONCEITO DE SEQUÊNCIA DOS ANOS INICIAIS – COMO SE APRESENTA NOS LIVROS DIDÁTICOS RUSSOS ..... | 93         |
| <b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>                                                                 | <b>93</b>  |
| <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                                                             | <b>134</b> |

## APRESENTAÇÃO

A organização do ensino de Matemática é algo que vem por muito tempo sendo tema de pesquisa na área da Educação, e isso se reflete no objeto de estudo do grupo de pesquisa do qual fazemos parte, o Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural (GPEMAHC). Os cientistas envolvidos com esse campo de estudo assumem determinada posição, e em nosso caso não é diferente, o embasamento teórico que sustenta nossas pesquisas é a Teoria Histórico-Cultural e o Ensino Desenvolvimental.

O objeto de estudo desta pesquisa volta-se, particularmente, para o conceito matemático de *Sequência*, no contexto de uma organização de ensino do Sistema Elkonin-Davídov, surgido na URSS<sup>1</sup> nos anos 1960. Em consideração a isso, cabe explicar que a preocupação foi analisar como se manifestam, nesse sistema de ensino, tendo por base o livro didático, as ideias conceituais de *Sequência* desde o primeiro ano escolar. Para cumprir com os objetivos a que nos propusemos, organizamos o texto em cinco capítulos.

O primeiro capítulo, organizado em três seções, diz respeito à contextualização da pesquisa. Na primeira, descrevemos nosso contexto de fala, bem como explicitamos nossa trajetória acadêmica, visto que ela ajuda a explicar o movimento de elaboração da pergunta central. Na segunda, dedicamo-nos a apresentar a problemática da pesquisa – *Que nexos conceituais se apresentam nas tarefas dos livros didáticos do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov no processo de apropriação do conceito de Sequência?* –, o seu processo de refinamento seguido dos objetivos gerais e específicos. Na terceira seção, referimo-nos ao modo como lidamos com eles e como respondemos à pergunta central. Por se tratar de uma investigação científica, nossas respostas possuem respaldo em autores, portanto, indicamos quais são aqueles que adotamos para orientar nosso trabalho.

O segundo capítulo revela as nossas bases teóricas, as quais entendemos como condição para o prosseguimento da pesquisa. Ele é constituído também por três seções, que iniciam com denúncias teóricas na primeira, intitulada *Necessidade de transformação social e a relação com a Educação*. Este texto assume o caráter de

---

<sup>1</sup> União das Repúblicas Socialistas Soviéticas.

evidenciar a emergência de mudança em relação aos problemas impostos pelo modo de produção capitalista, o que se relaciona com a nossa posição vinculada a uma teoria. A segunda seção expõe alguns *pressupostos da Teoria Histórico-Cultural*, responsável por nosso sentimento diante da produção das relações sociais vigentes. Fundamentarmo-nos nela significa assumir determinada postura teórica, que se manifesta nas variadas áreas do conhecimento, psicológica, filosófica, política e pedagógica. Por último, na seção sobre *o conceito de Sequência*, apresentamos o resultado de nossa investigação concernente ao entendimento do que é *Sequência*, necessário para a análise nos livros didáticos russos.

O terceiro capítulo, que trata, especificamente, do modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov, foi estruturado em três partes. A primeira aborda os pressupostos específicos e essenciais no processo de organização de ensino Elkonin-Davídov. A segunda discute com maior atenção o que é fundamental para a nossa pesquisa, a categoria em que nos apoiamos para investigar o objeto de estudo, o sistema de conceitos e seus nexos. A terceira parte busca elucidar a estrutura do referido sistema de ensino.

O quarto capítulo se refere à análise das tarefas particulares do livro didático russo da edição atual de Davídov, Gorbov, Mikulina e Savelyeva do ano de 2022, adotado em escolas do Sistema Elkonin-Davídov. Elas servem de base para o desenvolvimento de nossa resposta ao problema da pesquisa, evidenciam os nexos conceituais e seus componentes que se apresentam no modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov.

Por último, apresentamos nossas considerações finais para esta exposição. Elas não encerram o debate, mas convidam para uma continuidade, repleta de possibilidades.

## 1. CONTEXTO DA PESQUISA

Ao iniciar a escrita da dissertação de Mestrado, elaborei<sup>2</sup> três perguntas. A primeira: como introduzir, neste espaço, a problemática da pesquisa e, ainda, ilustrar o movimento de refinamento da pergunta?<sup>3</sup> A segunda: assim como no caso de Búrigo (2015), trata-se de uma dúvida com relação à apresentação (ou não) da trajetória do pesquisador. A terceira: quem serão os meus leitores, ou seja, para quem escrevo?

As duas primeiras questões geraram a opção por explicitar a trajetória acadêmica, com o foco para o processo de formação do cientista e das temáticas envolvidas. Tal escolha significa fidelidade com o movimento que constituiu o objeto da presente pesquisa: *Os nexos conceituais das Sequências numéricas no modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov*.

No período final da elaboração da exposição da pesquisa, surgiu a necessidade de adiantar uma preocupação: já nos primeiros parágrafos comprometi-me a explicitar a indissociabilidade das coisas. Isso se manifesta desde o movimento de constituição da problemática da pesquisa, a qual o leitor verá em seguida, até os resultados da investigação do problema. Ressalto tal questão, pois influencia no modo como o leitor lidará com o restante do texto. Nos resultados da pesquisa, o leitor verá o porquê da indissociabilidade dos conceitos da Matemática, por exemplo, o que justifico com os seus nexos.

No esforço de identificar as primeiras manifestações para a elaboração do problema de pesquisa, aconteceu um demorado movimento de retrospectiva. Não haveria dificuldade em relacionar as presentes inquietações, concernentes aos nexos conceituais das *Sequências* numéricas a serem tratadas na presente pesquisa, com:

- a) O modo pelo qual me apresentaram o conceito de número no primeiro ano do ensino escolar. Isso se refere tanto à finalidade de comparação e investigação da perspectiva pedagógica quanto a exaltar o que naquele momento possibilitou-me ir adiante nos estudos.

---

<sup>2</sup> Neste primeiro momento, em que há um relato da trajetória do pesquisador, será adotado o uso da primeira pessoa do singular, pois a intenção é situar o lugar de fala do autor. A partir da segunda seção, será utilizada a primeira pessoa do plural por explicitar que o trabalho é resultado de um processo coletivo de reflexão, ainda que de responsabilidade minha em sua elaboração.

<sup>3</sup> Como forma de homenagem, registro que tivemos, na disciplina de Mestrado Teoria e Método na Pesquisa em Educação, a participação especial de Silvio Sánchez Gamboa, o qual contribuiu muito para o movimento de estruturação desta escrita.

b) O fato de assumir, atualmente, o lugar de professor e lembrar das experiências como estudante no Ensino Fundamental, anos finais. Por exemplo, recordar do modo pelo qual foi apresentado o conceito de triângulos retângulos. Com o olhar de pesquisador da área de Educação Matemática, percebo que, na ocasião, entendia os conceitos da Matemática desconectados uns dos outros. Ou seja, ao finalizar o ensino de um conteúdo, iniciava-se outro. Por exemplo, só sabia se aquele era o momento de “usar” o Teorema de Pitágoras caso a professora enunciasse. No mesmo período em que encontrava dificuldades para verificar quando determinada situação exigia o “uso” do consequente “procedimento”, recebia elogios por rapidamente resolver as questões propostas, após observar o exemplo resolvido por parte da professora ou exposto no livro didático. E então, por que entendia os conceitos separados?

c) As discussões que o professor Valdir – na Escola Estadual Básica Antônio Guglielmi Sobrinho, em que era estudante do terceiro ano do Ensino Médio – provocava ao questionar os porquês (quando em pauta a reforma do Ensino Médio) no que se refere à diminuição de carga horária das disciplinas como Filosofia, Sociologia e História. No contexto do ano de 2017, sua preocupação estava em fazer pensar, elaborar hipóteses sobre a finalidade da Educação Pública.

Por decorrência, atualmente, apresentam-se três tópicos que possibilitam relações com a problemática da pesquisa. O primeiro sugeriu a pergunta: o que se entende pelo conceito de número, e o que isso implicou para a pesquisa? O segundo resulta na investigação científica de modo a justificar o entendimento, por mim elaborado, a respeito dos conceitos e sua separação.

Nesse sentido, fica o entendimento de que toda a formação escolar oportunizada até então contribuiu para estar no presente lugar. Entretanto, darei ênfase, no que diz respeito à trajetória acadêmica e temáticas de estudo, ao período correspondente aos anos 2018 a 2021 (que representa o tempo de graduação com atuação na Iniciação Científica). Esse momento, assim como o ingresso no Ensino

Superior, está marcado por ter ocorrido o primeiro contato com o Prof. Dr. Ademir Damazio<sup>4</sup>.

No início do ano de 2018, ingressei – com bolsa de 100% – no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Unesc, com a perspectiva de ser um professor de Matemática<sup>5</sup>. No ano anterior, ao saber de meu desejo em me tornar acadêmico do curso mencionado, minha prima Lilian (que frequentou o mesmo curso) orientou-me para que me aproximasse do professor Damazio<sup>6</sup>.

Em junho de 2018, um bolsista de Iniciação Científica orientado pelo referido professor desistiu da vaga, surgindo a oportunidade de inserção científica como bolsista do PIC-170, sob a orientação do Prof. Dr. Ademir Damazio. Tal ocupação significava, além da realização da própria pesquisa, a participação nas reuniões do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural (GPEMAHC).

A participação nas reuniões do GPEMAHC requeria leituras prévias de textos que objetivavam o estudo da Teoria Histórico-Cultural e, especialmente, do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov, um entre outros adotados, atualmente, em escolas da Rússia. Dos textos escolhidos para o cronograma semestral de estudos do grupo, o primeiro que li foi o capítulo intitulado “Análise dos princípios didáticos da escola tradicional e dos possíveis princípios em futuro próximo”, do livro *La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS: antología* (Davídov, 1987). Nesse texto, escrito originalmente em 1974, Davídov ilustra como estava organizada a escola em seu tempo e como poderia vir a ser.

Aquele momento, do ponto de vista de quem nunca havia lido obras com tamanho rigor científico, requereu enorme esforço para a compreensão de seu conteúdo. Quando apareceu na obra, por exemplo, o trecho “substituir a escola tradicional”, não havia me dado conta de qual era o seu significado. Foi apenas nas discussões do grande grupo que ele fez sentido para mim.

O início da participação no GPEMAHC marca o desenvolvimento de novas perspectivas. Uma das consequências foi a certeza da profissão escolhida, pois queria

---

<sup>4</sup> Ademir Damazio (nascido em 1951) é professor de Matemática e pesquisador brasileiro.

<sup>5</sup> Sem a compreensão do que é ser um professor de Matemática. O que significa ser um professor de Matemática?

<sup>6</sup> Essa foi umas das falas mais importantes que escutei em minha vida. Destaco essa informação, portanto, para indicar seu impacto em todo o restante de minha trajetória acadêmica.

ser parte daquele coletivo<sup>7</sup>, ser um professor consciente da perspectiva teórica que adota e de seu lugar na sociedade. Outra é um novo modo de entender a Educação – para onde queremos ir? Qual a finalidade da Educação? – sob a perspectiva psicológica da Teoria Histórico-Cultural.

À vista de tais perguntas, o GPEMAHC deu-me condições de diálogo com autores e textos que as tratam em nossa perspectiva teórica. Exemplo disso é quando o texto de Davídov e Slobódchikov (1991), *La Enseñanza que desarrolla en la escuela del desarrollo*, retoma, após quase duas décadas, a discussão do que é chamado pelos autores de “princípios didáticos”. Os autores analisaram os princípios que até então guiaram a escola e elaboraram outros, que caracterizam a emergência de uma nova escola, um novo pensamento pedagógico.

De acordo com Davídov e Slobódchikov (1991, p. 119, tradução nossa<sup>8</sup>), a nova sociedade exige uma nova escola, que esteja organizada de forma a desenvolver, nos jovens, uma personalidade criativa.

“O verdadeiro ensino visa educar, nas crianças e nos jovens, propriedades da personalidade, tais como o coletivismo e a solidariedade, o companheirismo e a civilidade, o caráter firme e a vontade férrea, o amor ao trabalho e a firmeza, combinados com a iniciativa e a independência”<sup>9</sup>.

Diante disso, surgiu o questionamento: como desenvolver, nos estudantes, tal personalidade? Com o passar das reuniões do grupo percebi que, quanto mais lia os textos, mais perguntas surgiam (um movimento contrário ao que eu estava acostumado, pois no contexto escolar ia aos textos para verificar quais eram as respostas), mais questões em relação a categorias que imaginava terem significados óbvios (atividade, tarefa, ação, mediação, ser humano, consciência, educação, personalidade) –, o que sugeriu uma nova pergunta: o que é personalidade?

---

<sup>7</sup> Neste processo, desenvolvi o hábito de usar a primeira pessoa do plural (nós), pois notei que as conclusões elaboradas por consequência dos estudos só eram possíveis por ser membro de um coletivo. Isso ficará mais evidente adiante, ao tratar da presente pesquisa.

<sup>8</sup> Para uma leitura mais fluida, optei por traduzir do espanhol para o português as obras que não encontrei em nosso idioma. Desse modo, assumo a reponsabilidade por tal feito e apresento em nota o texto original.

<sup>9</sup> “La verdadera enseñanza apunta a educar en los niños y los jóvenes propiedades de la personalidad tales como el colectivismo y la solidaridad, el compañerismo y la civilidad, el carácter firme y la voluntad férrea, el amor al trabajo y la firmeza, combinados con la iniciativa y la independencia” (Davídov e Slobódchikov, 1991, p. 119).

Concomitantemente às dúvidas mencionadas, surgia a necessidade de elaborar mais perguntas. Tal movimento caracterizou uma apropriação importante: o ato de perguntar. Isso possui implicações tanto para a posição de professor quanto para a de estudante. Considerar o referido ato e seu “poder” faz parte do modo de organizar o ensino e indica o tipo de relação que queremos nele, por isso, este é um ponto a ser discutido nesta dissertação.

Em vista disso, é no próprio Davídov que as respostas para essas perguntas se apresentam. Quando Davídov (1987) trata da necessidade de uma nova escola, refere-se ao modo pelo qual o ensino está organizado para atender uma determinada sociedade. Segundo Davídov e Slobódchikov (1991), para um novo ensino é necessário um novo pensamento pedagógico. Mas, o que é organizar o ensino? Ou ainda, como organizar o ensino de acordo com o novo pensamento pedagógico? O que é o novo pensamento pedagógico? Com esses questionamentos, paralelamente aos espaços ocupados, originaram-se novos motivos de estudo<sup>10</sup>.

Os novos motivos (impulsionadores para entender o que é organizar o ensino, no contexto do Sistema Elkonin-Davídov) ganharam manifestações nas pesquisas. **A primeira delas (2018)** recebeu o título: *Princípios teórico-metodológicos da organização do ensino para apropriação do conceito de Adição e Subtração de Divisão Periódica*. Embora tivesse como centralidade o estudo dos números decimais e as operações de adição e subtração, o que movimentava a pesquisa era o modo de organizar seu ensino.

No processo de desenvolvimento como pesquisador, na especificidade das investigações – que tinham como referência os livros didáticos russos adotados no Sistema Elkonin-Davídov – apresentaram-se alguns resultados indispensáveis para o momento atual. No caso da primeira pesquisa (2018), por exemplo, previamente o objetivo foi investigar como os números decimais aparecem nos livros didáticos russos. No entanto, tal livro aborda com as crianças outros sistemas de numeração, não apenas o decimal, o que revela a impossibilidade de estudo dos números decimais isolado de outros conceitos.

---

<sup>10</sup> Com o passar das reuniões, foi possível articular as discussões do grupo com a própria experiência escolar, visto que no ano anterior (2017), ainda era um estudante do ensino médio de uma escola pública.

A constatação – de que os números com vírgula surgem também em outras bases numéricas – sugeriu uma inquietação (ao conseguir traduzi-la em pergunta, então teria chegado à resposta): como nomear esses números racionais não inteiros em diversas bases, visto que números decimais se remetem aos números racionais não inteiros de base dez? Segundo Fernandes e Damazio (2021, p. 237), “o número decimal se constitui em apenas uma especificidade no âmbito da fração com notação por vírgula (posicional)”. O conceito estudado não se apresentava de modo explícito nos livros didáticos analisados, mas no âmbito conceitual dos sistemas de numeração.

Tal modo de organizar o ensino se caracteriza por partir do geral ao particular. Então, os números com vírgula poderiam surgir independentemente da base numérica escolhida pelo grupo de estudantes. Ou seja, a preocupação não está apenas com os casos particulares, mas com o geral. Isso equivale a mais uma das características da chamada nova pedagogia.

Para o desenvolvimento da pesquisa, foi necessário o estudo dos sistemas de numeração – tanto para a apropriação conceitual das tarefas, como pesquisador, quanto para a exposição dos resultados da pesquisa –, pois não me havia deparado, em nenhum outro momento, na escola, na disciplina de Matemática<sup>11</sup>, com outros sistemas numéricos que não o decimal. O estudo dos sistemas numéricos só foi possível porque havia me apropriado do conceito de número.

A conclusão de que para o estudo de um conceito é necessário o conhecimento de outros conceitos e suas articulações entre si indicou um movimento de superação do entendimento desenvolvido nos anos finais do Ensino Fundamental. Isso significa que os conceitos estão ligados uns aos outros, no caso do parágrafo anterior: sistema de numeração ↔ número decimal ↔ número. O que causa tal ligação?

Há possibilidade de se ir além e dar continuidade na exposição dos conhecimentos elaborados historicamente pelo ser humano que indicam as condições para apropriação do conceito em foco. Para isso, uma condição, conforme propõe o novo ensino, à apropriação do conceito de número, é adotar como referência a ação de medir grandezas. De acordo com Rosa e Damazio (2012, p. 116), “importa

---

<sup>11</sup> No quinto ano do Ensino Fundamental nos foi apresentado o Sistema Numérico Romano, no entanto, isso ocorreu na disciplina de História, sem qualquer preocupação conceitual do campo numérico, mas como tradução para o sistema de numeração Hindu Árábico. Tal fato se justifica porque muitos períodos considerados importantes nessa matéria escolar são representados nos livros por seus algarismos.

reafirmar que não existe número sem a relação entre grandezas, sejam elas discretas ou contínuas.”

Além disso, as medições de grandezas e as relações entre elas se apresentam em determinadas situações que, por sua vez, complexificam-se conforme a exigência da sociedade na qual vive o ser. Para Davídov (1988, p. 27), “toda a atividade espiritual das pessoas está determinada pela prática social e tem uma estrutura em princípio relacionada com ela”.

O movimento sintetizado nos dois parágrafos anteriores evidencia uma qualidade observada com a resolução das tarefas dos livros didáticos russos: os conceitos da Matemática não aparecem separados, mas conectados uns aos outros. Nesta pesquisa, um dos grandes desafios foi encontrar a palavra que melhor manifestasse essa preocupação. Na obra de Caraça (1951), encontramos um termo que manifesta preocupação próxima à nossa: “interdependência”. “Todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o Mundo, toda esta *Realidade* em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros” (Caraça, 1951, p. 103).

Nesse sentido, com o movimento de análise e resolução das tarefas, surgiu o questionamento (desde a primeira pesquisa): quais outros conceitos da Matemática estão “vinculados” – ou seja, emergem como possibilidade de continuidade na elaboração de novas tarefas – aos sistemas de numeração? E ainda, quais critérios adotariamos para considerar tal resposta?

No processo de elaboração das tarefas, uma das ações de estudo que os estudantes realizam, de acordo com Davídov (1988), é a transformação dos dados da tarefa para revelar a relação universal do objeto estudado. Com isso, ao chegar ao modelo universal do sistema de numeração – dito por Gorbov *et al.* (2016), “sistema de dígitos” –, entendi que ali estava implícito, por exemplo, o conceito de Potenciação, o qual viria a ser objeto de estudo na pesquisa seguinte, no ano de 2019.

Com o andamento das pesquisas, notei que nas tarefas citadas era possível “enxergar”<sup>12</sup> outros conceitos além do conceito em foco intitulado pelo próprio livro. No caso da primeira pesquisa, destaco: “Do processo de medição, são geradas necessidades para demonstrar os seus resultados, em termos de diferentes tipos de

---

<sup>12</sup> Com esse termo, relaciono a sua possibilidade com o nível de compreensão da consciência que tem o ser. Na seção 2.2, ao tratar do ser humano em desenvolvimento, detalharei essa questão.

números e de distintas bases (o que requer outros modos de agrupamentos)” (Fernandes; Damazio, 2021, p. 237).

Portanto, com a ideia de *agrupamento* e seus movimentos surgia a necessidade para o estudo dos conceitos de: multiplicação, potenciação, progressão geométrica, *Sequências*, áreas de figuras geométricas, entre outros. Tal necessidade, ilustrada com o caminho percorrido do primeiro projeto de pesquisa, fez emergir uma outra/nova pesquisa.

A **segunda pesquisa (2019)** se refere ao conceito de Potenciação: *O conceito de Potenciação no modo davidoviano de organização do ensino: interlocução com os livros didáticos brasileiros*. A investigação procurou responder ao seguinte questionamento: qual a relação essencial do conceito de Potenciação e sua tradução em um modelo geral? Além de elaborar possíveis respostas a este questionamento, também teve a finalidade de pensar como a temática se apresenta nos livros didáticos brasileiros.

Na referida pesquisa, bem como nas outras, os pressupostos de referência são do Sistema Elkonin-Davídov, cuja preocupação central é a apropriação teórica dos conceitos, que acontece na atividade de estudo. “Durante o cumprimento sistemático da atividade de estudo nos alunos se desenvolvem, junto com a apropriação dos conhecimentos teóricos, a consciência e o pensamento teórico”<sup>13</sup> (Davídov, 1988, p. 176).

Nesse caminho, no que diz respeito à comparação entre os livros didáticos mencionados, enfatizo, dentre outras diferenças: o Sistema Elkonin-Davídov, na organização do ensino, coloca o estudante em movimento de apropriação/elaboração do pensamento conceitual na relação do geral para o particular, o que requer a inter-relação das significações aritméticas, algébricas e geométricas. Por sua vez, o livro didático brasileiro foca em situações eminentemente particulares com atenção ao procedimento empírico, apenas como proceder aritmeticamente.

Os estudos referentes à diferença destacada no parágrafo anterior, paralelamente à disciplina de Didática da Matemática – lecionada pelo Prof. Ademir Damazio na terceira fase do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Unesc –,

---

<sup>13</sup> “Durante el cumplimiento sistemático de la actividade de estudio en los alumnos se desarrollan, junto con la asimilación de los conocimientos teóricos, la conciencia y el pensamiento teóricos” (Davídov, 1988, p. 176).

levou-me a outros apontamentos, pois compreendi que o conteúdo do conceito de Potenciação muda conforme a forma de organização do ensino. No caso da atividade de estudo – conceito que assume a condição de indispensável, em nossa perspectiva teórica –, segundo Davídov (2017, p. 213), “os estudantes realizam ações mentais adequadas àquelas por meio das quais os produtos da cultura espiritual foram desenvolvidos no percurso histórico.” Na referida disciplina, vimos que o mesmo não ocorria com a tendência Tecnicista da Educação Matemática, por exemplo.

Mas, por que o conteúdo dos conceitos se diferencia em relação ao modo pelo qual é apresentado? Talvez a resposta esteja na própria pergunta, pois o modo em si diz respeito a seus conteúdos. Em nossa perspectiva, em acordo com Davídov (1988), o conteúdo da atividade de estudo é o conhecimento teórico. Tal consideração incorporou novas substâncias de comparação e novos questionamentos à disciplina de Didática da Matemática.

Na disciplina mencionada, lemos o texto de Fiorentini (1995), em que o autor classifica alguns *Modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil*, no qual destaca (no período histórico de escrita do texto), no Brasil, seis “tendências”: a formalista clássica; a empírico-ativista; a formalista moderna; a tecnicista e suas variações; a construtivista e a socioetnoculturalista. Além disso, indica a possibilidade de outras duas: sociointeracionista semântica e histórico-crítica. Não há, nesse texto, menção a uma tendência Histórico-Cultural, ou do Ensino Desenvolvidamental.

Importante destacar que mais tarde, preocupados com a organização do ensino, Damazio e Rosa (2013) escreveram sobre a necessidade de considerar, no contexto brasileiro, uma tendência em Educação Matemática com fundamentos na Teoria Histórico-Cultural. Com isso, trouxeram “evidências de argumentos para considerarmos a existência de uma tendência, com denominação similar à educação matemática histórico-cultural” (DAMAZIO; ROSA, 2013, p. 34).

Os referidos apontamentos geraram uma nova pesquisa, **a terceira (2020)**, cujo título foi *O conceito de Potenciação: um estudo a partir da organização do Ensino Desenvolvidamental em interface com outras tendências*. O estudo ainda esteve relacionado ao conceito de Potenciação, porém com base no questionamento em como ilustrar as diferenças entre os modos de organização do Ensino Desenvolvidamental e outras tendências da Educação Matemática, mediado pelo conceito de Potenciação.

A preocupação com a investigação foi responder à pergunta “por que estudar” sobre o objeto da Potenciação, que representa um recorte dentre as possibilidades de conceitos a serem escolhidos. Mesmo que o referido conceito seja assim concebido, ele não aparece por si, mas em um sistema de conceitos.

Esses três estudos investigativos de Iniciação Científica abriram um leque de possibilidades para pesquisar novos conceitos no contexto de organização de ensino do Sistema Elkonin-Davídov, e um deles se destaca para ser a referência na presente dissertação de mestrado: *Sequência*.

### 1.1 COMO A POSSIBILIDADE DE ESTUDAR O CONCEITO DE SEQUÊNCIA SE APRESENTOU?

No final do ano de 2021, havia o objetivo de ingressar no Programa de Pós-Graduação em Educação da Unesc, em nível de mestrado. No mesmo ano cursava, na graduação, a disciplina de Análise Matemática (componente curricular do último ano dos cursos de Licenciatura Plena em Matemática). Dentre os conceitos estudados na disciplina, constavam o de *Sequência* e de *Série*.

Por entender o quão amplo o estudo desses dois conceitos pode ser, havia a opção por tratá-los como objeto de estudo do Mestrado. Além disso, com a justificativa de desenvolver pesquisa sobre conceitos em nível de Ensino Superior, na perspectiva davidoviana de ensino.

Nas pesquisas de Iniciação Científica, tornou-se possível verificar o sistema de conceitos do qual faziam parte os conceitos em foco naquelas oportunidades. Foi explicitado, por exemplo, nas tarefas do conceito de Fração Posicional, que havia – ora implícito, ora explícito – o conceito de Potenciação. Mas, ao entrar em cena a *Sequência* a ser tratada como conceito central em minha pesquisa de mestrado, questioneei: como se apresenta/se apresentaria o conceito de *Sequência* no Sistema de Ensino Elkonin-Davídov?

Ao mesmo tempo, o estudo das *Sequências* numéricas parecia ser algo exclusivo da disciplina de Análise Matemática. Ou seja, apenas teria se apresentado

no curso de Licenciatura em Matemática, pois não recordava de ter tido contato com tal conceito durante a Educação Básica<sup>14</sup>.

Por conseguinte, a preocupação central da pesquisa de mestrado seria verificar como organizar o ensino do conceito de *Sequência* no contexto da Análise Matemática e, em consequência, que se direcionasse ao Curso Superior. Mas o que é *Sequência*, na disciplina de Análise Matemática? Esse tema será explorado na subseção 2.3 do presente texto, no entanto adiantarei, aqui, de forma resumida, a caráter de revelação do problema de pesquisa.

No livro didático *Curso de Análise Vol. 1*, de Elon Lages Lima – uma das obras indicadas nas referências bibliográficas no plano de ensino da disciplina –, o autor considera o conceito de *Sequência* de números reais como uma função. “Uma *Sequência de números reais* é uma função  $x: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida no conjunto  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  dos números naturais e tomando valores no conjunto  $\mathbb{R}$  dos números reais”. A definição de Lima (2012) traz alguns componentes que o autor entende serem necessários para as *Sequências* numéricas de números reais. “O valor  $x(n)$ , para todo  $n \in \mathbb{N}$ , será representado por  $x_n$  e chamado o *termo de ordem*  $n$ , ou *n-ésimo* termo da *Sequência*” (Lima, 2012, p. 100).

Se a *Sequência* numérica de números reais é uma função, então ela precisa ter *elementos* que se relacionam. Além disso, para caracterizar *Sequência* é necessário ordenar os termos. Portanto, com o decorrer da pesquisa, ao investigar o conceito, verifiquei que precisava recuar para os anos iniciais.

Em setembro de 2022, participei do VI Colóquio do GEPAPe EM REDE<sup>15</sup>, em que apresentei um trabalho na modalidade de comunicação oral. O texto apresentado se referia ao pré-projeto da pesquisa de mestrado, intitulado *Ensino Desenvolvidor e a História no Ensino de Matemática para apropriação dos conceitos científicos de Sequência e Série*. Na oportunidade, quando citei que o conceito de meu estudo se tratava de um conceito da Análise Matemática, disciplina do curso de Graduação (em meu caso, Licenciatura Plena em Matemática), uma professora de Pedagogia questionou: *Mas, por que apenas no Ensino Superior?* E

<sup>14</sup> No Brasil, a Educação Básica corresponde à Educação Infantil, Ensino Fundamental (1º ao 9º ano) e Ensino Médio (1º ao 3º ano).

<sup>15</sup> Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Atividades Pedagógicas. Ele é composto por núcleos de distintas regiões do Brasil e fizemos parte do núcleo de Santa Catarina.

rematou com a afirmação: *Lá no Ensino Fundamental, trato do conceito de Sequência já no primeiro ano.*

A fala da pedagoga foi muito importante, pois me fez pensar o que diferencia e o que aproxima o conteúdo de sua interpretação com aquele de meu estudo. Ou seja, o conceito de *Sequência* se apresenta nos anos iniciais? Se sim, quais tipos de *Sequência*? Como se apresentam? Para responder a essas questões, optei por fazer uma análise do livro didático adotado pelas escolas, principalmente na Rússia, cuja referência é o Sistema Elkonin-Davídov.

Diante do compromisso ao qual me propus, é necessário responder a uma pergunta: o que é *Sequência*? Isso porque analisar se tal conceito aparece no livro didático constitui-se em exigência para evidenciar com quais critérios buscarei a resposta. Ou seja, onde é possível “enxergar” o conceito de *Sequência*, no referido material didático, pois como vimos, a *Sequência* – por ser um conceito – não apareceria sozinha, desvinculada de outros, mas num contexto de sistema. Nesse caso, pressuponho que a investigação apontaria para o conceito matemático da *ordenação*, a relação entre grandezas e a organização do ensino delas.

Na escrita desta introdução, realizei reflexões com a intenção de mostrar ao leitor minha posição de crítica no que diz respeito à desvinculação entre os conceitos; portanto, como superar isso? E ainda, qual palavra dará nome a essa superação?<sup>16</sup> Como anunciei anteriormente, este foi um dos grandes desafios. Elaborei algumas hipóteses, e a resposta escolhida foi: nexos. Por isso, dediquei uma seção para tratar deles.

## 1.2 PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

Na presente pesquisa, o foco se volta a como são apresentadas as relações conceituais das *Sequências* numéricas nos primeiros anos escolares e, ainda, ao nível teórico em que estão organizadas em livros didáticos russos, adotados pelo Sistema de Ensino Elkonin-Davídov. Em consideração às inquietações citadas

---

<sup>16</sup> Essa pergunta é uma das que constituem uma necessidade mais ampla à elaboração da presente pesquisa, e, como dito anteriormente, nossas pesquisas se manifestam em um âmbito coletivo, por exemplo, no grupo de pesquisa, com orientações e discussões, no ambiente do Mestrado, etc. Isso significa que, para responder a essa pergunta e às seguintes, no restante do texto, ainda que tenha a responsabilidade de seu autor, utilizamos a primeira pessoa do plural.

nos parágrafos anteriores, elaboramos o nosso **problema de pesquisa**: que nexos conceituais se apresentam nas tarefas dos livros didáticos do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov no processo de apropriação do conceito de *Sequência*?

Por consequência, foi estabelecido o objetivo da pesquisa, qual seja: investigar os componentes genéticos dos nexos conceituais que se apresentam nas tarefas dos livros didáticos adotados no Sistema de Ensino Elkonin-Davídov que subsidiam a apropriação do conceito de *Sequência*.

Para responder à nossa pergunta central, adotamos alguns detalhamentos que constituíram os objetivos específicos: 1. Estudar o Sistema de Ensino Elkonin-Davídov; 2. Fundamentar e significar o que são os *nexos conceituais* que constituem o conceito de *Sequência* e suas manifestações no referido Sistema de Ensino; 3. Verificar, analiticamente, o que movimenta uma *Sequência*, bem como sua manifestação no Sistema Conceitual, ou seja, se a *Sequência* se apresenta em um sistema de conceitos, estudar quais conceitos o compõe e os seus nexos unificadores; 4. Investigar como a *ordenação* é desenvolvida nos livros didáticos dos anos iniciais.

### 1.3 COMO RESPONDER À PERGUNTA?

Nossa pesquisa se caracteriza como bibliográfica, com foco na organização do ensino de um conceito matemático e seus nexos no contexto de seu sistema. Em consonância com os nossos objetivos específicos, adotamos como referenciais a estudar: Caraça (1951), Aleksandrov, Kolmogorov, Laurentiev (1976) no que diz respeito aos fundamentos conceituais matemáticos; Villanueva e Borjas (2019) que tomam o conceito de *Sequência e Série* como centralidade; os livros didáticos russos adotados nas escolas do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov, em especial o livro de Davídov, Gorbov, Mikulina e Savelyeva (2022) para o primeiro ano escolar; Vigotski (2000), Leontiev (1978) e os textos de Davídov, reunidos na obra organizada por Shuare (1987), para o estudo dos fundamentos psicológicos e pedagógicos da Teoria Histórico-Cultural, base do Sistema Elkonin-Davídov de organização do ensino.

A forma com que lidamos com os nossos referenciais consistiu em três tópicos, admitidos como essenciais:

I) Leitura e síntese das obras que remetem aos conceitos fundamentais da Matemática, para nos apropriarmos do que se entende como *Sequência* em Matemática e seus nexos.

II) Estudo de como o Sistema de Ensino Elkonin-Davídov aborda a temática, por meio da resolução e análise das tarefas propostas no livro didático do primeiro ano escolar (o que está intimamente vinculado ao tópico I, ou seja, depende do que entendemos do conceito para enxergá-lo no livro didático russo).

III) Estudo da Teoria Histórico-Cultural e do Sistema Elkonin-Davídov de organização do ensino, por meio: das disciplinas escolhidas no curso de Mestrado, as quais trouxeram debates; das discussões e resenhas realizadas dos textos produzidos pelos estudiosos de nossa perspectiva teórica; das leituras adicionais que caracterizam as horas de cumprimento requeridas/proporcionadas pela concessão da bolsa de estudos PROSUC/CAPES; dos registros e sínteses das reuniões do GPEMAHC; das conversas semanais com o orientador e com membros do GPEMAHC e do grupo de pesquisa Teoria do Ensino Desenvolvidor na Educação Matemática (TEDMAT).

Com o estudo manifestado pelos três tópicos anteriores, produzimos sínteses de leituras, resenhas textuais, anotações de partes dos textos, etc. Isso serviu de material para a realização da exposição do nosso estudo, que passamos a organizar a partir de então.

## 2. AS BASES TEÓRICAS DA PESQUISA

A escrita da dissertação é movida por uma necessidade principal, a de colaborar com o novo, o que está por vir. Para tanto, neste capítulo trataremos das bases teóricas da nossa pesquisa, com uma breve análise do estágio atual da sociedade capitalista e possíveis superações envolvidas em nossa área, a Educação, em especial, a Educação Matemática.

Em um primeiro momento, na seção 2.1, faremos uma reflexão sobre a sociedade hodierna, com os problemas inerentes ao modo de organização capitalista e a necessidade de uma transformação social, que viria a desenvolver um novo tipo de pensamento.

A seção seguinte indica os pressupostos psicológicos que adotamos, os quais dão subsídios para pensar os problemas indicados no tópico anterior. Com essa elaboração, o objetivo é manifestar algumas teses da Psicologia Histórico-Cultural, o que corresponde à contextualização do Sistema Elkonin-Davídov para organizar o ensino.

A última seção revela o que se pressupõe acerca do conceito de *Sequência* de acordo com Caraça<sup>17</sup> (1951); Aleksandrov<sup>18</sup>, Kolmogorov, Laurentiev (1976); Villanueva e Borjas<sup>19</sup> (2019); Ávila<sup>20</sup> (2005); Boyer<sup>21</sup> (1974); Eves<sup>22</sup> (2004) e Ribnikov<sup>23</sup> (1987), relevantes autores no âmbito da produção do conhecimento em Matemática. Isso se justifica pois, se vamos investigar nos livros didáticos se determinado conceito se apresenta, é necessário explicar o que é considerado *Sequência* e quais critérios utilizamos para responder à questão.

---

<sup>17</sup> Bento de Jesus Caraça (1901 – 1948) foi um professor universitário, matemático, resistente antifascista e revolucionário comunista português.

<sup>18</sup> Aleksander Danilovich Aleksandrov (1912 – 1999) foi um matemático, físico e filósofo soviético.

<sup>19</sup> David Armando Zavaleta Villanueva e Santos Miranda Borjas são professores universitários brasileiros que lecionam nas disciplinas de Cálculo Avançado.

<sup>20</sup> Geraldo Severo de Souza Ávila (1933 – 2010) foi um professor brasileiro de matemática com produção na área da Análise Matemática.

<sup>21</sup> Carl Benjamin Boyer (1906 – 1976) foi um matemático e historiador estadunidense.

<sup>22</sup> Howard Whitley Eves (1911 – 2004) foi um matemático e historiador estadunidense.

<sup>23</sup> Konstantin Aleksevich Ribnikov (1913 – 2004) foi um matemático e historiador russo.

## 2.1 NECESSIDADE DE TRANSFORMAÇÃO SOCIAL E A RELAÇÃO COM A EDUCAÇÃO

Na sociedade da propriedade privada e da exploração da força de trabalho, a ideia de acumulação de capital é uma condição para o sucesso individual do ser humano. Em contraposição, na sociedade da partilha, o sucesso se apresenta com a socialização das condições mais desenvolvidas de vida que a humanidade produziu. Cada um dos tipos de organização social produz um tipo de consciência humana (Leontiev, 1978).

No caso do modo de produção, a sociedade da acumulação de capital – por exemplo a que conhecemos e vivenciamos – é também produtora de contradições antagônicas. De acordo com Suchodolski (1976, p. 23-24),

Nos seus *Manuscritos Econômico-Filosóficos*, Marx mostrou, numa violenta polêmica filosófica, como a propriedade privada desumaniza os homens através da exploração da força de trabalho humano, como dá origem a um mundo estranho e inimigo do homem e lhe inocula a ilusão de que há-de ser sempre um escravo do ambiente em que se encontra; impede-o de pensar que o homem pode e deve ser um criador consciente do seu próprio mundo, um criador de si mesmo.

Consequência dessa sociedade, como dissemos, são as contradições antagônicas do estado burguês. Dentro dele, há espaço, embora pequeno, para manifestação de garantias de direitos por parte da classe subalterna. O contexto brasileiro, por exemplo, prevê, na Constituição Federal de 1988, documento de um estado burguês, um título cujo conteúdo se refere à necessidade de garantir a ordem social, *que tem como foco o bem-estar e a justiça social*.

No art. 6º do referido documento, ficam estabelecidos alguns direitos sociais fundamentais, como a educação, a saúde, a segurança etc. Dito isso, cabe-nos algumas denúncias. A afirmação de Menezes e Matos (2023, p. 208) contribui conosco ao explicitar:

[...] ao considerarmos a literatura marxista e o conjunto de dados estatísticos produzidos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), identificamos que historicamente o trabalhador não tem tido a garantia de usufruir do rico acervo que vem sendo produzido pelo total do trabalho, para bem atender as suas necessidades de alimentação, abrigo (moradia e vestuário), saúde (física, psíquica e social), higiene (pessoal e da residência), educação, segurança, locomoção, comunicação, lazer e seguridade social, ou seja, das necessidades básicas.

Tomamos a citação no que se refere ao direito de todos e todas à alimentação, educação, segurança, saúde... e nos questionamos: essas “garantias” têm sido cumpridas?

Durante as últimas décadas, experimentamos, na condição de humanidade, um contexto de: **guerras** sobre guerras, geridas pelo imperialismo e financiadas por seus interesses (facilmente atribuídas à posse e exploração, geralmente relacionadas a expansões territoriais); **fome** que se manifesta de formas insaciáveis e nos são – ao mesmo tempo – explícitas e ocultadas/ignoradas por governos negacionistas (em uma desigualdade social colossal e cada vez maior); **educação** que continua a não ser para todos (quem tem mais possibilidades?). Trata-se de direitos constitucionais previstos, porém para os detentores dos meios de produção, assumem o caráter de privilégio e sonho quase impossível de ser concretizado pela maioria.

Entendemos as causas que geram esses problemas? Eles – dentre tantos outros que não mencionamos, por exemplo, o colapso ambiental ao qual nos encaminhamos – são uma grosseira síntese para contextualizar nosso lugar de fala, de seres humanos inquietos diante de tais condições.

Para Suchodolski (1976, p. 20), o mundo,

na realidade, é indubitavelmente um ‘mundo desumanizado’, um mundo onde se pretende viver e reproduzir-se exatamente como no mundo animal; um mundo onde o despotismo e o sistema de produção, o sistema da propriedade privada e da exploração dos homens há-de conduzir à sua própria destruição. Temos de nos opor – escreve Marx – à absurda idolatria deste mundo, assumir corajosamente a posição da ‘humanidade que pensa’ e colaborar no nascimento do novo mundo que está amadurecendo.

Mas, por que nos preocupamos com essas problemáticas, se a nossa referência de pesquisa é o modo de organização de ensino do sistema conceitual de *Sequência*, no âmbito do Sistema Elkonin-Davíдов?

A justificativa, mesmo traduzida rapidamente, é porque não comungamos com o estágio atual da sociedade capitalista que demonstra, Segundo Marx<sup>24</sup> e

---

<sup>24</sup> Karl Marx (1818 – 1883) foi um filósofo e revolucionário socialista alemão, um dos fundadores do materialismo Histórico-Dialético.

Engels<sup>25</sup> (2008), em sua história, ser uma sociedade das lutas de classe<sup>26</sup>. As referidas lutas se caracterizam por serem ininterruptas, ora disfarçadas, ora explícitas, que se apresentaram e se apresentam com as contradições: homem livre e escravo, patrício e plebeu, barão e servo, membro das corporações e aprendiz, em suma, opressores e oprimidos (Marx; Engels, 2008).

No que diz respeito à contradição “opressores e oprimidos”, Paulo Freire<sup>27</sup> a tomou como objeto para a escrita da obra *Pedagogia do oprimido*. Diante dessa contradição, Freire (2021) trata, dentre outras categorias, da liberdade, que por vezes se confunde com a manutenção do *status quo*. Expressa, portanto, críticas e denúncias da relação de opressão, reafirmando a farsa do conceito de “liberdade”.

O termo “liberdade”, para nós, é muito caro e exige maior cuidado. De acordo com Suchodolski (1976, p. 24) “o problema da libertação do homem constitui sempre para Marx o principal problema”. Portanto, se existia a necessidade de libertação, subentende-se que a condição posta não era a de liberdade.

E nós, somos livres? Qual lugar ocupamos na sociedade das lutas de classe e na relação de contradições citadas por Freire, Marx e Engels? Somos conscientes desse lugar? Nesse sentido, Freire (2021) apresenta discussões que teve durante sua atividade educativa no que concerne a essas perguntas. Uma delas diz respeito à preocupação com a “conscientização de uma situação existencial” e suas consequências.

Com relação às consequências dessa conscientização é que surgem escritas como a da presente dissertação. Na condição de professores e professoras, a preocupação em tomar consciência de nossa situação existencial ocorre com maior intensidade. Isso porque, de acordo com Nidelcoff (2004, p. 9), “nosso trabalho de professores desenvolve-se numa instituição – a escola – que cumpre um papel determinado dentro da estrutura social, sejamos ou não conscientes disso”. Portanto, conforme afirma a autora, trabalhamos com certo objetivo. Para Nidelcoff (2004), mesmo sem pensar nisso, estamos em processo para mudar a sociedade ou para

---

<sup>25</sup> Friedrich Engels (1820 – 1895) foi um filósofo e revolucionário socialista alemão, um dos fundadores do materialismo Histórico-Dialético.

<sup>26</sup> É de nosso conhecimento a existência do debate entre “luta” ou “lutas” de classe. Optamos pelo uso da palavra “lutas”, como se apresenta na tradução do livro *Manifesto do partido comunista* da editora Expressão Popular.

<sup>27</sup> Paulo Freire (1921 – 1997) foi um professor e pesquisador brasileiro, patrono da educação brasileira.

conservá-la tal qual ela se encontra. Nesse sentido, a autora esquematiza três tipos de professores: a) representantes do regime atual; b) professores e nada mais; c) professor-povo<sup>28</sup>. Incluímo-nos no terceiro caso, pois perspectivamos transformação social, não conservação, rumo a uma sociedade na qual a desigualdade é um problema e não a normalidade, como ocorre atualmente.

Consideramos importante o apresentado até aqui, pois, afinal estamos nos constituindo como professor. Então, para além de repensar nossas ações como pesquisador, é necessário expor nossas inquietações. Por que mudar a sociedade atual? Por que não nos contentarmos com o *status quo* e, assim, assumir uma posição conservadora?

Nós, jovens do Século XXI, muito provavelmente frequentamos, em algum momento de nossas vidas, a escola. Mas nem sempre foi assim. Até mesmo atualmente, há locais em que isso continua a não ser regra. Em nosso lugar de fala – estudante que mora próximo de escolas, que dispõe de alimentação, acesso à água potável, saneamento básico, que não sofre preconceitos de toda sorte e tem um lar para morar – é comum o acesso à educação, principalmente à Básica. Dito isso, importa expressar o entendimento referente a algumas das condições primárias para frequentar a escola.

Destacamos que, em nossa perspectiva teórica, Felipe (2021) toma as condições mencionadas como objeto de estudo. Um dos capítulos de sua obra é intitulado “Condições para a apropriação do conhecimento científico”. A preocupação aqui exposta indica a necessidade de um olhar histórico, também aos arredores, e refletir para quem o acesso à educação (não somente à Básica) foi e/ou é restrito. Além disso, postula a investigação das respectivas justificativas. Citamos a educação como um recorte, porém não é apenas isso que lhes é restrito.

Adotamos por base o pressuposto de que os estudantes, ao não disporem de comida em suas casas, por exemplo, por mais que estejam nos ambientes escolares, o motivo principal de suas idas aos referidos espaços não é a apropriação do conhecimento, mas o momento de satisfazer a necessidade de nutrir-se. Muitas vezes, pensamos que esses casos estão distantes de nós, mas seguramente essas hipóteses não são válidas. Quando nos envolvemos em projetos sociais, com

---

<sup>28</sup> No livro Nidelcoff (2004) aprofunda com maior sucesso o significado dos três tipos de professores.

finalidade de colaborar com pessoas carentes de condições objetivas, damos ouvido a outras condições reais de vida. No envolvimento nesse contexto, é possível perceber, por exemplo, que nem todas as crianças têm roupas adequadas para se proteger do frio. Isso não nos parece justo, mas é fenômeno comum em nossa atualidade.

Para Suchodolski (1976, p. 21),

A crítica à ordem social constituída e à sua classe dominante, a convicção de que a tarefa do pensamento humano consiste em desmascarar o mundo burguês e cooperar com a revolução que se anuncia e devolve a dignidade humana, tudo isto representa uma parte da luta política de Marx.

Então, na condição de professores, o que fazer? Nesse sentido, ao pensar como pano de fundo o papel da escola, do professor e, de modo mais abrangente, da Educação, é que evidenciamos nesta seção uma preocupação: **sob qual concepção de mundo entendemos que deve desenvolver-se o ser humano?**<sup>29</sup> Ou seja, para onde se quer ir, qual tipo de transformação é necessária?

Justificamos as perguntas anteriores com as seguintes manifestações: por que enquanto algumas crianças não têm sequer um agasalho, alguns seres humanos gastam milhões com um único relógio, ou bilhões em armamentos e munições para guerras? Ao escrever isso, a crítica principal não é para o humano, ou grupo de humanos em específico que faz o uso de tal prática, mas para a consciência humana que condiciona, permite e normaliza isso.

Parece-nos, pois, que os referidos seres não estão em nível de compreensão tal que os faça sentir-se mal ao realizar tais práticas. Isso confirma com maior rigor a necessidade de transformação. Mais perguntas emergem: e qual ser humano? Qual humanidade se quer formar? Qual ser humano enxerga a lógica exemplificada, no parágrafo anterior, como um absurdo, e, portanto, motivo para pensar uma outra lógica, que a supere?

É necessária uma nova consciência. Isso justifica a escolha da fundamentação teórica, o que implica uma concepção pedagógica e uma base psicológica para nosso seguimento docente. Nossa conclusão, na condição de professor, é: o modo de organização do ensino está relacionado com a sociedade que

---

<sup>29</sup> Pergunta central da seção 2.2.

almejamos. Para Davídov e Slobódchikov (1991, p. 118), “A escola e a sociedade são indivisíveis. A sociedade vive e se desenvolve tal como aprende. E aprende tal como quer viver”.<sup>30</sup>

A relação apresentada no parágrafo anterior une-se à *necessidade de transformação social* com *Educação* (preocupação manifestada no título desta seção). Essa relação surgiu, para nós, no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Extremo Sul Catarinense (Unesc). Nele, o professor Ademir Damazio, na disciplina de Didática da Matemática, trouxe-nos o texto de Fiorentini (1995) e, com base nele, dirigiu-nos o seguinte questionamento: *por que estudar?*

Naquela oportunidade, o referido professor nos colocou em investigação a ponto de percebermos que, para cada modo de conceber o ensino, nas tendências estudadas por Fiorentini (1995), a resposta para a pergunta seria diferente.

No caso da tendência *Tecnicista*<sup>31</sup>, por exemplo, de acordo com Fiorentini (1995, p. 15),

[...] é uma corrente de origem norte americana que, pretendendo otimizar os resultados da escola e torná-la “eficiente” e “funcional”, aponta como soluções para os problemas do ensino e da aprendizagem o emprego de técnicas especiais de ensino e de administração escolar. Esta seria a pedagogia “oficial” do regime militar pós-64 que pretendia inserir a escola nos modelos de racionalização do sistema de produção capitalista.

Não é essa a Pedagogia que apoiamos, pois, como dito, não queremos o que está aí, mas tornar possível, aos estudantes, o desenvolvimento do pensamento teórico. Quando isso ocorre, a perspectiva é de superar e não conservar, portanto fazer do mundo um lugar mais justo. Além de evidenciar essas questões, a disciplina de Damazio questionava: *é possível fazer isso por meio da Educação Matemática?*

Na Educação Matemática, a ênfase quando para as sínteses e não aos processos é um grande problema. Não se pode, por exemplo, dar menor relevância ao modo de desenvolvimento do pensamento matemático que aos resultados. Nesse caso, saberíamos o que fazer, mas não o porquê da forma que fizemos. Portanto, os

<sup>30</sup> “La escuela y la sociedad son indivisibles. La sociedad vive y se desarrolla tal como aprende. Y aprende tal como quiere vivir” (Davídov e Slobódchikov, 1991, p. 118).

<sup>31</sup> Fizemos aqui a relação com a tendência *Tecnicista* somente para efeitos de explicitação, para ajudar o leitor a entender, pois o debate entre as tendências não é o nosso foco.

acadêmicos verificavam a existência de tipos de pensamento que se manifestam, também, na Matemática.

Entre outras tendências que estudamos, a tendência intitulada Histórico-Cultural indica, segundo Damazio e Rosa (2013), uma diferença importante para a linha de raciocínio ilustrada no parágrafo anterior: a atribuição de significados, o que se apresenta contrário à tendência Tecnicista. Não entraremos em detalhes quanto a essa questão, uma vez que a intenção aqui é evidenciar um cenário que, em nosso caso, gerou o entendimento de que existem diversas formas de organização do ensino, denominadas por Fiorentini (1995) de “tendências”.

Os diferentes modos de organizar o ensino são resultado de uma base teórica, sejam esses consubstanciados em posições materialistas ou idealistas (Triviños, 1987); lógica dialética ou formal (Ambrosio, 2023); pedagogia estancada ou de colaboração (Davídov; Slobódchikov, 1991), por exemplo. Tais fundamentos geram, também, distintas formas de pensar, pois variam as finalidades, os objetivos e as metodologias.

De acordo com Netto (2011, p. 23), “A pesquisa – e a teoria que dela resulta – da sociedade exclui qualquer pretensão de ‘neutralidade’, geralmente identificada com ‘objetividade’.” Isso justifica a escolha dos autores nos quais nos fundamentamos e, em consequência, os fundamentos filosóficos e entendimento de humanidade. Assim, voltamos aos primeiros parágrafos desta seção, em que é elaborada a pergunta: qual humanidade se quer?

O texto de Netto (2011, p. 23) apresenta alguns indícios da sociedade que Marx e seus colaboradores não “queriam”. Um trecho, em especial, chama-nos a atenção ao afirmar que: “no modo de produção capitalista, a produção da riqueza social implica, necessariamente, a reprodução contínua da pobreza (relativa e/ou absoluta).” Parte-se do pressuposto de que Marx se referia combativamente ao capital e à sociedade burguesa. No entanto, a crítica não estava em existir a riqueza, mas que, no modo de produção capitalista, ela é concentrada nas mãos de poucos e sustentada com a exploração da força de trabalho dos trabalhadores. Se, sob essa forma de organização social, a pobreza é consequência de uma condição necessária, a exploração da força de trabalho, precisamos pensar o ensino com base em uma nova concepção. Ou seja, a educação se constitui em um dos mediadores da

formação cultural dos sujeitos para a possibilidade de superação desse modo de produção social.

De acordo com Libâneo (1992), a educação brasileira, pelo menos nos últimos 50 anos, tem sido marcada pelas tendências liberais, nas suas formas ora conservadora, ora renovada. Portanto, não nos parece justo pensar o ensino fundamentado em perspectivas liberais.

O termo liberal não tem o sentido de "avançado", "democrático", "aberto", como costuma ser usado. A doutrina liberal apareceu como justificativa do sistema capitalista que, ao defender a predominância da liberdade e dos interesses individuais na sociedade, estabeleceu uma forma de organização social baseada na propriedade privada dos meios de produção, também denominada sociedade de classes. A pedagogia liberal, portanto, é uma manifestação própria desse tipo de sociedade (Libâneo, 1992, p. 2).

Até que ponto é livre uma família que ganha um salário mínimo, no Brasil? Ou seja, como ser livre quando as escolhas possíveis são limitadas? Por exemplo: não há nada que me diga que eu não possa conhecer a Europa, ter um carro novo ou cursar uma graduação, mas sei que não possuo e não possuirei as condições objetivas para tal. Então, quão livre sou? Qual o significado de ser livre no modo de produção capitalista?

Existem algumas respostas possíveis para a pergunta anterior. Uma delas será com outra pergunta: o que é não ser livre, no modo de produção capitalista? Seria a situação imposta pelos sistemas prisionais, dita privação de liberdade ou situação de cárcere? Há um depoimento na obra de Marx (2021) revelador de uma comparação entre dietas de criminosos da Inglaterra com trabalhadores rurais. Marx cita o testemunho de John Smith, então diretor da prisão de Edimburgo:

"N. 5056: 'A dieta nas prisões inglesas é muito melhor do que a do trabalhador rural comum'. N. 5057: 'É um fato que os trabalhadores agrícolas comuns da Escócia raramente obtêm alguma carne'. N. 3047: 'O senhor sabe de algum motivo que obrigue a alimentar os delinquentes muito melhor (much better) do que os trabalhadores agrícolas comuns? – Certamente não'. N. 3048: 'O senhor considera adequado que se continue a fazer experimentos para aproximar a dieta de prisioneiros condenados a trabalho forçado à dieta de trabalhadores rurais livres?'"<sup>157</sup>"O trabalhador rural" – lê-se – "poderia dizer: eu trabalho duro e não tenho o suficiente para comer. Quando estava na prisão, não trabalhava tão duramente e tinha comida em abundância, e por isso para mim é melhor estar na prisão do que em liberdade"<sup>158</sup> (Marx, 2021, p. 919).<sup>32</sup>

<sup>32</sup> Não defendemos que a dieta dos "prisoneiros" precisasse ser de qualidade inferior.

O contexto apresentado põe os trabalhadores ditos “livres”, em condições alimentares ruins e, por vezes, na incapacidade de garantia de suas necessidades mais básicas. Embora o que Marx cita tenha ocorrido há quase 200 anos, não é raro tal testemunho ocorrer nos dias atuais. Um exemplo disso foi o ocorrido nos Estados Unidos, no ano de 2011: um senhor roubou um dólar para ser preso e, assim, receber o tratamento médico do qual precisava. O que fazer, então, para garantir essas necessidades humanas? Temos anunciado que apenas o trabalho não necessariamente as garante.

De acordo com Farias (2018), a existência do homem, no modo de produção capitalista, depende inteiramente da venda de sua força de trabalho ao capitalista. Ser *livre*, então, para vender sua força de trabalho? Assim sendo, refazemos nossa pergunta: é possível ser livre nessa forma de organização social?

Para os liberais, uma frase bastante conhecida é: “a sua liberdade termina onde começa a dos outros”. Para eles, então, o que é necessário para sermos mais livres? Nesse sentido, para que alguém seja “mais livre”, outrem será “menos livre”. Então, mesmo genericamente, temos uma resposta.

As direções adotadas por nós, até então, apresentam um conteúdo de crítica ao capitalismo. Como mencionamos nos parágrafos anteriores, os autores em que nos fundamentamos tiveram maior aprofundamento teórico e apresentam com maior sucesso as consequências e os desdobramentos sociais do referido modo de produção.

Apresentamos nesta seção uma síntese, isto é, alguns dos motivos que nos fazem entender a necessidade de uma transformação social. Ressaltamos que a nossa atuação como pesquisador e professor, de modo geral, consciente ou não, conduz a reforçar a reprodução do presente regime social ou a contribuir para a sua possível superação, ajudar o povo. Em resumo, não há neutralidade nos processos sociais e essa compreensão implica diretamente nos fundamentos filosóficos e psicológicos de nossa pesquisa, preocupada com a organização do ensino. Na próxima seção, dedicar-nos-emos a apresentá-los.

## 2.2 PRESSUPOSTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Apresentamos, na seção anterior, a necessidade de uma radical transformação social. Mas, qual sociedade queremos? Precisamos entender aonde queremos chegar, quais nossos objetivos e qual ambiente gostaríamos de ocupar. Em especial, sobre qual concepção de mundo entendemos que deve se desenvolver o ser humano. Essas foram preocupações presentes no contexto do surgimento da Teoria Histórico-Cultural. Neste espaço da dissertação, apoiamo-nos nelas.

Vale, aqui, repetir a relevante afirmação de Davídov e Slobódchikov (1991, p. 118): “A escola e a sociedade são indivisíveis. A sociedade vive e se desenvolve tal como aprende. E aprende tal como quer viver.”<sup>33</sup> Desse modo, as duas perguntas – “Que sociedade queremos?” e “O que queremos aprender?” – são inseparáveis. E ainda: transformar a sociedade significa também transformar a escola. Isso quer dizer, entre tantas outras coisas, superar o tipo de pensamento humano predominante da/na sociedade capitalista.

A Teoria Histórico-Cultural é a fundamentação teórica que, no contexto de ações revolucionárias, ajuda-nos a pensar tal transformação. Os seus autores nos dão subsídios para a formação de um novo homem (Davídov; Slobódchikov, 1991), uma nova humanidade com contribuições filosóficas, psicológicas e pedagógicas (ênfase de nossa pesquisa, o que se manifestará por meio do modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov, apresentado no capítulo 3).

O que temos chamado de “novo” originou-se em meados do século XIX. No entanto, continuamos a qualificá-lo dessa forma (a justificativa se dará na exposição da pesquisa, no capítulo 3). Com a palavra “origem” nos referimos aos fundamentos filosóficos da Teoria Histórico-Cultural, cuja matriz é a dialética materialista. Davídov (1978), ao indicar Lenin como referência, observa que nas obras de Karl Marx e Friedrich Engels foram aplicados e elaborados os princípios da dialética materialista como lógica e teoria do conhecimento<sup>34</sup>.

Uma das preocupações de Marx e Engels era as relações sociais com base no Capital, com suas implicações para a produção e reprodução da vida. Em

---

<sup>33</sup> “La escuela y la sociedad son indivisibles. La sociedad vive y se desarrolla tal como aprende” (Davídov e Slobódchikov, 1991, p. 118).

<sup>34</sup> Kopnin (1978) apresenta um texto intitulado A Concepção Marxista-Leninista da Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento.

consideração a isso, desenvolveram um método, uma lógica. De acordo com Lenin (1986, p. 301), “se Marx não deixou uma Lógica (propriamente dita), deixou, no entanto, a lógica de *O Capital*... no *Capital* estão aplicadas a uma mesma ciência a lógica, a dialética e a teoria do conhecimento.”<sup>35</sup>

A lógica de Marx e Engels caracterizou um “novo materialismo” que, em filosofia, veio a ser o materialismo Histórico e Dialético<sup>36</sup>. Consideramos importante situar que sob tal lógica se fundamenta a Psicologia Histórico-Cultural e, por isso, é válido ressaltar algumas teses.

A primeira é que o método de Marx considera o conhecimento teórico, aquele que vai além da aparência dada de forma imediata. A questão está em apreender somente as manifestações fenomênicas do objeto, da aparência imediata – que ocorre na atuação cotidiana – ou das relações essenciais do objeto, as quais só são possíveis por mediações simbólicas que não são necessárias no cotidiano. Também não é para aprender, por exemplo, apenas a contar que vamos para a escola. Por sua vez, a educação defendida por nós propõe muito mais do que ocorreria sem ela. Mais tarde, com esse debate no âmbito da Psicologia do desenvolvimento infantil, Vigotski<sup>37</sup> viria a discutir essa questão.

Para Davýdov (1982), o conhecimento teórico se opera mediante os conceitos científicos, nele os meios e os sistemas de relações se integram. Dito conhecimento constitui “uma idealização do aspecto fundamental da atividade prática-objetiva, a saber, da reprodução nele das formas gerais das coisas, de seu meio e de suas leis”<sup>38</sup> (Davýdov, 1982, p. 300).

Desse modo, a organização do ensino fundamentada na Teoria Histórico-Cultural se diferencia essencialmente por adotar como referência a tarefa de oportunizar um processo de apropriação de conceitos científicos<sup>39</sup>, promotor da

---

<sup>35</sup> “Si Marx no nos dejó una *Lógica* (con mayúscula), dejó en cambio *la lógica* de *El Capital*... En *El Capital*, Marx aplicó a una sola ciencia la lógica, la dialéctica y la teoría del conocimiento” (Lenin, 1986, p. 301).

<sup>36</sup> Não adentraremos nesse elo tão relevante no processo de exposição da presente obra. Tal decisão se justifica para que, dadas as condições objetivas, dediquemo-nos ao desenvolvimento do nosso objeto de estudo, no entanto, sem perder de vista tal matriz.

<sup>37</sup> Lev Semenovich Vigotski (1896 – 1934) foi um estudioso bielorrusso, com contribuições para a Psicologia e a Educação.

<sup>38</sup> “Dicho pensamiento constituye una idealización del aspecto fundamental de la actividad práctica-objetiva, a saber, de la reproducción en ella de las formas generales de las cosas, de su medida y de sus leyes” (Davýdov, 1982, p. 300).

<sup>39</sup> Trataremos desse conceito no capítulo 3.

aprendizagem do estudante, como condição para o desenvolvimento do pensamento teórico. Aqui, segundo Davídov e Slobódchikov (1991) e Davídov (1988), está a diferença em relação ao ensino tradicional – da pedagogia estancada balizadora da sociedade capitalista – que prima pelos conceitos ditados pela lógica formal, com vistas ao desenvolvimento apenas do pensamento empírico dos escolares. Este tipo de pensamento ocorre por via da aparência externa, movida por associações; por consequência, não traz a essência – a base genética – dos conceitos e seus nexos.

De acordo com Vigotski (2000), seu grande objeto de investigação é o “problema” do desenvolvimento dos conceitos científicos como uma das funções psicológicas superiores das crianças que se forma precisamente no processo de ensino escolarizado. Vigotski (2000) entende os conceitos científicos como concatenados uns com os outros<sup>40</sup>. Isso significa, para nós, um tópico indispensável no estudo da Teoria Histórico-Cultural e, por isso, essencial em nossa pesquisa.

Para Vigotski (2000, p. 294),

[...] o conceito científico pressupõe necessariamente outra relação com objetos, só possível no conceito, e esta outra relação com o objeto, contida no conceito científico, por sua vez pressupõe necessariamente a existência de relações entre os conceitos, ou seja, um sistema de conceitos.

Outro ponto basilar, principalmente no campo da pesquisa e produção de conhecimento, refere-se a como os marxistas concebem o mundo. Marx e Engels (1963, p. 195), com base nas premissas do pensamento de Hegel, trazem a ideia “de que não se pode conceber o mundo como um conjunto de coisas acabadas, mas como um conjunto de processos”.

Considerar o mundo como um conjunto de coisas inacabadas significa não vislumbrar limites para o conhecimento, por exemplo. Isso quer dizer negar a possibilidade de haver um momento no qual seja alcançado um nível que não necessite superação. Marx e Engels concebem o conhecimento como produção humana em processo de desenvolvimento, de devir.

No início do século XX surgiram estudiosos das obras de Marx e Engels nas diferentes áreas do conhecimento – Política, Filosofia, Psicologia, Educação – que aprofundaram estudos em temáticas específicas e, em alguns casos, criaram

---

<sup>40</sup> Dedicamo-nos a esse estudo na seção 3.1.

vertentes marxistas. Citamos, por exemplo, no caso da política: Lenin<sup>41</sup>, Trotsky<sup>42</sup>, Che Guevara<sup>43</sup>, Sanchez Vasquez<sup>44</sup> e Fidel Castro<sup>45</sup>. As contribuições desses pensadores, considerados com posicionamento político assumido explicitamente, também nos são caras, pois elas são válidas para a nossa prática como professores. Suas contribuições não ficaram apenas no campo político, mas possuem uma sustentação teórica, com implicações para as outras áreas do conhecimento. O mesmo ocorre na Filosofia, em que podemos destacar: Gyorgy Lukács<sup>46</sup>, Antonio Gramsci<sup>47</sup>, Enrique Dussel<sup>48</sup> e Caio da Silva Prado Junior<sup>49</sup>. Esses autores não são estudados apenas por outros filósofos.

Nossa referência nesta pesquisa são, especialmente, estudos da Psicologia Pedagógica e da Educação, no entanto sem abandonar as outras áreas, pois as entendemos como vinculadas, indissociáveis, mesmo que implicitamente. O professor, por exemplo, mesmo que sem ciência disso, de acordo com Nidelcoff (2004), age conforme a posição política assumida e, conseqüentemente, com o seu entendimento de ser humano e de sociedade.

No âmbito da Psicologia, não podemos deixar de citar, entre tantos outros, os autores: Lev Semenovich Vigotski<sup>50</sup>; Alexander Romanovich Luria<sup>51</sup> e Aleksis Nicolaevich Leontiev<sup>52</sup>. Eles se destacam por nos ajudar a pensar a superação que explicitamos ser necessária na seção 2.1. Isso porque consideram como preocupação atender às exigências de uma nova sociedade. É com esse sentido que, na especificidade da presente pesquisa, os autores da Psicologia trazem contribuição:

---

<sup>41</sup> Vladimir Ilyich Lenin (1870 – 1924) foi um revolucionário marxista e ex-presidente da Rússia soviética.

<sup>42</sup> Leon Trotsky (1879 – 1940) foi um intelectual marxista e revolucionário bolchevique soviético.

<sup>43</sup> Ernesto Guevara de la Serna (1928 – 1967) foi um revolucionário marxista e médico argentino.

<sup>44</sup> Adolfo Sánchez Vázquez (1915 – 2011) foi um filósofo, político, escritor e professor espanhol, viveu exilado no México.

<sup>45</sup> Fidel Alejandro Castro Ruz (1926 – 2016) foi um político e revolucionário cubano, ex-presidente de Cuba.

<sup>46</sup> Gyorgy Lukács (1885 – 1971) foi um dos mais influentes filósofos marxistas do século XX.

<sup>47</sup> Antonio Sebastiano Francesco Gramsci (1891 – 1937) foi um filósofo, escritor político, marxista.

<sup>48</sup> Enrique Dussel (1934 – 2023) foi um filósofo argentino que viveu exilado no México.

<sup>49</sup> Caio da Silva Prado Junior (1907 – 1990) foi um escritor e editor brasileiro.

<sup>50</sup> A escrita dos nomes dos autores varia conforme a referência adotada por consequência de tradução da língua russa para outras (espanhol, português, inglês).

<sup>51</sup> Alexander Romanovich Luria (1902 – 1977) foi um psicólogo soviético com contribuições para a Pedagogia.

<sup>52</sup> Aleksis Nicolaevich Leontiev (1903 – 1979) foi um psicólogo soviético que dedicou seus estudos à Teoria da Atividade.

eles investigam como se desenvolvem os seres humanos e, para tanto, estudam a formação de sua consciência e personalidade (Leontiev, 2021).

Embora possa parecer óbvio, para o leitor de nossa perspectiva teórica, que o ser humano se desenvolve, em determinado momento não nos foi. Por isso, consideramos importante esclarecer uma questão: **por que entendemos que o ser humano se desenvolve**, ao invés de, por exemplo, conceber o homem com suas capacidades pré-estabelecidas desde o seu nascimento? Afinal, há teorias que assim o concebem, como é o caso das concepções inatistas.

A esse respeito Davídov (1988, p. 115) ressalta que

Uma das principais debilidades da psicologia infantil e pedagógica tradicional consistia em que não examinava o pensamento do indivíduo como a função, desenvolvida historicamente por seu verdadeiro sujeito (a sociedade), que é assimilada pelo indivíduo.<sup>53</sup>

Leontiev (1978) se aplica com maior intensidade nessa questão no livro *O desenvolvimento do Psiquismo*, em que já no título nos permite verificar, mesmo antes de abri-lo, que a base desta obra se encontra na condição de que o ser humano se desenvolve. Nesse sentido, nossa pergunta começa manifestar razões.

Para situar o leitor no texto, é importante “dar um passo atrás” e verificar o lugar de fala de Leontiev. Segundo Puentes et. al (2019), Leontiev representa uma Teoria da Atividade que emerge da revolucionária perspectiva inaugurada por Vigotski. Isso faz com que o psicólogo se torne notável por suas contribuições no âmbito de uma nova psicologia, fundamentada nos pressupostos teóricos elaborados pelo Marxismo.

Vale esclarecer que Vigotski, por sua vez, promove uma mudança de compreensão para o conceito de “desenvolvimento”. No texto “Aprendizagem e Desenvolvimento Intelectual na Idade Escolar”, o autor esquematiza em três grupos as principais teorias, aquelas “[...] mais importantes referentes à relação entre desenvolvimento e aprendizagem na criança” (Vigotskii, 2017, p. 103). Após explicitar os três tipos de soluções propostas para a relação aprendizagem e desenvolvimento, ele procura uma nova solução para o problema.

---

<sup>53</sup> “Una de las principales debilidades de la psicología infantil y pedagógica tradicional consistía en que no examinaba el pensamiento del individuo como la función, desarrollada historicamente por su verdadero sujeto (la sociedad), que es asimilada por el individuo” (Davídov, 1988, p. 115).

Vigotskii (2017) não se limita à ideia de maturação, mas investiga o vínculo existente entre desenvolvimento e aprendizagem e observa que o desenvolvimento não ocorre como processo autônomo, que não é influenciado, independentemente do processo de aprendizagem. Verifica que ambos os processos estão ligados entre si desde os primeiros dias de vida da criança. Essa relação nasce do complexo de inter-relações entre a criança e as pessoas que a rodeiam, e isso possui significado bastante importante para entender o ser humano segundo fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. Sua base está na atividade com fim consciente de produção de objetividades para a satisfação de determinada necessidade. Portanto, o desenvolvimento passa a ser compreendido como a possibilidade de solucionar as tarefas que se lhes apresenta a cada situação objetiva.

Dentre as contribuições de Vigotski para a educação escolar, exemplificamos com uma atitude do autor no âmbito da avaliação do nível escolar dos estudantes. Vigotskii (2017) criou dois conceitos que são característicos para um novo tipo de “indicação de desenvolvimento psicointelectual da criança”, aos quais chamou de: I) *nível do desenvolvimento efetivo*, que diz respeito ao que se conseguiu como resultado de um específico processo de desenvolvimento já realizado pela criança; II) *Zona de Desenvolvimento Proximal*, também chamada de *Área de Desenvolvimento Potencial* ou *Zona de Desenvolvimento Iminente*, que corresponde ao nível das tarefas que podem ser realizadas com auxílio dos adultos (Vigotskii, 2017).

Para Vigotski é necessário desenvolver o que falta ao estudante,

Um ensino orientado até uma etapa de desenvolvimento já realizado é ineficaz do ponto de vista do desenvolvimento geral da criança, não é capaz de dirigir o processo de desenvolvimento, mas vai atrás dele. A teoria do âmbito de desenvolvimento potencial origina uma fórmula que contradiz exatamente a orientação tradicional: o único e bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento (Vigotskii, 2017, p. 114).

O desenvolvimento das funções psíquicas superiores das crianças é uma condição exclusivamente humana, formada no decurso histórico do gênero humano (Vigotskii, 2017). A esse respeito, vale lembrar dos termos *aparecimento da consciência humana* e *desenvolvimento histórico da consciência*, escolhidos por Leontiev (1978), que ilustram alguns dos processos que nos constituem. De acordo

com Leontiev (1978, p. 95), “A consciência humana não é uma coisa imutável”, o que evidencia um ser em desenvolvimento.

Para entender o estágio atual de desenvolvimento de nossa espécie, é que se investiga, na história, o que fez com que chegássemos até aqui. De acordo com Leontiev (1978, p. 76), “a hominização dos antepassados animais do homem se deve ao aparecimento do trabalho e, sobre esta base, da sociedade.” Com isso, o trabalho significa a primeira condição para a existência do ser humano, ou seja, é o fundamento ontológico do ser social (Lukács, 2012).

Ao investigar o processo de desenvolvimento do ser humano, Leontiev (1978) entende que o aparecimento e desenvolvimento do trabalho acarreta a transformação e hominização do cérebro, dos órgãos de atividade externa e dos órgãos dos sentidos. À medida que o trabalho se desenvolvia, o cérebro humano e seus órgãos dos sentidos se aperfeiçoavam. Uma condição essencial para isso foi a existência de uma determinada espécie que vivesse em grupo e apresentasse formas suficientemente desenvolvidas de vida em comum (Leontiev, 1978).

Até aqui explicitamos subsídios para a compreensão do ser humano como ser em desenvolvimento. Entraremos, nos próximos parágrafos, em um novo constituinte peculiar ao humano, algo que é produto desse ser: o conhecimento.

De acordo com Sforzi (2004, p. 86), “O homem que nasce hoje em quase nada se diferencia de seus antepassados”. Porém, o ser humano de centenas de milhares de anos atrás marcava em rochas a quantidade de dias que se abrigou em determinada caverna. Mais tarde, registrou algum tipo de mensuração de distâncias planetárias e, mais recentemente, chegou a medir a velocidade da luz<sup>54</sup>. Então, o que mudou? A diferença está essencialmente em suas condições de vida, suas **relações sociais**. De acordo com Davídov (1988, p. 42), “A essência do homem é o conjunto das relações sociais”<sup>55</sup>. Portanto, nessa perspectiva, a Matemática, por exemplo, entendida como uma ciência elaborada pelo homem, surge por consequência das necessidades que se apresentaram à humanidade.

Segundo Leontiev (1978, p. 115), “a primeira condição de toda atividade é a necessidade”. No caso da Matemática, por exemplo, desde os registros iniciais de

---

<sup>54</sup> No que respeita à velocidade, uma situação com que a humanidade se deparou foi a de medi-la em determinado instante. A medição da velocidade instantânea se tornou possível com o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral, principalmente, pelas contribuições de Isaac Newton (1643-1727).

<sup>55</sup> “La esencia del hombre es el conjunto de las relaciones sociales” (Davídov, 1988, p. 42).

contagem – de acordo com Eves (2004), datados de 50000 a. C. – até então, muitos outros conceitos foram elaborados, e tanto mais complexo ficou o conhecimento matemático humano.

Nesse sentido, o movimento de complexificação se justifica, pois inicialmente (na história) a preocupação da humanidade com seus registros, que vieram mais tarde a ser chamados de números, era principalmente de contagem e medição (Boyer, 1974). No entanto, no século XX, por exemplo, o cenário mundial expressava, entre outras, as seguintes questões: como viajar para a lua; como entender ou representar geometricamente dimensões superiores à terceira; a medição de coisas infinitamente grandes ou infinitamente pequenas; o surgimento de grandes indústrias de meios de transporte (nos âmbitos terrestres, marítimos e até mesmo aéreos).

Vale destacar que mesmo as tentativas mais complexas – por exemplo, o ato de expressar o resultado da medição da velocidade da luz – se tornaram possíveis porque a humanidade em algum momento do passado elaborou os números.

O entendimento de ser humano – ilustrado até aqui – torna condição, para nós, professores, pensarmos o ensino para este ser: social e histórico, portanto, em desenvolvimento. Segundo Puentes et. al (2019), foi com esse pensamento que Vigotski e Rubinstein, ao se preocuparem com a relação entre aprendizagem e desenvolvimento, delimitaram o conceito que mais tarde veio a ser chamado com o termo *развивающее обучение*. Isso significa uma síntese, a qual expressa a organização na perspectiva Histórico-Cultural cujo foco é a relação entre ensino e aprendizagem que promove o desenvolvimento dos alunos.

Segundo Puentes et. al (2019, p. 35), “um dos problemas com os quais a concepção psicológica e pedagógica desenvolvimental teve que lidar nessas décadas de surgimento, reconhecimento e aceitação está relacionado às traduções realizadas no ocidente [...]” para o termo *развивающее обучение*. Para a língua portuguesa, o termo é traduzido como “aprendizagem desenvolvimental”, “ensino desenvolvimental” ou “ensino desenvolvente”. No livro citado, tem-se maiores aprofundamentos no que diz respeito às justificativas para cada tradução. Vale destacar que os debates que surgiram no âmbito da escolha da palavra que melhor dê significado para o termo *обучение* ocorrem porque não há, na língua portuguesa, uma palavra que expresse a unidade ensino-aprendizagem, ou seja, as ações inter-relacionadas entre professor

e aluno. No idioma russo, o termo *обучение* compreende em unidade o ensino e a aprendizagem, ou seja, as ações do professor e do estudante.

Em vista disso, cabe destacar que o tema *развивающее обучение* é tratado<sup>56</sup> com maior destaque no capítulo 3, que se refere ao modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov. Esse Sistema sustenta a nossa análise, elaborada com base em uma fonte principal de dados, que são as tarefas do livro didático russo de Davídov, Gorbov, Mikulina e Salevieva, datado do ano de 2022.

Nossa preocupação, aqui, é apresentar brevemente que o conceito *развивающее обучение* aparece e assume a forma experimental nos estudos de Zankov<sup>57</sup>, Galperin<sup>58</sup>, Elkonin<sup>59</sup> e Davídov<sup>60</sup>, nas décadas de 1960 e 1970. Para Puentes et. al (2019), esses autores são os mais representativos e interpretam de diferentes maneiras a sua matriz teórica comum. No entanto, a referência de nossa pesquisa são os dois últimos, os quais representam um modo de organização do ensino, dentre outros existentes<sup>61</sup>: o Sistema Elkonin-Davídov.

Antes, exporemos na seção 2.3 as ideias conceituais de outro componente do nosso objeto de estudo que se caracteriza como base teórica para a pesquisa, qual seja: o conceito de *Sequência*. Para tal, não perdemos de vista a compreensão de que se trata de uma produção humana e, como tal, está em processo de devir, mas na atualidade atingiu um nível de complexidade a ser evidenciado, pois ele será uma referência na organização do ensino. Nossa preocupação a esse respeito se respalda na afirmação de Davídov (1988) de que o aluno, desde o primeiro momento de sua trajetória escolar, para se desenvolver em atividade de estudo, precisa se apropriar dos conceitos em seu mais alto nível de sistematização. Isso porque, em tal estágio, carrega a relação essencial caracterizadora de um conhecimento teórico. Por sinal, esse é um dos aspectos que diferencia a pedagogia da colaboração – própria para uma nova sociedade – da pedagogia estancada – peculiar às relações sociais da atualidade.

---

<sup>56</sup> Adotamos como preferencial a palavra Ensino, com base na leitura da obra de Davídov (1988).

<sup>57</sup> Leonid Vladimirovich Zankov (1901-1977) foi um psicólogo soviético.

<sup>58</sup> Piotr Yakovlevich Galperin (1902-1988) foi um médico e psicólogo soviético.

<sup>59</sup> Daniil Borissowitsch Elkonin (1904-1984) foi um psicólogo e filósofo soviético, um dos fundadores do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov.

<sup>60</sup> Vasily Vasilyevich Davídov (1930-1998) foi um psicólogo e filósofo soviético, um dos fundadores do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov.

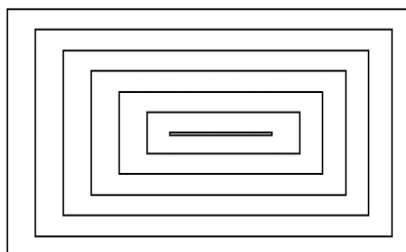
<sup>61</sup> Para Puentes (2019), os Sistemas Didáticos mais representativos, inspirados nas obras de Vigotski, Rubinstein e Leontiev, são: Zankoviano, Galperin-Talizina e Elkonin-Davídov.

## 2.3 O CONCEITO DE SEQUÊNCIA

Nosso terceiro objetivo específico – estabelecido para o desenvolvimento do presente estudo – foi verificar o que movimenta uma *Sequência*, bem como sua manifestação no Sistema Conceitual, ou seja, como ela se apresenta em um sistema de conceitos, enfim, estudar quais conceitos compõem esse sistema.

Nesta seção, comprometemo-nos a dialogar com a pergunta: **o que é *Sequência*?** No movimento de investigação para a elaboração de uma possível resposta, recorreremos a estudiosos que servem de base para a pesquisa em Educação Matemática. Nesse sentido, articulamos: I) obras que tratam dos conceitos fundamentais da Matemática; II) livros didáticos; III) materiais utilizados nos cursos de análise real; IV) livros de História da Matemática. Apresentamos as obras nos parágrafos seguintes, orientados por algumas questões do tipo: Qual o conteúdo do conceito de *Sequência*? Quando alguma coisa é ou não *Sequência*? Por exemplo, a Figura 1, é uma objetivação do conceito de *Sequência*?

*Figura 1. Isso é Sequência?*



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

A Figura 1 representa um conjunto de desenhos. Quando a observamos, entendemos que ela representa uma *Sequência*? Se sim, que tipo de *Sequência*?

Na presente investigação, o foco é para as *Sequências* numéricas. De modo geral, as *Sequências* numéricas, compartilham componentes que constituem o seu conceito. Apresentamos essa caracterização fundamentados nas obras com as quais estabelecemos diálogo. Dentre elas, estão as que tratam da História da Matemática. Mediante o seu estudo, questionamo-nos: como o conceito de *Sequência* foi desenvolvido historicamente pela humanidade? Além disso, temos outra pergunta, comum em estudos de caráter histórico: quando?

De acordo com Eves (1997), uma questão que se impõe ao fazermos qualquer estudo cronológico no que se refere ao desenvolvimento da matemática é por onde começar. Em caráter de ilustração, Eves (1997, p. 25) questiona:

Deve-se iniciar com as primeiras deduções sistemáticas em geometria, tradicionalmente creditadas a Tales de Mileto, por volta de 600 a. C.? Ou se deve recuar mais no tempo e iniciar com a obtenção de certas fórmulas de mensuração feitas pelas civilizações pré-helênicas da Mesopotâmia e do Egito? Ou se deve recuar ainda mais no tempo e iniciar com os primeiros esforços tateantes feitos pelo homem pré-histórico visando a sistematização das ideias de grandeza, forma e número?

Com as *Sequências* numéricas – nosso objeto de estudo – não é diferente, pois as entendemos como uma elaboração humana, produzida historicamente, portanto, surgida a partir de necessidades vivenciadas pela humanidade. Nos parágrafos posteriores a este capítulo, apresentamos o que são as *Sequências* numéricas, o conteúdo de seu conceito. No entanto, neste momento do texto, em que a preocupação é histórica, vale adiantar que uma necessidade presente na sua elaboração conceitual é a característica da *ordenação*. É necessário ressaltar, ainda, que a ordenação, no estágio atual da matemática, é produzida com referência aos números naturais (1, 2, 3, ...): primeiro (1º), segundo (2º), terceiro (3º), ...

De acordo com Caraça (1951), os números naturais surgiram de uma operação elementar da vida individual e social, a necessidade de contagem. Para Eves (1997), a humanidade há 50000 anos é capaz de contar e isso é resultado de esforços humanos ocasionados por situações variadas. Mesmo em época primitiva, havia a necessidade de algum senso numérico, seja para reconhecer grupos de objetos, mais e menos, como para manter o controle de um rebanho de carneiros, por exemplo. Ao mesmo tempo, tornou-se necessário organizá-la, expressar o resultado das variadas comparações entre objetos do mundo cotidiano.

Tais manifestações nos dão subsídios para responder nossa pergunta anterior, “quando?”, pois entendemos que o conceito de *Sequência* é tão antigo quanto o conceito de número e seus sistemas de numeração. Nesse sentido, Eves (1997, p. 25) entende que “usualmente se considera como a matemática mais antiga aquela resultante dos primeiros esforços para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e número”, com o foco para o surgimento, no homem primitivo, do processo de *contar*.

Eves (1997), ao citar os primeiros esforços da humanidade que dizem respeito às grandezas e formas, faz referência aos métodos de sistematização. O autor inicia a obra com o debate referente ao conceito de número e ao processo de contagem, pois considera as necessidades de contagem e de medição como básicas para o desenvolvimento da matemática. Assim como Eves, Boyer (1974, p. 1) entende que “boa parte do que hoje se chama matemática deriva de ideias que originalmente estavam centradas nos conceitos de número, grandeza e forma”.

Com a necessidade de medição das grandezas e os problemas que as envolviam, emergiram esforços para o desenvolvimento do conhecimento matemático em muitas épocas e civilizações. A origem dos conceitos e a sua manifestação ocorre em cada contexto e povo com possibilidades distintas, relacionadas a variados tipos de inquietações. Mesmo assim, suas elaborações resultantes podem ser unidas, com aplicações também em campos diversos, pois a gênese é comum, a relação entre grandezas.

Prova disso são os seguintes exemplos: houve elaborações no campo da Geometria que surgiram no Egito para superar as dificuldades impostas pelas cheias dos rios, algo imprescindível para época, que avançaram na direção de um enorme compilado de considerações nesse âmbito da matemática; na Grécia, em outro momento, houve a preocupação de calcular a circunferência da Terra, inclusive com a superação dos métodos de medições egípcias; mais recentemente, no contexto europeu, das preocupações voltadas ao estudo do movimento, como a velocidade (média e instantânea), novos tipos de medições geraram avanços para outras formas de conhecimento matemático, o que reafirma a importância do ato de medir.

Mencionamos as necessidades primitivas de contagem e de medição e os esforços da humanidade para sistematizar tais processos. Uma delas se refere à ideia de *ordenação*: primeiro, segundo, terceiro, quarto e assim por diante, que é íntima da temática específica de nossa pesquisa. Como dito, consideramo-la tão antiga quanto o próprio conceito de número, pois o conjunto dos números naturais, por exemplo, também segue determinada *ordem* e podemos organizá-los como uma *Sequência* numérica.

Para Ribnikov (1987, p. 20), “A história das matemáticas no período de seu surgimento é praticamente inseparável de toda a história da humanidade”. Nesse sentido, conforme a humanidade evoluía, juntamente ao aprimoramento de suas

ferramentas, seu desenvolvimento enquanto grupo, e seu nível de desafios, todo o resto também era modificado. No caso das *Sequências* numéricas, por exemplo, há possibilidade de tratá-las, enquanto história, em registros obtidos de diversos povos, tomando casos particulares, que atendem necessidades humanas específicas, para explicitar o quão antigo, complexo e interligado é o seu estudo.

Suponhamos uma ocasião em que um grupo de determinado povo primitivo, de posse do fogo, planeja sair para caçar e depois voltar para o entorno da fogueira. O grupo se divide, com um critério: os mais jovens caçam mais longe, os mais velhos, mais perto. Qual o entendimento deles diante dessa situação? Eles têm consciência de que a divisão feita por eles segue uma organização na qual as distâncias percorridas acontecem em função das idades? Eles usam a linguagem de “primeiro grupo de pessoas”, “segundo grupo de pessoas”, “terceiro grupo de pessoas”, e assim sucessivamente? Talvez não, mas trazem implicitamente, componentes conceituais do conceito de *Sequência*.

Inicialmente, as *Sequências* surgiram como resultado da organização de *elementos*, seja para organizar grupos de objetos ou, mais tarde, para ordenar determinada expressão de relações entre grandezas, com números. Portanto, esse conceito se apresenta, no estudo da história, em inúmeros contextos, épocas e civilizações. Isso fez nos questionarmos se há registros de estudos, por esses povos, mais específicos do conceito estudado em nossa pesquisa, que tipos de *Sequência* numérica conheciam, qual o nível de compreensão relacionado a ela.

Boyer (1974) e Eves (1997) colocam os povos egípcios no início de seus livros, em que o conceito de *Sequência* está intimamente relacionado a outros conceitos: progressão geométrica, progressão aritmética, potenciação, sistemas de numeração, proporcionalidade, infinito etc. Através de registros arqueológicos referentes ao Egito Antigo é possível verificar essa relação, principalmente com a interpretação dos papiros mais famosos, o de Moscou e o de Rhind.

Como anunciamos no início de nossa exposição, os conceitos são vinculados uns aos outros, entendimento condicionante para investigar as *Sequências* no referido contexto, pois torna o seu conceito tão antigo quanto outros. No caso dos sistemas de numeração, em vista do que escrevemos no capítulo 1 sobre a implicação conceitual que o estudo deles tem para o conceito de potenciação, possibilidades de análises surgem para a situação egípcia, representada na Figura 2:

Figura 2. Problema 79 do Papiro de Rhind

| Bens             |        |
|------------------|--------|
| Casas            | 7      |
| Gatos            | 49     |
| Ratos            | 343    |
| Espigas de trigo | 2 401  |
| Hecates de grãos | 16 807 |
|                  | <hr/>  |
|                  | 19 607 |

Fonte: Eves (1997, p. 75).

O problema 79 do Papiro de Rhind (Figura 2) foi inicialmente interpretado pelos historiadores como uma situação em que facilmente se reconheciam as cinco primeiras potências de sete, ou, o que para nós mais importa, aquilo que pode ser lido como os cinco primeiros termos de uma *Sequência* de elementos. Entretanto, nosso interesse não está restrito para esse conceito, mas a ele e sua vinculação com outros, por isso, vale citar a existência de uma outra interpretação, que extrapola a relação conceitual de *Sequência*, na direção de uma soma. De acordo com Eves (1997, p. 75), em 1907,

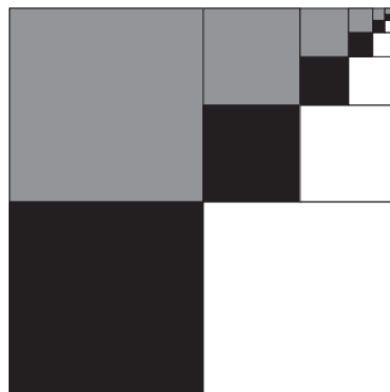
[...] o historiador Moritz Cantor deu uma interpretação mais interessante e mais plausível. Ele viu no problema um precursor de um popular problema da Idade Média e que figura no Liber acabi (1202) de Leonardo Fibonacci. Dentre os muitos problemas dessa obra há o seguinte: “Há sete senhoras idosas na estrada de Roma. Cada senhora tem sete mulos; cada mulo transporta sete sacos; cada saco contém sete pães; com cada pão há sete facas; para cada faca há sete bainhas. Entre mulheres, mulos, sacos, pães, facas e bainhas, quantos estão na estrada de Roma?”

De acordo com Eves (1997), a interpretação de Cantor remete à possibilidade de que o problema original do papiro Rhind poderia, então, receber uma formulação do seguinte tipo: “Uma relação de bens consistia em sete casas; cada casa tinha sete gatos; cada gato comeu sete ratos; cada rato comeu sete espigas de trigo; e cada espiga de trigo produzia sete hecates de grãos”. E por fim, questionar: “Casas, gatos, ratos, espigas de trigo e hecates de grãos, quanto havia disso tudo?” (Eves, p. 76, 1997). A pergunta, colocada ao final da situação, acrescenta uma preocupação rica de conteúdo, que inclui avanços em relação a uma soma, pois a partir do momento que a pergunta se fez, a questão não é apenas para a *Sequência* finita de *elementos* (7, 49, 343, 2401, 16807) mas a sua somatória.

A soma dos termos das *Sequências* não se restringiu para as finitas, pelo contrário, desse movimento surgiu uma necessidade nova, motivo de superação para os matemáticos. A resposta para isso novamente evidencia a relação com outros conceitos, dessa vez, um em especial que causou profundos debates filosóficos, o conceito de limite. Para isso, fazemos referência a um outro povo tratado nos livros de História da Matemática com muita atenção, o grego.

De acordo com Gonzáles (2018, p. 150), “O conceito intuitivo de limite já havia aparecido desde as matemáticas gregas”<sup>62</sup>. Isso ocorreu com a possibilidade de demonstrar o cálculo de uma soma infinita, feito por Arquimedes. Para exemplificar a possibilidade de resolver uma questão desse tipo, vejamos uma soma de termos infinitos e a sua representação geométrica, conforme a Figura 3. De acordo com Gonzáles (2018, p. 150), “diz-se que Arquimedes pôde calcular a soma infinita  $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots$ , cujo valor, no limite, é  $\frac{1}{3}$ .”<sup>63</sup>

Figura 3. Limite de uma soma de termos infinitos



Fonte: Gonzáles (2018, p. 151).

A imagem trata de uma demonstração geométrica do resultado do limite, pois as áreas das figuras retangulares com superfícies pretas representam  $\frac{1}{3}$  da superfície total. “Se o quadrado é de área 1, a equina inferior esquerda (em preto) tem área  $\frac{1}{4}$ . O seguinte quadrado preto tem área  $\frac{1}{16}$ , o seguinte  $\frac{1}{64}$ , e assim

<sup>62</sup> “El concepto intuitivo de límite ya había aparecido desde las matemáticas griegas” (Gonzáles, 2018, p. 171).

<sup>63</sup> “De Arquímedes se dice que pudo calcular la suma infinita  $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots$ , cuyo valor, en el límite, es,  $\frac{1}{3}$ ” (Gonzáles, 2018, p. 171).

sucessivamente. É fácil ver que a área cinza é igual à área preta na figura, e igual à área branca”<sup>64</sup> (Gonzáles, 2018, p. 151). Para o autor, esse é um exemplo do método exaustivo, também conhecido por método da exaustão, utilizado por Arquimedes, que na realidade se trata de um modo de cálculo do limite feito intuitivamente.

Outro matemático que contribuiu com métodos para obtenção de somas infinitas foi Leonardo de Pisa (Fibonacci), que nossa breve viagem pela História da Matemática não poderia deixar de mencionar. Ele se caracteriza como um matemático especial, devido ao nosso objeto de estudo<sup>65</sup>, e é considerado por Ramos (2013, p. 24) “o matemático europeu mais original e capaz do período medieval”. Filho de pai comerciante, Fibonacci foi um viajante e visitou várias regiões e países, como Sicília, Egito, Espanha mulçumana, Grécia e, dessa forma conheceu, nestes lugares, diversas culturas.

Um dos resultados de suas viagens diz respeito ao seu contato com professores islâmicos e a matemática árabe, que era mais desenvolvida que a matemática praticada na Europa Ocidental. Nesse contexto, ele aprendeu o sistema de numeração indo-arábico, o qual considerou mais prático do que outros, inclusive o romano. Uma das questões que o torna renomado é ser o responsável por introduzir tal sistema na Europa (Ramos, 2013); outra por ter contribuído com métodos para obtenção de somas de séries, ambas apresentadas no seu livro *Liber Abacci*<sup>66</sup>. Mais uma questão o faz ser conhecido pelos matemáticos, a *Sequência* numérica que recebeu o seu nome.

A *Sequência* de Fibonacci é uma sucessão numerável, obtida com o resultado da situação problema sobre a reprodução de coelhos, proposta por ele no referido livro. Segundo Ramos (2013, p. 25),

O Liber Abacci apresenta em seu Capítulo 12, o seguinte problema: “Um homem pôs um par de filhotes de coelhos num lugar cercado de muro por todos os lados. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir desse par em um ano se, supostamente, todo mês cada par dá à luz a um novo par, que é fértil a partir do segundo mês?

<sup>64</sup> Si el cuadrado es de área 1, la esquina inferior izquierda (en negro) tiene área  $\frac{1}{4}$ . El siguiente cuadrado negro tiene área  $\frac{1}{16}$ , el siguiente  $\frac{1}{64}$ , y así sucesivamente. Es fácil ver que el área gris es igual al área negra en la figura, e igual al área blanca (Gonzáles, 2018, p. 151).

<sup>65</sup> Por isso nos ateremos um pouco mais a ele.

<sup>66</sup> Primeiro dos três livros escritos por Leonardo de Pisa (Fibonacci), publicado em 1202.

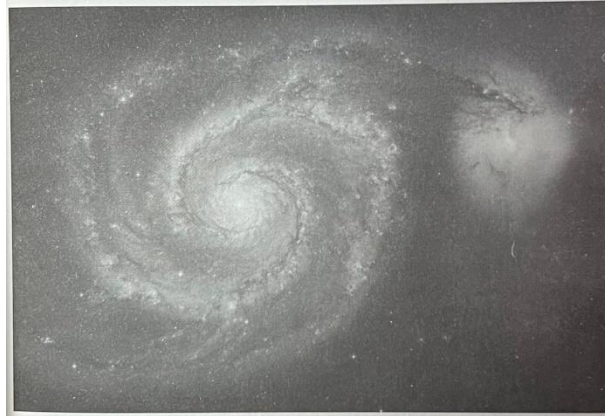
Caso obtenhamos algumas condições específicas, inexistência de mortes de coelhos ou migração de coelhos (de dentro pra fora ou de fora pra dentro), sua generalização pode ser descrita numericamente da seguinte forma: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...,  $f_{n-2}$ ,  $f_{n-1}$ ,  $f_n$ , ..., onde,  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ , com  $n > 2$  e  $f_1 = f_2 = 1$  (Ramos, 2013). Para o autor, “essa relação define, por recorrência, uma Sequência de números naturais, chamada Sequência de Fibonacci, cujos termos são chamados de Números de Fibonacci” (Ramos, 2013, p. 27).

A *Sequência* particular a que nos referimos diz respeito a uma produção famosa, principalmente por suas implicações aritméticas e geométricas, até mesmo em outros cenários do conhecimento. Para Ramos (2013, p. 27), o que mais impressiona

é o fato de que esses números aparecem na geometria, na Teoria dos Números, na genética, assim como surgem, inesperadamente, em fenômenos aparentemente desconexos, tais como, na distribuição das sementes dentro de um girassol, na árvore genealógica de um zangão e na relação com o Número de Ouro.

Visto que nossa preocupação na presente pesquisa está relacionada com os nexos, a citação anterior nos apresenta algo interessante. Notamos que os Números de Fibonacci são vistos em outros ambientes. É possível fazer uma leitura de várias situações com eles, no entanto uma condição é necessária: conhecê-los. Com isso reafirmamos que, conforme do que nos apropriamos, temos condições (ou não) de extrapolar relações imediatamente dadas. A nossa compreensão de uma elaboração da matemática, por exemplo, da *Sequência* de Fibonacci, torna possível enxergá-la em outros ambientes, como no caso das flores, das galáxias (Figura 4) ou, até mesmo, como dito antes, da árvore genealógica de um zangão.

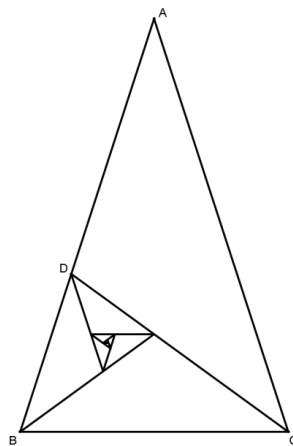
*Figura 4. Galáxia Espiral*



Fonte: Hawking (2015, p. 57).

Um dos motivos pelo qual é possível identificar os números de Fibonacci em contextos distintos diz respeito à conexão entre eles com uma propriedade, a da razão áurea. Essa relação é encontrada quando atribuímos uma especificidade, na qual a razão entre dois termos consecutivos da *Sequência* de Fibonacci tende para um número especial, a que chamamos *Número de Ouro*, quando  $n$  tende ao infinito. Dela emergem retângulos, triângulos e espirais áureas; são aquelas figuras cujas medidas estão na Proporção Áurea (Ramos, 2013). É o caso da Figura 5.

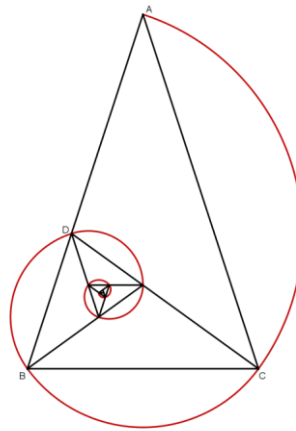
*Figura 5. Sequência infinita de triângulos áureos*



Fonte: Ramos (2013, p. 64).

De acordo com Ramos (2013, p. 66), “A espiral de ouro também pode ser traçada a partir da *Sequência* infinita de triângulos áureos, [...] basta ligar, progressivamente, os vértices dos triângulos áureos, através de arcos centrados nos pontos que dividem um dos seus lados na Proporção Áurea, conforme a Figura 6.

Figura 6. Espiral de Ouro



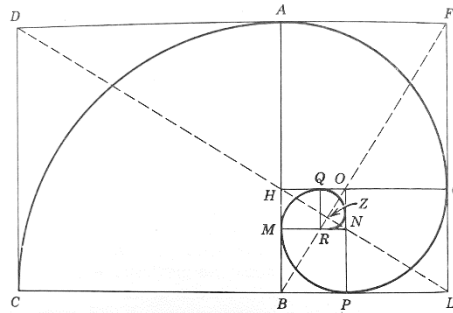
Fonte: Ramos (2013, p. 64).

Nesse contexto de obras que abordam a História da Matemática, Boyer (1974) também apresenta uma situação (Figura 7) atualmente conhecida por propriedade da secção áurea. No caso a seguir, vemos que ele, assim como Ramos (2013), considera uma *Sequência* – antes de ser traduzida em um modelo aritmético – de retângulos. Isso nos remete a dar importância a uma interrogação: se as *Sequências*, antes de serem numéricas, são *Sequências*. Nesse caso, o seu conceito é anterior ao número? Se nem sempre são numéricas, quando não, elas são o quê?

De acordo com Boyer (1974, p. 82), temos uma *Sequência* infinita de retângulos, quando

Ao gnômon BCDFGH acrescentamos o ponto L para completar o retângulo CDFL, e dentro do retângulo menor LBGH, que é semelhante ao maior LCDF, construímos tomando  $GO = GL$ , o gnômon LBMNOG semelhante ao BCDFGH. Agora dentro do retângulo BHOP que é semelhante aos retângulos maiores CDFL e LBHG, construímos o gnômon PBHORN semelhante aos BCDFGH e LBMNOG. Continuando assim indefinidamente, temos uma sequência infinita de retângulos encaixantes semelhantes, tendendo a um ponto limite Z. Verifica-se que Z, que como se vê facilmente é a intersecção das retas FB e DL, é também o polo de uma espiral logarítmica tangente aos lados dos retângulos nos pontos C, A, G, P, M, Q, ... Outras propriedades notáveis podem ser observadas nesse fascinante diagrama.

*Figura 7. Sequência de retângulos*



Fonte: Boyer (1974, p. 82).

E quando as *Sequências* se tornam numéricas? Relembraremos essa pergunta ao final da seção 4.1, onde trataremos dela com base no livro didático russo, adotado em escolas do Sistema Elkonin-Davídov. Destacamos desse sistema que ele coloca o movimento de pensamento dos estudantes atendendo ao princípio lógico-histórico, a necessidade social que se desenvolve. Reiteramos o pensamento de Davídov (1988, p. 27) ao defender que a “forma inicial de todos os tipos de atividade humana é a prática histórico-social do gênero humano, ou seja, a atividade laboral coletiva, adequada, sensório-objetual, transformadora, das pessoas”. Portanto, adiantamos que organização do ensino desse conceito com base em tal sistema se apresenta com a ideia de comparação entre grandezas e, por ela, a característica de ordenação, que dá subsídios para uma síntese numérica. Tudo isso no contexto da relação entre grandezas.

A *Sequência* numérica em si é uma manifestação da elevação do abstrato ao concreto, ela avança para além da aparência dos fenômenos descritos, e revela a totalidade de determinações e relações entre as coisas, conseqüentemente que se pode, depois, traduzir numericamente. De acordo com Kopnin (1978, p. 85), a ciência do pensamento em uma perspectiva lógica-dialética toma como referência “o princípio da unidade entre o abstrato e o concreto no pensamento teórico”. Isso manifesta, em nosso caso, que a *Sequência* numérica é a unidade entre o abstrato e o concreto.

Antes de prosseguirmos, porém, precisamos de outras perguntas auxiliares: o que é numérico? O que é número? Nossa concepção de número está de acordo com Rosa e Damazio (2012) que, com fundamentos em Davídov (1982), entendem os números como expressão da relação entre grandezas. Esse entendimento não é exclusivo de Davídov, pois antes dele, Aleksandrov, Kolmogorov,

Laurent'ev (2021), por exemplo, consideraram que os números surgiram como reflexo da relação entre objetos. No entanto, Davídov foi o autor que sistematizou tal compreensão em um modo de organizar o ensino.

Nesse sentido, as *Sequências* são numéricas por expressarem a relação entre as grandezas. Ao interpretar a Figura 7, por exemplo, no conteúdo da análise, há possibilidade de leitura de uma *Sequência* numérica, pois requer a medição das grandezas dos lados, das áreas dos retângulos..., que tendem a um ponto Z. Essa *Sequência* – dos valores das medidas dos retângulos que se produzem a partir do inicial, maior – seria uma *Sequência* numérica monótona decrescente. Vale destacar, entretanto que, mesmo antes disso, na elaboração do desenho, o autor tem ciência de que existe um determinado critério para o próximo retângulo ser um menor que o outro. Há evidências de manifestações dos componentes conceituais de número mesmo antes que ele apareça explicitamente.

Relembremos o caso da Figura 1, a qual pode ser interpretada com o conteúdo do conceito de uma *Sequência*, pois seu conjunto de elementos apresenta uma certa organização, que segue um determinado critério de ordenação. Cabe observar que isso ainda não é suficiente para responder sobre o que é *Sequência*, seu conceito é mais complexo que isso, portanto atentar-nos-emos, mais especificamente nos próximos parágrafos, a responder essa questão.

No que diz respeito a obras relacionadas a materiais utilizados nos cursos de Matemática na disciplina de Análise Real, um livro importante é o de Villanueva e Borjas (2019), cujo título é *Desde Sequências Numéricas até Séries de Fourier*. Nessa obra, tem-se uma definição para o conceito de *Sequência* que inicia da seguinte forma: “Uma sequência, na matemática, é uma coleção de objetos, como números, que seguem um padrão estabelecido” (Villanueva; Borjas, 2019, p. 8). Com essa interpretação, a ideia de *padrão* se apresenta como condição para o conceito de *Sequência*. Desse modo, parece oportuno, aqui, anunciar nosso entendimento sobre a possibilidade de admitir o *padrão* como um *componente conceitual*, pois ele é constitutivo de *Sequência*. Os autores seguem seu texto com a afirmação:

Assim, se a cada número natural  $n$  fazemos corresponder um número real  $a_n$ , então dizemos que está definida uma sequência numérica.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

Os números  $a_1, a_2, \dots$ , chamam-se termos da sequência e  $a_n$  é o termo geral. (Villanueva; Borjas, 2019, p. 8).

Por decorrência, concebemos que novos nexos conceituais se apresentam. Um deles é a necessidade de fazer **corresponder**, ou seja, relacionar. Além disso, tal correspondência toma como base um conjunto de números, os **números naturais**, que aparecem para expressar a **ordenação, ordem dos termos**, outro nexo conceitual. É necessário organizar os seus termos: primeiro, segundo, terceiro e assim por diante. Nesse sentido, no que concerne às *Sequências* numéricas, Caraça (1951) as denomina *sucessões numeráveis*, referentes aos números naturais  $n$ , ou seja, 1, 2, 3, ..., para o conjunto dos valores organizadores dos termos.

No livro *Conceitos fundamentais da Matemática* emerge algo novo para nós no contexto do estudo do conceito de *Sequência*, pois Caraça (1951) apresenta as *sucessões numeráveis* após anunciar *algumas funções importantes*, no final do segundo capítulo, da parte 2 sobre *funções*. Ou seja, as *sucessões numeráveis*, para ele, representam uma especificidade de outro conceito, o de função. Nesse âmbito, aparecem palavras usadas no contexto das funções, como por exemplo, *variável*. Em um de seus parágrafos, o autor acrescenta que nas *sucessões numeráveis* o conjunto dos valores da variável dependente é numerável. Isso revela evidências daquilo que Vigotski (2009) chama de *sistema conceitual*, possibilitado por nexos, cujas ideias centrais trataremos na seção 3.2.

Após a inserção do pressuposto da ideia de sistema de conceitos, voltemos ao conceito de *Sequência*. Nesse sentido, é indispensável destacar que tomamos *sucessões numeráveis* e *Sequências numéricas* como sinônimos. No campo dos nossos referenciais, verificamos que, na Matemática, há predomínio da palavra *Sequência*. Portanto, adotamos – no título e em todo conteúdo da dissertação – tal designação para nos referirmos ao objeto da pesquisa.

Em vista das **sucessões numeráveis como um tipo específico de função** é que Caraça (1951) apresenta tal conceito. O autor as situa com uma diferença importante das demais funções apresentadas antes: têm  $x$  por variável independente, definida no campo dos números reais. Por sua vez, as *sucessões numeráveis* consideram a variável inteira  $n$ .

A Figura 8 manifesta o que Caraça (1951, p. 152) considera acerca da correspondência entre um e outro (os valores do conjunto dos números naturais e os termos), “onde os índices apostos à letra  $a$  indicam precisamente qual o valor da

função que corresponde a um dado valor da variável”. Na Figura 8, estão indicados por  $n$  os números naturais e por  $a_n$  os termos da *Sequência*.

*Figura 8. Correspondência de um a outro*

|         |         |         |             |             |
|---------|---------|---------|-------------|-------------|
| n)      | 1 ,     | 2 ,     | 3 , ...     | n , ...     |
|         | ↓       | ↓       | ↓           | ↓           |
| $a_n$ ) | $a_1$ , | $a_2$ , | $a_3$ , ... | $a_n$ , ... |

Fonte: Caraça (2000, p. 151).

De acordo com Caraça (1951, p. 152), ao conjunto dos valores da função  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  “dá-se o nome de *sucessão numerável*, e a  $a_n$ , de *termo geral* da *sucessão*. Com esta definição, tanto monta falar em *sucessão numerável* como em *função de variável inteira*.” Para representar essa definição, Caraça escreve na seguinte forma:  $a_n = f(n)$ .

Para Caraça (1951, p. 152), “nas sucessões numeráveis mais simples (e mais importantes) é dada a *lei* analítica da correspondência, isto é, é dada uma expressão analítica que define o termo geral da sucessão.” Portanto, para obter os termos, individualmente, basta atribuir a  $n$  os valores 1, 2, 3 ... Seja, por exemplo, a sucessão de termo geral  $a_n = \frac{n+1}{2^n}$ , então tem-se o primeiro termo  $a_1 = \frac{1+1}{2^1} = 1$ ; o segundo termo  $a_2 = \frac{2+1}{2^2} = \frac{3}{4}$ ; o terceiro termo  $a_3 = \frac{3+1}{2^3} = \frac{1}{2}$ ; e assim por diante.

Verificamos, até aqui, algumas condições para que um conceito seja chamado de *Sequência*. Os autores mencionados citaram, por exemplo, *padrão estabelecido dos elementos*, sua *ordem*, a *correspondência* e sua *lei analítica*. Esta última foi apresentada por Caraça (1951) como uma *expressão que define o termo geral*. De acordo com Ávila (2005), nem sempre o termo geral da *Sequência* é dado por uma fórmula, mesmo que, evidentemente, sempre haja uma *lei de formação* bem definida para determinar os seus termos. É o caso, por exemplo, da *Sequência* dos números primos, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, ..., que não tem uma fórmula para seu termo geral, embora todos estejam determinados.

Vale destacar, também, a diversidade de tipos de *Sequências* numéricas. Embora tenham muito em comum – conforme a afirmação de Ávila (2005), uma *Sequência* pode possuir infinitos termos, mesmo que seu conjunto de valores seja

finito –, nelas existem propriedades que as diferenciam. Por exemplo, a *Sequência* 1, -1, 1, -1, 1, -1, ... – que possui apenas dois *elementos*,  $\{-1, +1\}$ , mas sua quantidade de termos é infinita, com *elemento* genérico  $\{a_n\} = -(-1)^n$  – representa uma especificidade, não é nem crescente e nem decrescente. Não nos aprofundaremos nesses tipos de *Sequências*, indicamos o que é mais geral entre eles.

Verificamos, nesta seção, alguns requisitos para o conceito de *Sequência*. No entanto, é possível discuti-los fora do seu contexto. Há como tratar, fora ou sem as *Sequências* numéricas, dos **elementos**, bem como do conceito de **ordenação** (ou não *ordenação*). O mesmo ocorre com as **leis** que, na Matemática, expressam-se, por exemplo, em outras funções que não necessariamente as *Sequências*. Entretanto, é quando esses três elementos se constituem em unidade que o conceito de *Sequência* se apresenta.

Diante do que pesquisamos, em uma *Sequência* é preciso ter *elementos*, *ordem* e uma *lei*. Esses elementos articulados, tomados em unidade, estabelecem os nexos<sup>67</sup> conceituais das *Sequências* numéricas; são, pois, os elementos internos do conceito de *Sequência*, os quais são referências na investigação a ser realizada nos livros didáticos russos, por ser parte do que constitui o objetivo de nossa pesquisa. Consequentemente, isso nos leva a abordar, no próximo capítulo, outra questão que integra nossa preocupação: o estudo do Sistema Elkonin-Davídov de organização do ensino.

---

<sup>67</sup> No próximo capítulo, explicamos o que entendemos por nexos, o que unirá para o leitor as nossas preocupações com o conceito de nexo e com o conceito de sequência, no âmbito de um modo de organizar o ensino.

### 3. MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV

No capítulo anterior abordamos os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e a emergência do Ensino Desenvolvidor. Nesse sentido, como anunciado anteriormente, retomamos, no presente capítulo, os pressupostos dessa perspectiva teórica, mas agora na especificidade do modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davíдов, seus pressupostos essenciais, sua estruturação e o que se relaciona mais especificamente com a inquietação principal de nossa pesquisa, os nexos conceituais. Nossa investigação busca compreender se nas tarefas de estudo do livro didático do primeiro ano escolar (Davíдов; Gorbov; Mikulina; Savelyeva, 2022) manifestam-se os componentes genéticos dos nexos conceituais de *Sequência*.

#### 3.1 ALGUNS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV

Nos capítulos anteriores, com mais atenção no segundo, trouxemos as bases teóricas da Teoria Histórico-Cultural, as quais, para nós, configuram-se como válidas para o modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davíдов. Na presente seção, reportamo-nos aos pressupostos específicos e essenciais no processo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davíдов.

Importa lembrar que a preocupação central de nossa pesquisa é a organização do ensino, o que nos coloca em consonância com Elkonin (1966) ao afirmar que tal tipo de interesse não é acidental por assumir uma posição teórica na qual se revela a preocupação da humanidade em sistematizar esse processo. Em nosso caso, a sistematização se manifesta na especificidade do Sistema Elkonin-Davíдов, um dos tipos do Ensino Desenvolvidor.

O Ensino Desenvolvidor surgiu no interior da psicologia marxista soviética, na ex-União Soviética, a partir da metade da década de 1950. Sua nomenclatura está vinculada à relação entre aprendizagem e desenvolvimento, com fundamentação nos trabalhos de Vigotski e Rubinstein, conforme mencionamos no capítulo 2.

O Ensino Desenvolvidor se apresenta em uma teoria Psicológica, a Histórico-Cultural, cujo objetivo é produzir novas relações humanas em que as novas gerações se apropriem em mais alto nível de complexidade da produção cultural

historicamente produzida. De acordo com Suchodolski (1976, p. 17), “Marx ensina como os seres humanos podem criar novas relações materiais entre as pessoas pela sua ação revolucionária, mesmo sendo elas próprias um produto das velhas relações.” Nesse sentido, Suchodolski (1976, p. 17) considera a *ajuda* da educação para a obtenção de tal finalidade:

E por isso a educação, apenas quando unida à atividade revolucionária dos homens, consegue satisfazer as esperanças nela depositadas, não podendo evidentemente ser determinadas como nem em que medida serão realizadas. Vivemos uma época em que a “prática revolucionária” conduz, em muitos países do mundo, ao derrube do sistema capitalista e à construção de uma nova ordem. Precisamente por isto a educação pode – pela primeira vez na história – ajudar a construir um novo futuro para a humanidade; e não isoladamente, como os utópicos pensavam, mas a serviço das forças sociais que levantam a nova ordem social.

Dentre outras intenções, nossa defesa é pela possibilidade de superação da consciência humana peculiar à sociedade capitalista. Isso dialoga com a necessidade apresentada na seção 2.1 (de uma transformação social). O ensino não está separado, muito pelo contrário, das outras questões da sociedade, pois, como ressaltam Davídov e Slobódchikov (1991), a escola e a sociedade são indivisíveis.

Para Suchodolski (1976), o papel social da educação deve fundamentar-se cientificamente, como formação humana adequada às necessidades e tarefas de uma outra relação social, constituinte de uma nova ordem. Nesse sentido, entendemos que o modo de organizar o ensino que pesquisamos, desde a sua gênese, está de acordo com o sugerido por Suchodolski (1976).

Davídov e Slobódchikov (1991, p. 118) consideram que

[...] a essência e a finalidade do novo ensino é o desenvolvimento das capacidades gerais, genéricas do homem; a aquisição, por parte deste, dos procedimentos universais da atividade. A orientação da escola e da sociedade ao desenvolvimento da personalidade do homem em crescimento transmite uma “dimensão humana” a objetivos de ensino tais como a elaboração, nos jovens, de uma posição cívica consciente, a preparação para a vida, o trabalho, a criatividade social, a participação na autogestão democrática e a responsabilidade pelos destinos do país e da civilização.<sup>68</sup>

---

<sup>68</sup> “La esencia y la finalidad de la nueva enseñanza es el desarrollo de las capacidades generales, genéricas del hombre; la adquisición, por parte de éste, de los procedimientos universales de la actividad. La orientación de la escuela y de la sociedad al desarrollo de la personalidad del hombre en crecimiento transmite una “dimensión humana” a objetivos de la enseñanza tales como la elaboración, en los jóvenes, de una posición cívica consciente, la preparación para la vida, el trabajo, la creatividad social,

O Sistema Elkonin-Davídov de organização do ensino surgiu, no contexto soviético, para atender às exigências contemporâneas da referida sociedade, em processo de constituição. Em nosso caso, na presente pesquisa, defendemos que o modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov continua atual e necessário. Poderíamos, no entanto – na condição de pessoas que vivem no Brasil no início do século XXI<sup>69</sup> –, deparar-nos com a questão: por qual motivo consideramos possível nos fundamentarmos em um modo de organização do ensino que atenda às exigências de um modo de produção ausente na nossa própria sociedade?

Extraímos da obra de Suchodolski (1976) algumas possíveis respostas. A primeira está relacionada com a possibilidade de libertação; a segunda considera a emergência de mudança de perspectiva do proletariado com relação à sua “preparação”; a terceira o concebe como um conteúdo científico para a teoria pedagógica socialista, a qual entende o progresso científico como patrimônio comum do mundo inteiro; a quarta resposta remete-se à importância do caráter filosófico e científico para o desenvolvimento do pensamento pedagógico.

Na obra de Davídov e Slobódchikov (1991) também encontramos subsídios para responder à questão anterior, elencados em três pontos, que dizem respeito aos princípios didáticos<sup>70</sup> da escola. Os autores indicam os princípios que entendem como constituintes da escola tradicional: o princípio do caráter sucessivo, o princípio da acessibilidade e o princípio do caráter consciente, visual e concreto.

Para Davídov e Slobódchikov (1991, p. 129),

o conteúdo concreto dos princípios mencionados, da escola tradicional, obstaculiza a criação das bases de uma verdadeira escola do desenvolvimento, moderna por suas finalidades e pelos procedimentos para alcançá-la. A orientação ao pensamento empírico faz com que muitas crianças não recebam na escola tradicional os meios e os procedimentos do pensamento científico, teórico (ou para dizer com as palavras de Hegel, do pensamento racional-dialético).<sup>71</sup>

---

la participación en la autogestión democrática y la responsabilidad por los destinos del país y de la civilización” (Davídov e Slobódchikov, 1991, p. 118).

<sup>69</sup> Sobre a possibilidade de os estudantes brasileiros se apropriarem do conteúdo dos conceitos a partir do modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov, ver Cardoso (2024).

<sup>70</sup> Não nos aprofundaremos no conteúdo dos princípios didáticos nesta pesquisa, no entanto o leitor pode fazer um estudo detalhado na obra de Davídov e Slobódchikov (1991).

<sup>71</sup> “El contenido concreto de los principios mencionados obstaculiza la creación de las bases de una verdadera escuela del desarrollo, moderna por sus finalidades y por los procedimientos para alcanzarlas. La orientación al pensamiento empírico lleva a que muchos niños no reciban en la escuela

Em vista disso, há a necessidade de contraposição dos princípios da escola tradicional, o que faz surgir como possibilidade de superação para o ensino em um futuro próximo: o princípio da educação capaz de desenvolver, o princípio da atividade e o princípio do caráter objetal.

Para Davídov e Slobódchikov (1991), é sobre essa base que as disciplinas escolares podem ser organizadas, em consideração às suas leis de projeção do conhecimento científico, bem como das condições fundamentais de sua origem e sistematização. E complementam:

Em nossa opinião, a aplicação consequente dos novos princípios psicodidáticos permite determinar os traços mais característicos da escola futura e apontar as condições nas quais a formação do pensamento teórico se converte em norma e não a exceção, como se observa na escola atual<sup>72</sup> (Davídov; Slobódchikov, 1991, p. 132).

Os quatro pontos elencados por Suchodolski (1976) não indicam todas as respostas para a pergunta em questão, mas são exemplos que por si são suficientes para justificar a possibilidade e a necessidade de pensar o ensino com base na pedagogia elaborada mediante aquelas *exigências contemporâneas*. Do mesmo modo, contribui conosco o que expõem Davídov e Slobódchikov (1991) sobre os princípios didáticos.

No que diz respeito às exigências da sociedade soviética, emergiu, no interior da Teoria Histórico-Cultural, o sistema didático Elkonin-Davídov, considerado uma das possibilidades de Ensino Desenvolvidor. Davídov assume como base teórica os “postulados de Vigotski, principalmente, de que o indivíduo humano é um ser social, pois nasce e se desenvolve (em todos os seus aspectos peculiares) num grupo com ideologias e culturas próprias” (Damazio, 2023, p. 249). O referido sistema efetivou-se com a inauguração de algo novo, um modo de organização do ensino, título deste capítulo.

---

tradicional los medios y los procedimientos del pensamiento científico, teórico (o, para decirlo con palabras de Hegel, del pensamiento racional-dialéctico)” (Davídov; Slobódchikov, 1991, p. 129).

<sup>72</sup> “A nuestro juicio, la aplicación consecuente de los nuevos principios psicodidáticos permite determinar los rasgos más característicos de la escuela futura y señalar las condiciones en las que la formación del pensamiento teórico se convierta en la norma y no la excepción, como se observa en la escuela actual” (Davídov; Slobódchikov, 1991, p. 132).

É sob as orientações do modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov que buscamos os subsídios para responder às perguntas elaboradas até então e apresentadas no decorrer dos capítulos. Davídov e colaboradores trouxeram, dentre outras contribuições, a necessidade de um novo pensamento pedagógico, constituinte do que ele e Slobódchikov (1991) denominam *Pedagogia da colaboração*. A esse respeito, vale nos atermos um pouco mais sobre a questão: **o que é esse novo pensamento pedagógico?**

Um dos pontos que revela o novo pensamento pedagógico é, conforme apresentamos na seção 2.2, que o ser humano se desenvolve. Segundo Damazio (2023), Davídov declarava como finalidade da educação e do ensino a promoção do desenvolvimento *omnilateral* dos estudantes. De acordo com Davídov e Slobódchikov (1991, p. 119), tal pensamento “[...] ‘gira’, em torno das crianças, de suas possibilidades psíquicas e físicas, em torno das vias e dos meios de seu desenvolvimento, sua inclusão no amplo curso das formas sociais da cultura.”<sup>73</sup>

Outro aspecto explicitado pelos autores se articula à **qual humanidade se quer formar**. A constituição humana ocorre pela formação de cada pessoa, cada personalidade, em que o ensino possui papel relevante. Nesse sentido, Davídov e Slobódchikov (1991, p. 120) argumentam que o “[...] verdadeiro ensino aponta a educar nas crianças e jovens propriedades da personalidade tais como o coletivismo e a solidariedade, o companheirismo e a civilidade, o caráter firme e a vontade férrea, o amor ao trabalho e a firmeza, combinados com a iniciativa e a independência.”<sup>74</sup>

As referidas propriedades da personalidade se contrapõem a características, por vezes, enaltecidas no contexto social capitalista, como é o caso do espírito individualista e competitivo. O coletivismo e a solidariedade, por exemplo, indicam uma postura humana característica de novas relações, tema tratado na seção 2.1 desta dissertação. Além disso, o pensamento apresentado é um dos adjetivos do *professor do povo* (Nidelcoff, 2004). Nesse sentido, vale expressar o seguinte entendimento de Davídov e Slobódchikov (1991, p. 122):

---

<sup>73</sup> “[...] ‘gira’ en torno de los niños, de sus posibilidades psíquicas y físicas, en torno de las vías y los medios de su desarrollo, su inclusión en el amplio curso de las normas sociales de la cultura” (Davídov e Slobódchikov, 1991, p. 119).

<sup>74</sup> “La verdadera enseñanza apunta a educar en los niños y los jóvenes propiedades de la personalidad tales como el colectivismo y la solidaridad, el compañerismo y la civilidad, el carácter firme y voluntad férrea, el amor al trabajo y la firmeza, combinados con la iniciativa y la independencia” (Davídov; Slobódchikov, 1991, p. 120).

[...] a escola não se concebe como um transmissor das ideias já formadas dos adultos acerca do mundo, da vida, do sistema de valores, mas sim como uma instituição sociocultural de constituição do homem, de “formação do homem em homem”, capaz de criar novas formas de vida social, novas estruturas, tipos de atividade e valores sociais.<sup>75</sup>

Isso nos conduz à reflexão sobre o que significa formação do ser humano em humano. É preciso pensar no que diz Elkonin (1966) ao afirmar que a necessidade de sistematizar o processo de desenvolvimento humano se constitui por determinados interesses e, diante disso, a escola ocupa lugar indispensável.

No contexto do curso de Licenciatura em Matemática, Ademir Damazio nos disse que devíamos ter acesso *ao que de mais atual a humanidade produziu*. Portanto, trouxe-nos subsídios para responder à pergunta: por que estudar? O acesso à educação, por parte do estudante, de acordo com Davídov (1988), condiciona a apropriação das formas mais desenvolvidas da consciência social, ou seja, a ciência, a arte, a moral, o direito, o que se liga com a consciência e o pensamento teórico das pessoas.

O pensamento teórico significa um nível da cognição que se diferencia do pensamento empírico. Davídov (1982, p. 295) apresenta a diferença entre eles no âmbito do conteúdo da *compreensão*, que entende ser

[...] sumamente complexo e contraditório. Além do mais, em dependência dos fins e meios da atividade cognoscitiva global, pode relacionar-se com dois momentos distintos, ainda que intimamente vinculados e mutuamente convertíveis, da atividade objetiva e de sua reprodução. Assim, cabe expressar em forma racional o aspecto direto e externo da atividade, o ser *efetivo* da mesma. Mas, além do mais, no conceito cabe reproduzir o ser interno e mediatizado dos objetos, sua essência. Isto determina a diferença do conteúdo da “compreensão”, o que leva a distintas formas expressivas da mesma: à diferença entre o pensamento empírico e o teórico como dois níveis da cognição.<sup>76</sup>

---

<sup>75</sup> “La escuela no se concibe como un trasmisor de las ideas ya formadas de los adultos acerca del mundo, de la vida, del sistema de valores, sino como una institución sociocultural de constitución del hombre, de ‘formación del hombre en el hombre’, capaz de crear nuevas formas de vida social, nuevas estructuras, tipos de actividad y valores sociales” (Davídov e Slobódchikov, 1991, p. 122).

<sup>76</sup> [...] “es sumamente complejo y contradictorio. Además, en dependencia de los fines y medios de la actividad cognoscitiva global, puede relacionarse con dos momentos distintos, aunque íntimamente vinculados y mutuamente convertibles, de la actividad objetiva y de su reproducción. Así cabe expresar en forma racional el aspecto directo y externo de la actividad, el ser efectivo de la misma. Pero, además, en el concepto cabe reproducir el ser interno y mediatizado de los objetos, su esencia. Esto determina la diferencia de contenido de la “comprensión”, lo que lleva a distintas formas expresivas de la misma: a la diferencia entre el pensamiento empírico y el teórico como dos niveles de la cognición” (Davídov, 1982, p. 295).

A diferença exposta por Davýdov (1982) revela um conceito que assume o caráter de centralidade na presente pesquisa, o de nexos. Na próxima seção abordaremos esse conceito, que Davýdov (1982) chama de “ser interno e mediatizado dos objetos, sua essência”, no que se refere ao conteúdo dos conceitos. Com base nisso, adiantamos que não é possível tratar dos nexos do conceito sem a clareza de sua relação essencial, sem perder de vista, respaldados em Búrigo (2015), que nessa perspectiva teórica o princípio básico no modo de organização do ensino é o desenvolvimento do pensamento teórico.

O pensamento teórico, segundo Davýdov (1982, p. 300), tem certas particularidades. Uma delas é que ele opera mediante os conceitos científicos. Nesse caso, “O conceito intervém aqui como forma da atividade mental a qual se reproduz o objeto idealizado e o sistema de suas conexões, que refletem em sua unidade a *generalidade e a essência* do movimento do objeto material (Davýdov, 1982, p. 300).”

<sup>77</sup> Para nós, isso consiste em uma justificativa da relevância do estudo dos nexos conceituais.

Esse movimento nos encaminha para uma nova inquietação: de que modo acontece o aparecimento dos conceitos? Essa pergunta requer outras três precedentes: o que é um conceito? O que é um sistema de conceitos? O que são nexos conceituais? Responder essas perguntas é motivo para elaboração da seção a seguir.

### 3.2 SISTEMA DE CONCEITOS E SEUS NEXOS

O interesse em escrever esta seção está relacionado às três perguntas anteriores. Optamos por tratá-las no mesmo espaço por entender que elas estão diretamente relacionadas. Ou seja, o pressuposto é de que os conceitos constituam um sistema, pois se articulam com outros por meio de seus nexos.

Vale adiantar que, de modo geral, os conceitos são historicamente elaborados pelos seres humanos e existem objetivamente. Entendemos que a

---

<sup>77</sup> “El concepto interviene aquí como forma de la actividad mental mediante la cual se reproduce el objeto idealizado y el sistema de sus conexiones, que reflejan en su unidad la generalidad y la esencia del movimiento del objeto material” (Davýdov, 1982, p. 300).

produção de qualquer conhecimento ocorre com base nas relações sociais, estabelecidas na história por muitos povos, ao longo de grandes períodos e em diversos lugares.

Para a elaboração da resposta da primeira pergunta – o que é conceito? – recorreremos a alguns autores de nossa perspectiva teórica. Um deles é Leontiev (1978, p. 100), ao observar que o conceito “[...] é a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e da prática social da humanidade”. E Luria (2013, p. 113) acrescenta: “O conceito é uma operação verbal e lógica bem clara, na qual se usa uma série de ideias logicamente subordinadas para chegar a uma conclusão geral, desprezando automaticamente qualquer consideração extra-lógica”.

Assim como Leontiev (1978), Vigotski (1996, p. 81) define um conceito ligado à compreensão da realidade:

O conceito, como já temos dito, é o reflexo objetivo das coisas em seus aspectos essenciais e diversos; se forma como resultado da elaboração racional das representações, como resultado da descoberta dos nexos e das relações de dito objeto com outros, inclusive em si. Portanto, um longo processo de pensamento e conhecimento que, diria-se, está concentrado nele<sup>78</sup> (Vigotski, 1996, p. 81).

Com o mesmo teor, mas vinculado à atividade humana, Davídov (1988, p. 126) entende que “o conceito é a forma de atividade mental por intermédio da qual se reproduz o objeto idealizado e o sistema de suas relações que, em sua unidade, refletem a universalidade ou a essência do movimento do objeto material.”<sup>79</sup>

Para Vigotski (2000), o conceito científico se constitui como um sistema de relações estabelecidas historicamente pelo ser humano. Nesse aspecto, o conceito científico atingiu o seu nível atual de abstração (contendo nele maior nível da multiplicidade de determinações internas) com fundamentos peculiares em leis,

---

<sup>78</sup> “El concepto, como ya hemos dicho, es el reflejo objetivo de las cosas en sus aspectos esenciales y diversos; se forma como resultado de la elaboración racional de las representaciones, como resultado de haber descubierto los nexos y las relaciones de dicho objeto con otros, incluye en si, por tanto, un largo proceso de pensamiento y conocimiento que, diríase, está concentrado en él” (Vigotski, 1996, p. 81).

<sup>79</sup> “El concepto aparece aquí como la forma de actividad mental por medio de la cual se reproduce el objeto idealizado y el sistema de sus relaciones, que en su unidad reflejan la universalidad o la esencia del movimiento del objeto material” (Davídov, 1988, p. 126).

princípios, teorias e propriedades. Seu desenvolvimento transcorre mediado pela linguagem – que se torna própria – num processo dialético de reflexão (análise e síntese). Sendo assim, postula, por parte de quem está em movimento de sua apropriação, uma atenção intencional e voluntária. Em outras palavras, a sua aprendizagem se efetiva em situação de ensino, intencionalmente planejada. Portanto, o conceito científico não se vincula a uma situação específica e é apropriado, pelos estudantes, em âmbito formal de educação.

Nas palavras de Vigotski (2000, p. 236):

O conceito surge no processo de operação intelectual, não é o jogo e associações que leva a obstrução dos conceitos: em sua formação participam todas as funções intelectuais em uma original combinação, sendo que o momento central de toda essa operação é o uso funcional da palavra como meio de orientação arbitrária da atenção, da abstração, da discriminação de atributos particulares e de sua síntese e simbolização com o auxílio do signo.

Por sua vez, conforme Vigotski (2000), os conceitos cotidianos surgem nos ambientes de convivência diária, bem como nas nossas reflexões pertinentes às experiências espontâneas próprias da vida cotidiana, por estarem materializadas nas relações e interações socioculturais. Trata-se, pois, de categorias ontológicas de base intuitiva, isto é, com teor empírico, pois são desenvolvidas independentemente da forma escolarizada de educação. Portanto, são assistemáticos por se apresentarem em situações peculiares, as quais orientam os sujeitos para a percepção de semelhanças e diferenças e para generalizações isoladas. Desse modo, a sistematização, quando ocorre, tem seu grau de simplicidade por traduzir apenas o perceptível e por não implicar definição verbal e generalizações abstratas em nível concreto de pensamento.

Para Vigotski (2000), a formação dos conceitos cotidianos e científicos segue trajetórias opostas, tanto em seu desenvolvimento quanto em sua dinâmica, embora de certo modo inter-relacionadas. De acordo com Vygotski (1993, p. 253),

[...] o conceito cotidiano cria uma série de estruturas necessárias para que surjam as propriedades inferiores e elementares dos conceitos. Por sua vez, o conceito científico, depois de ter percorrido de cima para baixo certo fragmento de seu caminho, abre espaço para o desenvolvimento dos conceitos cotidianos, preparando de antemão uma série de formações

estruturais necessárias para dominar as propriedades superiores do conceito.<sup>80</sup>

Não existe, pois, uma dependência direta entre os dois tipos de conceitos. O que existe entre ambos é uma relação de movimento, uma unidade dialética. Os conceitos cotidianos se desenvolvem de forma ascendente, de baixo para cima, em direção aos conceitos científicos. Estes, por sua vez, desenvolvem-se de forma descendente, de cima para baixo, em direção aos conceitos cotidianos.

Davídov (1988) realiza um debate em relação ao entendimento do que seja conceito e sobre o *processo de generalização* em Vigotski. Vigotski classifica os conceitos em espontâneos ou cotidianos e científicos, como sendo, respectivamente, aqueles que se formam por consequência da vivência imediata diária em qualquer ambiente e os apreendidos em situação escolar. Para Davídov (1978, 1988), o que diferencia esses conceitos não é o lugar em que eles são apreendidos, mas os seus conteúdos: empíricos ou teóricos. Não entraremos nesse debate, porém tomamos o que é comum entre eles, a ideia de sistema de conceitos. Para tanto, nesta seção abordaremos nosso entendimento do que seja consensual entre os autores.

Voltemos, agora, à segunda pergunta que direcionou a presente seção: o que são sistemas conceituais?

De acordo com Vigotski (2000), seu grande objeto de investigação é o “problema” do desenvolvimento, nas crianças, dos conceitos científicos, precisamente no processo de ensino de um determinado sistema de conhecimento científico. O autor entende os conceitos científicos como concatenados uns com os outros. Isto significa, para nós, um tópico indispensável no estudo a Teoria Histórico-Cultural e, por isso, relevante em nossa pesquisa.

Para Vigotski (2000, p. 294),

[...] o conceito científico pressupõe necessariamente outra relação com objetos, só possível no conceito, e esta outra relação com o objeto, contida no conceito científico, por sua vez pressupõe necessariamente a existência de relações entre os conceitos, ou seja, um sistema de conceitos.

---

<sup>80</sup> “El concepto cotidiano, que ha recorrido un largo camino de desarrollo de abajo arriba ha despejado la trayectoria para el posterior brote hacia abajo del concepto científico, ya que ha creado una serie de estructuras necesarias para que surjan las propiedades inferiores y elementales de los conceptos. Exactamente igual, el concepto científico, después de haber recorrido de arriba abajo cierto fragmento de su camino, ha abierto con ello la senda para el desarrollo de los conceptos cotidianos, preparando de antemano una serie de formaciones estructurales necesarias para dominar las propiedades superiores del concepto” (Vygotski, 1993, p. 253).

No que concerne ao desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, Davídov e seus colaboradores propõem, na forma de um sistema de organização do ensino, as condições para tal possibilidade. Na presente pesquisa e, mais especificamente, neste capítulo, estamos focados em tratar de uma dessas condições, que diz respeito ao conteúdo da atividade de estudo, os conteúdos dos conhecimentos teóricos (Davídov, 1988).

Para Davídov (1988), o conhecimento teórico possui um conteúdo específico, ele designa a unidade de abstração e generalização substanciais dos conceitos. Vale lembrar que nos parágrafos anteriores, ao investigar os *pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural* e o que são conceitos, abordamos os conceitos espontâneos e os conceitos científicos (teóricos). Tratamos das características deles e porque Vigotski adota os científicos para resolver o problema da *Aprendizagem e Desenvolvimento*.

Sob tal referência é que abordamos o nosso objeto de estudo, a caráter exemplificativo, pesquisando-o nos livros didáticos russos. Em dado momento nos questionamos se as *Sequências* numéricas ocupavam lugar nos referidos livros; em outro, percebemos que essa compreensão está condicionada à sua apropriação conceitual. Conforme avançamos e nos apropriamos mais dos conceitos da Matemática, modificamos o que de Matemática enxergamos nas tarefas dos livros didáticos, por exemplo.

É muito estreito e interessante o vínculo entre os diversos conceitos. A recíproca inter-relação e transferência dos conceitos, que é um reflexo da recíproca transferência e vinculação dos fenômenos da realidade, traz por consequência que cada conceito surge relacionado com todos os restantes e, uma vez formado, determina, por assim dizer, seu lugar no sistema de conceitos anteriormente conhecido<sup>81</sup> (Vigotski, 1996, p. 71).

Na mesma obra da qual retiramos o excerto citado, o autor menciona que o sistema conceitual se constitui no processo de desenvolvimento do próprio conceito

---

<sup>81</sup> “Hemos observado reiteradas veces en nuestros experimentos el muy estrecho e interesante vínculo entre los diversos conceptos. La recíproca interrelación y transferencia de los conceptos, que es un reflejo de la recíproca transferencia y vinculación de los fenómenos de la realidad, trae por consecuencia que cada concepto surge relacionado con todos los restantes y una vez formado viene a determinar, por decirlo así, su lugar en el sistema de conceptos anteriormente conocidos” (Vigotski, 1996, p. 71).

científico e, por extensão, exerce ação transformadora nos conceitos cotidianos. Significa dizer que um conceito científico se forma pela mediação de outros conceitos, por consequência de um sistema hierárquico interno de inter-relações. A noção, em si, de conceito científico, necessariamente implica uma posição relativa aos outros conceitos, isto é, ocupa um lugar num determinado sistema de conceitos (Vigotski, 1996). Traduzimos essa ideia pelas próprias palavras do autor com fundamentos em Marx:

Desse modo, por ser científico pela própria natureza, o conceito científico pressupõe seu lugar definido no sistema de conceitos, lugar esse que determina a sua relação com outros conceitos. Marx definiu com profundidade a essência de todo conceito científico: “Se a forma da manifestação e a essência das coisas coincidissem imediatamente, toda ciência seria desnecessária.” Nisto reside a essência do conceito científico (Vigotski, 2000, p. 293-294).

Em Vigotski (1993) encontramos outro argumento a respeito da ideia de sistema conceitual, ao afirmar que um conceito só é conscientizado e adquire o controle deliberado se inserido em um sistema. Seu pressuposto é de que se a consciência significa generalização, esta, por sua vez, retrata a formação em um nível superior do conceito, no qual inclui o seu próprio caso particular. O seu grau superior acarreta na subordinação a outros conceitos, pela comparação entre os níveis de generalização dos conceitos, do que decorre uma hierarquia entre eles.

Vigotski (2000) defende que a sistematização – mesmo as mais rudimentares – são apreendidas pela criança quando em contato com os conceitos científicos, no âmbito do seu sistema. Porém, posteriormente, ela transfere para os conceitos cotidianos, de modo a alterar toda a sua estrutura psicológica de cima para baixo. Assim, ao estar em processo de apropriação do conceito de seriação – em uma perspectiva de sistema conceitual científico, teórico – o estudante superará a noção cotidiana de *Sequência*, adquirida em sua tenra idade, movida pela relação biunívoca de indicar a idade pelos dedos.

De acordo com Bezerra (2009), esse vínculo entre conceitos, para Vigotski, necessariamente se constitui em referência ao processo de ensino; conseqüentemente, traz implicações para a aprendizagem dos estudantes. Para Bezerra (2009), Vigotski vê todo o processo de aprendizagem e formação de conceitos como um sistema, que ele considera ponto central em toda a história do

desenvolvimento dos conceitos, os quais estão interligados por complexos vínculos internos.

Em sintonia com Vigotski, concebemos os conceitos da Matemática ligados uns aos outros. Bezerra (2009, p. 14) afirma: “é isto que dá sistematicidade ao processo de aprendizagem e permite perceber as suas diferentes etapas como integrantes de um processo uno. É isto que dá à visão psicopedagógica de Vigotski um notório colorido filosófico, um forte teor epistemológico.”

Com a compreensão de que os conceitos estão articulados em um sistema conceitual, podemos nos referir à nossa terceira pergunta: o que é *nexo*? Nossa resposta para ela se apresenta com o modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov, o qual enfatiza o desenvolvimento do pensamento teórico por parte dos estudantes.

Apresentamos, na introdução, a nossa problemática, porém, a significação de seus termos ocorreu de forma breve. Por isso, cabe aqui adentrar com maior destaque no que diz respeito à categoria de análise: os nexos conceituais e seu papel articulador em sistema.

A escolha da categoria *nexo* para representar nossa preocupação se justifica, essencialmente, pelo compromisso de investigar onde é possível enxergar o conceito de *Sequência* na proposição elkonin-davidoviana. Para tanto, admitimos a existência de um movimento de inter-relação de conceitos mediados pelo que chamamos de *nexos*.

De acordo com Davídov (1988), o *nexo* não é uma categoria exclusiva de um conceito de determinada área do conhecimento, mas também dela em si e suas ramificações. Como antes afirmamos, com fundamentos no referido autor – por exemplo – o *nexo* e base genética do conhecimento matemático é a relação entre grandezas. Com base nisso, Panossian e Nascimento (2022, p. 336-337) afirmam que o objeto de ensino de uma disciplina do currículo escolar também está conectado com os nexos conceituais de uma área de conhecimento, em que sintetiza “a unidade entre as necessidades historicamente surgidas e as respostas que foram sendo desenvolvidas a tais necessidades em uma determinada esfera da vida.” Eles refletem, inclusive, nos três campos de significação da Matemática, conforme expõem Rosa *et al.* (2009, p. 21): “Os pensamentos aritmético, geométrico e algébrico

possuem, cada um, características próprias, mas as suas especificidades contribuem para o desenvolvimento um do outro.”

Os nexos peculiares à aritmética elaborados historicamente, conforme Souza (2014), conectam-se com a necessidade de controlar quantidade. A autora destaca os seguintes: a correspondência um a um, o valor posicional, o senso numérico, os agrupamentos (com destaque para o sistema de numeração decimal) e as representações. Observemos que essas especificações dizem respeito aos números naturais. No entanto, para Rosa (2012, p. 123), a proposição davidoviana traz “os nexos internos das mais diversas relações entre grandezas que possibilitarão a redução a uma fonte comum para introdução do conceito de número”. E, em seus argumentos voltados para a defesa do desenvolvimento teórico dos estudantes, com base na análise de tarefas do livro didático, acrescenta: “Desse modo, o número real é unidade do diverso, é um sistema de nexos e relações que constitui um todo indissolúvel em conexão com cada sistema numérico singular, ou seja, é o concreto”.

Freitas (2022) considera como nexos conceituais da geometria: direção e sentido (localização no espaço); composição das formas e suas características presentes no espaço e objetos; dimensionalidade de figuras (bi e tridimensionais); diferentes modos de constituição dos objetos nos espaços. Mame (2014, p. 57) e Candiotto (2016, p. 21) não fazem referência ao termo “nexos conceituais” da geometria. No entanto, trazem o seu objeto buscado em Aleksandrov, Kolmogorov, Laurent’ev (2021, p. 22) como sendo “as formas espaciais e as relações dos corpos reais, eliminando deles as restantes propriedades, considerando-as de um ponto de vista puramente abstrato”<sup>82</sup>. Uma atenção especial a tal objeto com certeza traria argumentos para os seus nexos, o que não fizemos no presente estudo, pois nos dedicamos – com base nessa visão mais geral aqui exposta – a focar naqueles referentes ao conceito de *Sequência*.

Ao trazermos para o ensino, o estudo de Mame (2014, p.148) sobre a geometria no Sistema Elkonin-Davídov aponta que desde os anos iniciais do Ensino Fundamental se deve formar nos estudantes as bases teóricas científicas da

---

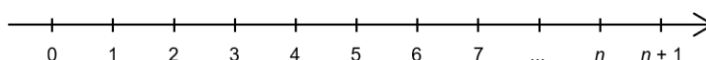
<sup>82</sup> “Thus geometry has as its object the spatial forms and relations of actual bodies, removed from their other properties and considered from the purely abstract point of view” (Aleksandrov, Kolmogorov, Laurent’ev, 2021, p. 22).

geometria, “o que sustenta prenúncios de novas possibilidades conceituais sem apegos extremos à sustentação empírica”.

No pertinente à álgebra, Panossian (2014, p. 107) considera como sua base teórica essencial ou célula a “relação quantitativa entre as grandezas variáveis de forma geral”. E Souza (2004) considera como nexos conceituais específicos da álgebra, tanto em sua especificidade não simbólica como simbólica: fluência, variável e campo de variação.

Rosa (2012, p. 227) sintetiza a tradução dessa sintonia entre os três ramos da Matemática em um modelo, cuja essência é a grandeza. Tal ilustração

[...] reflete os nexos e relações entre as significações aritméticas (sequência numérica concreta, numerais...), algébricas (variável, expressão algébrica...) e geométricas (reta numérica, segmento de reta, ponto...) do conceito de número em Davíдов, objeto do estudo.



Importa mencionar que essa ilustração traduz a síntese do estudo da autora, cujo foco foi o conceito de número manifestado nas tarefas dos livros didáticos da proposição davidoviana. Por isso, a representação se refere apenas aos números naturais. Entretanto, ela mostra em todo o seu trabalho possibilidades de induções que extrapolam para o campo dos números reais. Isso se reflete em sua síntese, ao estabelecer comparação com o ensino tradicional.

No entanto, entendemos que a expressão da síntese do conceito de número elaborada a partir das proposições davydovianas é mais abstrata e, conseqüentemente, mais concreta e plena de conteúdo teórico. Ela reproduz o sistema de nexos e relações que constitui os números reais como um todo indissolúvel em conexão com os naturais, inteiros, racionais e irracionais, ou seja, é o concreto do conceito, em sua integridade. Além disso, reflete a gênese, o elo universal de todos os números no campo dos reais, a relação complementar de multiplicidade e divisibilidade e sua expressão singular mediada pela variação da unidade. Em outras palavras, como declaração da tese em defesa: reflete, pois, a relação algébrica de multiplicidade e divisibilidade e sua expressão aritmética mediada pela significação geométrica (Rosa, 2012, p. 228).

Em nosso entendimento, uma forma de argumentar a respeito da complexidade dos experimentos e a conseqüente teorização do grupo de pesquisadores – em especial sobre os nexos da inter-relação das significações

aritméticas, algébricas e geométricas do conceito de número – é evidenciar a importância do complemento da síntese da referida autora, e que também consideramos válida para o conceito de *Sequência*. Ela é enfática em sua comparação e aponta que o número, na organização de ensino proposto por Davídov, não foca na ideia de numeral como ocorre no ensino tradicional. Pelo contrário, ele só existe na relação entre grandezas discretas ou contínuas (comprimento com comprimento, área com área, volume com volume, massa com massa, quantidade discreta com quantidade discreta).

Há um movimento no procedimento da relação entre grandezas que ascende do único ao múltiplo, do indivisível ao divisível, do geral ao particular, com a introdução da unidade de medida. Inicialmente, se estabelece as relações gerais de maior, menor ou igual; depois, mediada por uma unidade de medida particular e no contraste do discreto/contínuo, gera-se a formulação do modelo universal do conceito de número por meio de letras. E, conseqüentemente, a introdução da propriedade numérica da grandeza, como resultado da medição (Rosa, 2012, p. 227-228).

Conforme a autora, a propriedade numérica da grandeza, e não a grandeza em si é o resultado da medida. Desse modo, o número se constitui como uma abstração teórica, com característica generalizadora, pois reflete o seu estágio mais desenvolvido. Isso possibilita o estabelecimento de relações entre grandezas no interior do campo dos reais, além de serem aplicadas várias situações particulares e singulares.

Nesse sentido, Búrigo (2015) esclarece que essas inter-relações de nexos no campo dos reais ocorre em duas fases: 1) do primeiro ao quarto ano escolar, ao se focar nos números positivos, cuja referência é a grandeza (contínua e discreta); 2) a partir do quinto ano, quando são acrescentados números negativos, o que requer o surgimento da grandeza com sentido, vetorial.

Para Spacek (2024), os nexos conceituais trazem a síntese tanto das necessidades quanto das respostas elaboradas por um específico campo de conhecimento. Nesse âmbito, não é possível desconsiderar os nexos sem a evidência de sua revelação no movimento lógico-histórico do conceito. O entendimento do nível atingido de um conceito, no presente, passa pela apropriação dos seus nexos causais e das relações essenciais do desenvolvimento histórico. Nesse caso, conforme Silva (2022, p. 54), é “[...] lógico, porque os nexos constituem o movimento de pensamento,

e histórico, por destacarem as mudanças” nas etapas pelas quais marcaram o seu desenvolvimento.

Spacek (2024) chama a atenção de que os nexos são requisitos essenciais na organização do objeto a ser ensinado em contextos educativos formais. Em uma perspectiva de Ensino Desenvolvimental, Histórico-Cultural, o cuidado é para não cair na armadilha da fragmentação, do estático, pois, neste caso, os nexos só trarão relações do plano superficial.

Para Damazio *et al.* (2012), o ensino de um conceito com articulação de seus nexos dentro de um sistema tem como premissa oportunizar, aos estudantes, situações carregadas de possibilidades de os estudantes manifestarem suas: afirmações, justificativas, hipóteses, reconhecimento de características (regularidades, propriedades), representações, generalizações etc. Para nós, são nessas circunstâncias que os nexos se apresentam e orientam a apropriação do conhecimento estudado e o desenvolvimento do pensamento teórico.

Esses fundamentos foram essenciais para admitirmos os seguintes elementos internos, a sua relação unitária, do conceito de *Sequência*: **elementos, ordem e lei**. São eles a referência para enxergarmos nas tarefas particulares analisadas, nos livros didáticos do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov, condutores ou mediadores do sistema conceitual de *Sequência*.

Ao dizer “enxergamos” nas tarefas dos livros, desde as relações mais simples, evidenciamos a afirmativa: o olhar humano é desenvolvido. Segundo Galperin, Zaporózhets e Elkonin (1987, p. 304),

[...] o desenvolvimento sensorial da criança não consiste no simples exercício dos órgãos dos sentidos, realizado no processo de adaptação dos analisadores às condições presentes da realidade percebida, mas realiza-se por via da assimilação da experiência sensorial social, da cultura sensorial.<sup>83</sup>

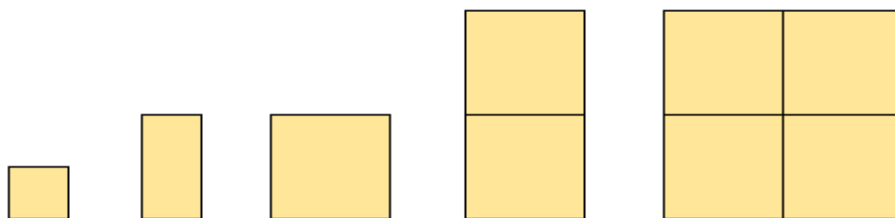
Como forma de ilustrar essa referência teórica, elaboramos uma situação, representada na Figura 9 – independente daquelas analisadas do livro didático – a fim de explicitar os seus nexos em duas compreensões no que se refere aos seus

---

<sup>83</sup> [...] “El desarrollo sensorial del niño no consiste en la simple «ejercitación de los órganos de los sentidos», realizada en el proceso de adaptación de los analizadores a las condiciones presentes de la realidad percibida, sino que tiene lugar por vía de la asimilación de la experiencia sensorial social, de la cultura sensorial” (Galperin; Zaporózhets; Elkonin, 1987, p. 304).

conteúdos: empírico e teórico. Dito de outro modo, no caso da Figura 9, por exemplo, o que interpretamos nela de base Matemática?

*Figura 9. Situação de análise com base em alguns conceitos matemáticos*



Fonte: Elaborada pelo autor com base em Damazio (2012).

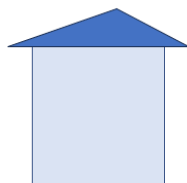
De acordo com o nível de apropriação dos conceitos da Matemática, inúmeras respostas podem se apresentar. Por exemplo, podemos ver: apenas um conjunto de grandezas; essas grandezas podem ser medidas; da esquerda para a direita existe um movimento, e outro da direita para a esquerda; é possível verificar quais seriam as próximas figuras, qual relação se estabelece entre elas, e assim por diante.

Dentre a diversidade de manifestações, por uma criança, sobre uma *Sequência* de conteúdo estritamente empírico, há possibilidade de destacar somente aquilo oportunizado pelo olhar: quadrado, retângulo, quadrado, retângulo, quadrado. No entanto, uma criança, por ter tido a oportunidade escolar de estar em movimento de apropriação de conceito científico, objetivaria outro entendimento. Sua explicação seria de modo similar à seguinte: Cada *elemento* da *Sequência* tem uma relação, a grandeza área de cada *elemento* equivale a duas vezes a anterior, ou meia vez a posterior. Sua tradução para a *Sequência* numérica, poderia ser: 1, 2, 4, 8, 16. Observa-se que cada *elemento* ocupa uma posição e apresenta números diferentes de unidades da grandeza, e sua *lei* funcional algébrica seria  $y = 2^x$ , com  $x$  a posição do *elemento* (figura) e  $y$  a quantidade de unidade básica de área da figura. Há, pois a manifestação dos nexos conceituais: de *elemento* (objeto e numérico), de *ordenação* (com a possibilidade de análise de seu posicionamento), de padrão (ser duas vezes a anterior ou meia vez a posterior) e de *lei* ( $y = 2^x$ ). Eles articulam-se a outros conceitos interdependentes como: número, multiplicação, divisão, potenciação, relação, função, para citar alguns. Novos desdobramentos conceituais teóricos poderiam ser

evidenciados, porém os exporemos no quarto capítulo, ao analisarmos a proposição davidoviana.

O mesmo processo ocorre com a Figura 10.

*Figura 10. O que se vê com teor de Matemática?*



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Aqui as respostas também podem ser variadas, mas com certeza as possibilidades de conteúdo podem ser distintas. Por exemplo, uma criança do primeiro ano com compreensão empírica diria: um triângulo azul escuro em cima de um retângulo azul claro. De outro modo, um estudante do mesmo ano escolar inserido no Sistema Elkonin-Davídov indicaria indícios do pensamento teórico do tipo: a grandeza área da superfície triangular é menor do que a da retangular. Ou exporia a definição das respectivas áreas, similar ao que indicam Rosa (2012) e Mame (2014): a figura de cima é um triângulo porque é uma região ou superfície definida por linha quebrada fechada formada por três segmentos de retas. E a figura debaixo representa um retângulo, pois forma uma superfície definida por uma linha quebrada fechada com quatro segmentos de reta, sendo cada par deles de mesma medida e os ângulos apresentam a mesma medida.

Ambas as situações nos permitem observar que, como alerta Damazio (2023), na Teoria Histórico-Cultural e do Ensino Desenvolvidor falar de sistema conceitual requer a referência à relação essencial, vinculada aos nexos articuladores entre os conceitos constituintes.

Nesse contexto conceitual em que uma das finalidades é o desenvolvimento do pensamento conceitual em sua máxima possibilidade, não se pode perder de vista o entendimento davidoviano em vários escritos – por exemplo, Davídov e Slobódchikov (1991), Davídov (1988), Davídov (1982) – de que a base de todo conceito matemático, isto é, o seu nexos mais geral trata-se da relação entre grandezas, num contexto de medição. Por decorrência, gera-se uma característica fundamental para o conceito matemático base: número real. Isso revela um estágio

máximo do movimento lógico e histórico referente ao conceito de número, cuja produção humana inicial remete ao campo dos naturais. Esses são, pois, a referência no processo de sistematização científica da Matemática. Porém, no processo histórico, antes disso a humanidade tinha outros meios de controle de quantidade. Aleksandrov, Kolmogorov, Laurent'ev (2021, p. 7) corroboram com a afirmação: “Inicialmente aquelas pessoas não tinham o conceito do que é número, mas eles podiam do seu próprio modo fazer julgamentos sobre o tamanho de uma ou outra coleção de objetos conhecidos com sua vida diária.”<sup>84</sup>

Diante disso, parece-nos, então, necessário responder uma pergunta primordial: o que é número natural, na concepção do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov? Trata-se de uma especificidade da relação entre grandezas em que, no processo de medição, a unidade de medida cabe uma quantidade inteira de vezes na grandeza a ser medida. Portanto, ele se constitui como número real, o qual inclui todos os resultados de medição: inteiro, racional e irracional.

O exposto nesses últimos parágrafos é uma evidência de que os conceitos da Matemática estão ligados uns aos outros como síntese de múltiplas determinações produzidas historicamente pela humanidade. Por isso, ao elaborarmos esta dissertação, a ideia de sistema e nexos nos moveu como forma de ilustrar e evidenciar a existência da relação entre eles, geradora da necessidade do surgimento de outros conceitos vinculados a um deles. Búrigo (2015) complementa que tal vinculação é indutora para a elaboração de tarefas particulares de forma concatenada para colocar o pensamento dos estudantes em movimento de apropriação do conceito em nível teórico. Por isso, na sequência abordamos o modo de organização do ensino em que esse processo se efetiva.

### 3.3 ESTRUTURAÇÃO DO MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV

Um compromisso para este capítulo está em dar significado ao título de nossa dissertação, *Os nexos conceituais das Sequências numéricas no modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov*. Para nós, isso requer um espaço,

---

<sup>84</sup> At the first these peoples had no concept of what a number is, although they could in their own fashion make judgments about the size of one or another collection of objects met with in their daily life.

na presente obra, para abordar a estrutura do modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov. Portanto, se na seção anterior assumimos o compromisso de tratar do sistema de conceitos e seus nexos, nesta seção trataremos mais especificamente da estruturação do modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov.

Tratar do modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov significa dizer: um modo geral de organização de ensino que contemple um processo de apropriação no qual entra em cena a articulação entre os conceitos mediados por seus nexos, pois nessas circunstâncias ocorre o desenvolvimento do pensamento teórico.

Vale lembrar a introdução da presente dissertação, na qual explicitamos o movimento como pesquisador, as temáticas em que nos envolvemos e o processo de elaboração do problema da pesquisa. Esses três focos orientaram o objetivo de, desde então, explicitar a união das nossas preocupações manifestadas pelas pesquisas anteriores. O conjunto das preocupações manifestadas nos encaminhou para o modo de organização do ensino do Sistema Elkonin-Davídov, pois ele traduz a possibilidade de objetivação da finalidade da educação de propiciar as condições para a apropriação conceitual em conformidade com nossas concepções atuais e aspirações.

Vale trazer, aqui, uma concepção de Davídov (1988, p. 153) mais internalista – semelhante à de Luria, que apresentamos na seção 2.2 – de que “o conceito constitui o procedimento e o meio da reprodução mental de qualquer objeto como sistema integral. Possuir o conceito sobre tal objeto significa dominar o procedimento geral de construção mental deste objeto”.<sup>85</sup>

No que diz respeito ao processo de “possuir o conceito”, a preocupação, na condição de professor, é que isso ocorra por parte dos estudantes. Afinal, como dissemos anteriormente, esta é a finalidade primeira de uma organização de ensino desenvolvimental, ainda mais com conteúdo teórico. Nessa direção, uma questão que colabora conosco, com fim ilustrativo, é a de Galperin (1959), ao afirmar ser muito

---

<sup>85</sup> “el concepto constituye el procedimiento y el medio de la reproducción mental de cualquier objeto como sistema integral. Tener el concepto sobre tal objeto significa dominar el procedimiento general de construcción mental de este objeto” (Davídov, 1988, p. 153).

mais difícil contar com objetos do que três, no entanto, o conceito com não é mais difícil que o de três. Então, como se produz a apropriação dos conceitos?

A apropriação dos conceitos e o modo pelo qual os sistematizamos na organização do ensino está relacionada com uma necessidade mais ampla. Ou seja, aquilo que Suchodolski (1976) chamou de “ajuda” na superação da consciência predominante no modo de produção capitalista. Isso, necessariamente, postula a referência aos conceitos científicos. Nesse sentido, Kursanov (1966, p. 9, grifos nossos) contribui para o debate ao afirmar:

O conceito científico é o elemento lógico central na construção dos sistemas de cada ciência; como forma de raciocínio lógico, o conceito científico é o reflexo concentrado das propriedades e **nexos internos**, essenciais e determinantes, regulados por leis, entre os objetos do mundo material; ao surgir como produto de um trabalho de abstração ativa do raciocínio humano, o conceito científico passa a converter-se, no posterior desenvolvimento do conhecimento, em um dos componentes determinantes do “saber básico”, nele que se funda a criação e progresso das disciplinas científicas e logicamente diáfana do papel ativo e da enorme força do raciocínio humano no conhecimento da essência do mundo que nos rodeia, o que determina a extraordinária importância de seu valor cognoscitivo e prático; o conceito científico – a causa precisamente deste significado que lhe é próprio – se converte em um dos focos da luta ideológica no qual se enfrentam ideias e concepções filosóficas opostas, que expressam as tendências e os interesses das distintas classes sociais.

Vale destacar a referência de Kursanov (1966) a *nexos internos* – termo também adotado em nosso problema de pesquisa – relativa ao reflexo concentrado das propriedades internas, que diz respeito aos conceitos científicos. Estes têm papel relevante no desenvolvimento do conhecimento de cada disciplina e são carregados de poder ideológico, peculiar às suas bases filosóficas e, por isso, estimulam o conhecimento do mundo em sua essência.

Todo esse aparato teórico é cuidadosamente observado na organização do ensino proposto por Davídov e seu grupo de pesquisadores e interlocutores. Davídov (1988) propõe uma organização do ensino com vista à apropriação conceitual com a seguinte estruturação: tarefas de estudo, ações de estudo, tarefas particulares, operações.

1) As **tarefas de estudo** estabelecem as finalidades pertinentes à apropriação dos conceitos para um determinado nível escolar. Por exemplo, no que

diz respeito ao ensino dos anos iniciais, Davídov (1988, p. 209) estabelece as seguintes tarefas para o ensino de Matemática:

- 1) Introdução dos alunos na esfera das relações entre grandezas: formação do conceito abstrato de grandeza matemática;
- 2) Demonstração, para as crianças, da relação múltipla das grandezas como forma geral do número: formação do conceito abstrato de número e da compreensão da inter-relação fundamental entre seus componentes (o número é derivado da relação múltipla das grandezas);
- 3) Introdução sucessiva dos estudantes na área dos diferentes tipos particulares de números (naturais, quebrados, negativos): formação dos conceitos sobre estes números como uma das manifestações da relação múltipla geral das grandezas em determinadas condições concretas;
- 4) Demonstração do caráter unívoco da estrutura da operação matemática (ao conhecer o valor dos elementos da operação se pode determinar univocamente o valor do terceiro elemento): formação da compreensão sobre a inter-relação dos elementos das ações aritméticas fundamentais.<sup>86</sup>

Observa-se que essas quatro tarefas de estudo trazem nitidamente a ideia de grandezas e suas relações. Portanto, é coerente considerar tal ideia, indicada por Davídov, como sendo a constituinte da relação essencial dos conceitos científicos da Matemática, quando a pretensão é o desenvolvimento do pensamento teórico.

Por que as tarefas de estudo são importantes em Davídov, e o que elas precisam ter para serem chamadas de tarefas?

As tarefas de estudo estabelecem aquilo que não se pode perder de vista, por se tratar da direção epistemológica, ontológica, pedagógica e didática do ensino. Por consequência, incidem no tipo de aprendizagem e desenvolvimento do estudante em conformidade com o conteúdo previamente estabelecido. Sendo assim, a tarefa de estudo tem como uma de suas características a orientação para a apropriação de um certo procedimento geral “e, assim, formar o conceito sobre a ‘célula’ inicial de um determinado objeto de estudo” (Davídov, 1988, p. 183). Enfim, ela é determinante na criação das condições necessárias aos estudantes para a solução dos problemas e situações a eles propostas que realmente os colocam em movimento de atividade de estudo.

2) As **ações de estudo** são as promotoras do desenvolvimento de cada uma das tarefas de estudo anteriormente mencionadas. São elas:

---

<sup>86</sup> Na sequência do texto, o autor explica esses princípios e tarefas na proposição do experimento formativo que realizou no ensino da Matemática. Não nos cabe, aqui, fazer tal detalhamento.

- transformação de dados de tarefas para expor a relação universal do objeto estudado;
- modelagem da relação diferenciada objetiva, graficamente ou por meio de letras;
- transformação do modelo de relacionamento para estudar suas propriedades em "forma pura";
- construção do sistema de tarefas particulares a resolver por um procedimento geral;
- controle sobre o cumprimento das ações anteriores;
- avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de estudo<sup>87</sup> (Davídov, 1988, p. 181).

As ações de estudo estão fortemente vinculadas entre si e colocam os estudantes em processo de atuação movidos por uma centralidade: as relações entre grandezas, em um contexto de um determinado conceito científico e seus sistemas, interligados por seus nexos e características específicas. Vale dizer que as duas últimas ações (controle e avaliação) estão assim expostas por questão didática, mas não necessariamente seguem aquela ordem, pois elas perpassam as quatro primeiras ações.

As ações de estudo, fortemente ligadas, imprimem um processo dialético no pensamento do estudante. A primeira coloca o estudante em movimento intelectual de redução de um concreto caótico para as abstrações conceituais vislumbradas pela identificação dos componentes da relação essencial do conceito em processo de estudo. A segunda ação, por traduzir em modelo a referida relação – denominada por Davídov (1988) de substancial –, desencadeia uma dinâmica de ascensão do referido abstrato para o concreto em nível de pensamento. Ela se torna a referência para as subsequentes por ter sistematizado o modelo que, mediado pela dita relação, conduz os estudantes à elaboração e compreensão teórica do conceito estudado.

3) As **tarefas particulares**, em seu conjunto, movem a especificidade de cada uma das seis ações de estudo. De início, elas são elaboradas pelo professor e, necessariamente, têm um teor pertinente à finalidade da correspondente ação de estudo da qual fazem parte. Portanto, não perdem de vista a relação essencial do

---

<sup>87</sup>- transformación de los datos de la tarea con el fin de poner al descubierto la relación universal del objeto estudiado;

- modelación de la relación diferenciada en forma objetual, gráfica o por medio de letras;  
 - transformación del modelo de la relación para estudiar sus propiedades en "forma pura";  
 - construcción del sistema de tareas particulares a resolver por un procedimiento general;  
 - control sobre el cumplimiento de las acciones anteriores;  
 - evaluación de la asimilación del procedimiento general como resultado de la solución de la tarea de estudio dada" (Davídov, 1988, p. 181).

conceito em processo de apropriação. Trata-se de situações, problemas, jogos etc. a serem propostos aos estudantes e por eles analisados, desenvolvidos ou resolvidos.

No processo de suas elaborações, organização e proposição, segundo Rosa (2012) e Búrigo (2015), as tarefas particulares se apresentam com uma característica importante: cada qual, além do foco em uma determinada especificidade do objeto em estudo, gera tanto a necessidade de um novo patamar conceitual quanto a elaboração de outra delas, a fim de atender às exigências criadas pela anterior. Nas palavras de Búrigo (2015, p. 131), “cada tarefa particular é cuidadosamente elaborada para que se articule com as antecedentes e, concomitantemente, gere dupla necessidade: do surgimento da precedente que, por sua vez, aponta para outro conceito ou significação pertinente” ao sistema conceitual em destaque naquele momento do ensino escolar. Nesse sentido, Felipe (2021) acrescenta que essa necessária vinculação entre elas se constitui em condição pedagógica indissociável às condições sociais, com a necessária finalidade de apropriação dos conhecimentos científicos teóricos.

4) As **operações** são as responsáveis pela resolução de cada tarefa particular pela efetivação das ações. Para Leontiev (1978), uma operação é o modo pelo qual uma ação dirigida à solução de uma tarefa particular é executada. A execução é efetivada pelas operações determinadas, por sua vez, pelas condições, meios e procedimentos disponíveis. Uma tarefa particular se objetiva por diferentes ações, mas é possível que uma delas seja necessária para o desenvolvimento de outras tarefas particulares. Isso ocorre por consequência da origem do elemento que impulsiona a especificidade desses dois componentes estruturais. No caso, a tarefa particular é determinada por um fim específico que, por sua vez, articula-se com as condições de execução, isto é, as operações. Por exemplo, a operação de representar na reta numérica pode ser adotada em tarefas particulares das diferentes grandezas (área, comprimento, volume).

Desse modo, uma nova tarefa particular é executada com base em algo apropriado em processos anteriores, constituinte do repertório das possibilidades – operações – desenvolvidas pelos estudantes. Assim, o seu processo de execução se caracteriza por um movimento dialético de análise e síntese, no qual os nexos de um sistema conceitual apreendido, até então, passa a ser uma condição – traduzida em operação – para o surgimento de outro pertinente ao novo conceito. Vale ilustrar com

referência à *Sequência* numérica, que de início as tarefas particulares até podem valer-se dos nexos da contagem – condição já assimilada ligada ao conceito de número natural – para as suas devidas resoluções. No entanto, necessariamente, elas devem ser elaboradas de modo tal que conclamem novos nexos, vinculados ao elemento “posição”. Este, ao ser apropriado, constitui-se em condição (operação) para o surgimento do elemento “padrão” o qual, posteriormente, passa a ser referência contemplada por novas tarefas para um outro: a *lei*.

Essa confluência entre as operações e nexos coloca, segundo Davíдов (1988), os estudantes em processo de desenvolvimento no âmbito da atividade principal de estudo, cujo conteúdo é o nível teórico do pensamento. Portanto, não se trata de partir daquilo que o aluno sabe, cuja aquisição ocorreu no espontaneísmo diário dos estudantes, como propõe o ensino tradicional.

Colocar os estudantes em atividade de estudo postula do professor um profundo conhecimento do processo histórico de produção de um determinado conceito. Isso porque nele está a possibilidade de extrair os nexos articuladores da relação essencial e, ainda, no mais alto nível de cientificidade.

No próximo capítulo, evidenciamos uma possibilidade de objetivação da estruturação de tais fundamentos davidovianos tomando por base as reflexões de Davíдов e seus colaboradores no livro didático de Matemática. Na presente pesquisa adotamos como referência o livro do primeiro ano, no entanto, temos conhecimento da existência dele para os segundo, terceiro, quarto e quintos ano. Ressaltamos que não apresentamos todas as tarefas do referido livro didático do primeiro ano, apenas as que entendemos serem centrais para cumprir o objetivo de nossa pesquisa, que diz respeito aos nexos conceituais das *Sequências* numéricas.

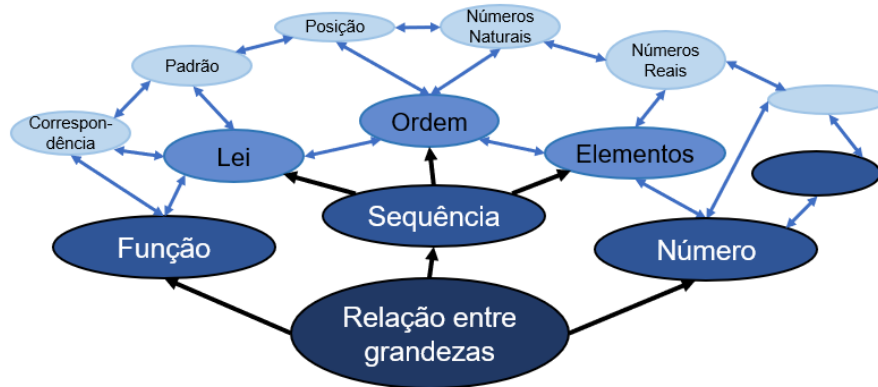
#### 4. O CONCEITO DE SEQUÊNCIA E SEUS NEXOS NA PROPOSIÇÃO DO SISTEMA ELKONIN-DAVÍDOV

De início, nossa preocupação era verificar como organizar o ensino do conceito de *Sequência* no contexto da Análise Matemática. Com o decorrer da pesquisa, ao investigar a gênese e desenvolvimento do conceito, verificamos que precisávamos recuar para os primeiros anos escolares. Por isso, aprofundamo-nos no estudo do que seriam, teoricamente, as *Sequências* numéricas, mais especificamente de números inteiros.

Ao estabelecermos as primeiras relações com o livro didático analisado, percebemos que, mesmo antes de apresentar tarefas com teor numérico, existem manifestações com diversos teores, inclusive com possibilidade de indução para números racionais não inteiros. Nesse sentido, vale dizer que também encontramos, desde o início do livro do primeiro ano, tarefas com margem para inferir novos tipos de *Sequência*, com conceitos matemáticos como a ideia de limites (finitos e infinitos), por exemplo.

Ainda nessas primeiras relações com o livro didático, outro achado se tornou importante ao se constituir em fator decisivo para fazermos uma nova delimitação para a análise. Como sabemos, a proposição de ensino do Sistema Elkonin-Davíдов, no que diz respeito ao ensino da Matemática, traz como centralidade dos conceitos a *relação entre grandezas*, o que não é diferente para a *Sequência*, claro que com determinadas especificidades. Como forma de orientar a análise, apresentamos um breve esquema (Figura 11) que coloca os nexos peculiares do referido conceito, conforme nossa compreensão, apresentada no último parágrafo da seção 2.3, articulados essencialmente por: *elementos*, *ordem* e *uma lei*. Além disso, acrescentamos componentes conceituais desses nexos: posição, função, padrão, correspondência, números naturais e números reais.

Figura 11. Nexos e componentes conceituais de Sequência



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Na cor azul mais escura representamos a “Relação entre grandezas” como aquilo que é central para a elaboração dos conceitos da Matemática. A esse respeito, chamamos a atenção que ela não se limita apenas para os três conceitos imediatamente ligados no esquema, Função, Número e Sequência, mas estão assim representados por serem tomados como foco de nosso sistema conceitual em análise. Com uma tonalidade ainda mais clara encontram-se os nexos principais do nosso objeto de estudo, as relações entre: Lei, Ordem e Elementos, pois são componentes de todas as Sequências. Ressaltamos que esses nexos não são isolados uns dos outros. Como dissemos, é quando eles são tomados em unidade que surgem as Sequências. Destacamos também as palavras cujas caixas de texto estão preenchidas com a cor azul mais clara. Elas representam outros componentes próprios do conceito de Sequência e seus nexos. Esclarecemos que os dois balões vazios indicam a existência de outras relações, preenchidas conforme a organização do ensino proposta pelo professor.

Nosso estudo se compromete a demonstrar que há ligação entre os conceitos da Matemática, vistos por nós em sistemas conceituais. Nesse âmbito, escolhemos os nexos conceituais para explicitar seu movimento e constituição. No entanto, os nexos não são isolados uns dos outros, e isso foi motivo de inquietação para nós no que diz respeito à sua exposição. Como revelar a relação própria dos nexos? Seriam esses os nexos dos nexos dos conceitos? Para tanto, decidimos tratá-los como *componentes conceituais*, que em nosso caso são: posição, função, padrão, correspondência, números naturais e números reais.

Destacamos que no esquema ilustrado pela Figura 11 as setas têm um significado, apontam para dois sentidos, por se tratar de uma relação de mútua constituição. No caso da *Lei*, ela não é apenas um componente conceitual de *Sequência*, mas também de outros conceitos, função e equação, por exemplo. Além disso, as *Leis* podem ser tomadas como foco de um determinado estudo e modificar todo o esquema, o qual consideramos dinâmico e apenas assumiu caráter estático para a sua exposição.

Por consequência dessas amarrações, próprias do sistema conceitual em foco, observamos que o primeiro contato dos estudantes, no ano inicial escolar, é com a aprendizagem da grandeza e do processo de medição, como condição para o processo de desenvolvimento do pensamento teórico vinculado ao número. Uma vez que a quantidade de tarefas iniciais com teor de *Sequência* – que de certo modo trazem os nexos – é grande, então, como critério de análise, elas se constituíram em nossa centralidade. No entanto, a título de ilustração, apresentamos uma ou outra tarefa que traz a ideia de número.

#### 4.1 O CONCEITO DE SEQUÊNCIA DOS ANOS INICIAIS – COMO SE APRESENTA NOS LIVROS DIDÁTICOS RUSSOS

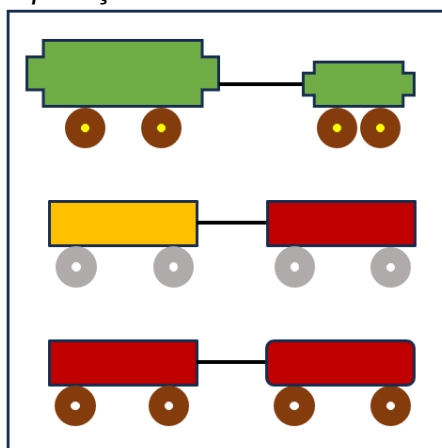
Parece inconveniente tratar de conceitos tão complexos da Análise Matemática como o de *Sequência*, por exemplo, no Ensino Fundamental, principalmente no 1º ano. Mas, a perspectiva teórica adotada nos apresenta argumentos para tal possibilidade. Davídov (1988) pressupõe que a criança, ao chegar ao 1º ano, merece encontrar um modo de organização tal que desenvolva o pensamento teórico. Com isso, verificamos a possibilidade de o referido conceito e a manifestação de seus nexos, que articulam todo o sistema conceitual, apresentarem-se nos livros didáticos e de orientação aqui adotados.

Se para Davídov (1988) a base dos conceitos matemáticos é a relação entre grandezas (comprimento, área, volume, massa), então a primeira tarefa de estudo seria colocar o estudante em processo de aprendizagem para que isso aconteça. Antes, porém, torna-se imprescindível colocar os estudantes em situação de análise investigativa relacionada às características externas dos objetos.

A presente seção foi elaborada com base nas tarefas do livro didático russo adotado em escolas do Sistema Didático de Ensino Elkonin-Davídov, uma de nossas fontes de dados no âmbito científico. Tal obra é a edição atual de Davídov, Gorbov, Mikulina e Savelyeva do ano de 2022. Por isso, quando fazemos alusão à “tarefa do livro didático”, “tarefa do livro”, referimo-nos às tarefas de estudos propostas aos alunos nessa obra.

De início, como forma de ilustrar o contexto em que se manifestam as tarefas com teor de *Sequência*, apresentamos duas, vinculadas às grandezas, que mostram a preocupação do sistema de ensino em colocar os estudantes em processo de aprendizagem. Mesmo assim, subjacentemente, trazem anúncios de alguns dos seus nexos. Nas primeiras proposições do livro didático russo, o estudante se depara com tarefas relacionadas à investigação das características objetais cor, forma e tamanho. A terceira delas (Figura 12) diz o seguinte: “O que é que os vagões têm em comum, como se chamam estas características, o que eles têm de diferente, como se chamam estas características?” (Davídov, et al., 2022, p. 3).

Figura 12. Comparação entre as características dos vagões

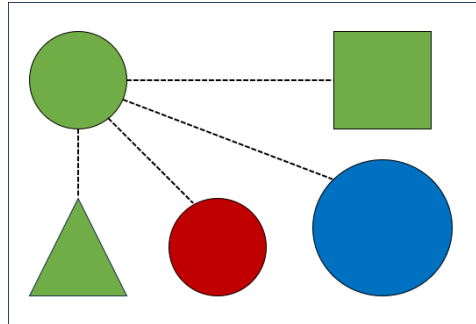


Fonte: Elaborada pelo autor com base em Davídov et al. (2022, p. 3).

Os estudantes têm muitas possibilidades para resolver a tarefa. Ao mesmo tempo que encontram as semelhanças e diferenças, precisam expressar as suas respostas. Desse modo, eles verificam que os vagões podem ser comparados por sua cor, forma e tamanho. Mas, isso só é possível por uma condição definida por um componente próprio do conceito de *Sequência*: a correspondência objetivada pelas linhas que unem os vagões, ou seja, os seus *elementos*.

O mesmo ocorre com outra tarefa (Figura 13), a seguinte no livro didático, ao requerer que os estudantes mostrem ao professor qual figura é igual à primeira: de acordo com sua cor; de acordo com sua forma; de acordo com seu tamanho (Davídov, et al., 2022).

*Figura 13. Qual figura é igual à primeira?*



Fonte: Elaborada pelo autor com base em Davídov et al. (2022, p. 4).

A condição da tarefa é que o estudante responda ao professor com uma nova pergunta em vez de uma afirmação. Ele necessita saber qual característica é considerada: se for pelo seu tamanho a resposta será uma; caso a referência seja a cor, outra; e por sua forma, outra.

As tarefas, desde o início, além de dar atenção para as peculiaridades das figuras, objetivam desenvolver no estudante uma postura questionadora, isto é, colocá-lo em uma ação investigativa<sup>88</sup>. No caso da tarefa anterior, por exemplo, qual é a resposta correta? Todas? Nenhuma? Depende, até que seja direcionada, pelo professor, uma característica. Tais dúvidas só se apresentam por decorrência da finalidade para qual ela é elaborada, movida por nexos conceituais, inclusive de *Sequência*. Um deles é o *elemento* referência em *correspondência* com os demais. Há, pois, um grupo de figuras (superfície triangular, duas superfícies circulares e uma superfície quadrada) a ser relacionado com uma superfície circular. Embora elas tragam algumas ideias de nexos relativos à *Sequência*, mesmo assim não se constituem como tal, pois não explicitam todos eles.

Vale reafirmar que as duas tarefas anteriores podem ser exploradas com maior atenção. Entretanto, no contexto de nossa exposição assumem o caráter de

<sup>88</sup> Cardoso (2024) aborda com maiores detalhes, e com base nas mesmas tarefas, essa questão. No entanto, não nos aprofundaremos nisso, pois nossa preocupação está com os nexos.

contextualização. Elas ilustram ao leitor uma das preocupações iniciais de Davídov et al. (2022) referente à apropriação de algumas características externas dos objetos.

A preocupação, que chamamos de inicial no contexto do primeiro ano escolar, com o avanço em relação às próximas tarefas não é abandonada, mas manifesta o começo que subsidia toda a continuidade das análises. E isso revela, para nós, um caráter de **vínculo** entre elas. Portanto, ao mesmo tempo que os estudantes se apropriam de algumas características externas dos objetos, são apresentadas situações que tratam de um novo jeito de diferenciá-los por meio de um dos constituintes do conceito ora em estudo: a posição.

A questão abordada se revela em uma das tarefas cujo título da seção é “À ESQUERDA – À DIREITA, ENTRE, EM CIMA – EMBAIXO” (Figura 14), com o enunciado: “Aponte os ovais que estão: à esquerda do quadrado; à direita da estrela; entre o quadrado e a estrela” (Davídov, et al., 2022, p. 5).

*Figura 14. Tarefa sobre posição*



Fonte: Elaborada pelo autor com base em Davídov et al. (2022, p. 5).

Nessa tarefa, como em todo o livro didático, não são abandonadas as preocupações anteriores, não é encerrado um assunto para o início de outro, tal como demonstramos se constituir um incômodo no contexto da problemática de pesquisa, na introdução. Em vez disso, a ele é acrescida uma coisa nova, uma nova necessidade (Búrigo, 2015). Considerar esse fato é indispensável em nosso objeto de estudo, pois evidencia a ideia de **sistema conceitual** e seus **nexos**. A referência nesse caso é a posição. Esta apresenta algumas especificidades e, nesse caso, trata-se da horizontalidade. Nessa tarefa apresentam-se, além dos nexos que envolvem a característica posição, própria do conceito de *Sequência*, a inclusão de uma de suas significações (horizontal) produzida historicamente.

De acordo com Davídov (1988), na atividade de estudo os alunos reproduzem o processo real pelo qual a humanidade desenvolveu os conceitos. Desse modo, de forma resumida, o estudante assume postura semelhante aos cientistas. No entanto, cabe esclarecer que tudo isso se apresenta em circunstâncias objetivas, embora, como diz Davídov (1988), seja algo pertinente ao pensamento dialético. Portanto, a posição, como um constituinte do conceito, vinculada por seus nexos, tende a complexificar seu nível de desenvolvimento conceitual. Exemplo disso é a sua qualidade, que é inicialmente horizontal.

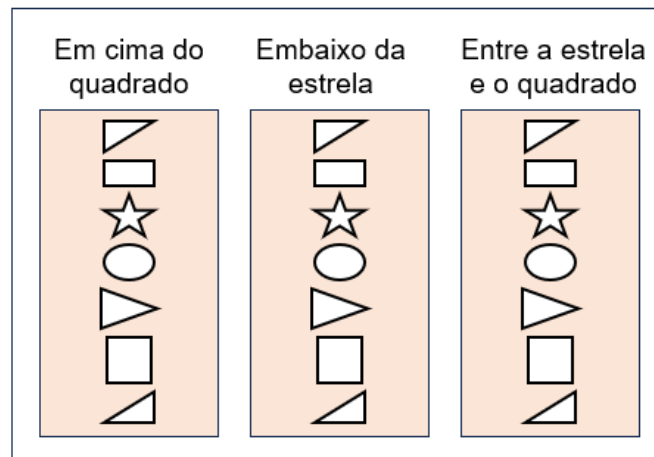
Davídov et al. (2022) utilizam as tarefas para possibilitar a **concatenação entre os conceitos** pelos seus nexos. Para expressar a relação entre eles, nesse lugar da escrita, usamos como exemplo um tipo de tarefa, a adivinhação por parte do estudante (registremos, bastante utilizado nesse contexto didático). Nas duas tarefas anteriores, se o professor questionasse ao estudante: estou pensando em uma figura, qual é? O estudante, para chegar à resposta, faria perguntas no que diz respeito à cor, à forma ou ao tamanho. A partir de então, para Davídov (1988, p. 180), com o intuito de estimular “[...] o pensamento dos escolares no sentido de explicar o que ainda não se sabe, de assimilar novos conceitos e procedimentos de ação [...]”<sup>89</sup>, ele verifica que também é possível determinar de qual figura se trata quando a sua referência for a posição.

A característica do posicionamento é essencial para introduzir o conceito de *Sequência*, que no livro didático russo se manifesta ao minuciar a análise de possíveis modos de investigação da organização dos *elementos*. Além disso, não fica apenas na condição de posicionamento horizontal na relação com as demais figuras, pois a humanidade produziu outras significações, por exemplo, a verticalidade e os agrupamentos. O posicionamento é abordado na relação vertical, acima, entre ou abaixo, como na tarefa ilustrada com a Figura 15. Tal tarefa solicita que se mostrem os triângulos que estão: em cima do quadrado; embaixo da estrela; entre a estrela e o quadrado.

---

<sup>89</sup> “[...] el pensamiento de los escolares en el sentido de explicar lo aún no conocido, de asimilar nuevos conceptos y procedimientos de acción [...]” (Davídov, 1988, p. 180).

*Figura 15. Tarefa sobre posição*



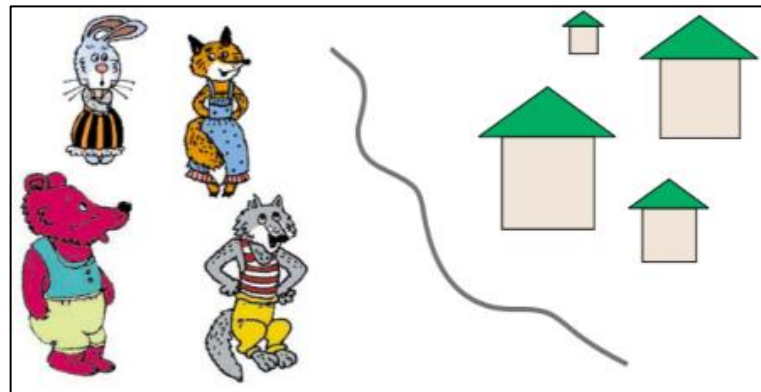
Fonte: Elaborada pelo autor com base em Davídov et al. (2022, p. 5).

Mais uma vez, uma coisa nova apareceu em relação à tarefa anterior: a possibilidade de posicionar as figuras em cima ou abaixo uma da outra, além do modo anterior, lado a lado (à direita ou à esquerda), respectivamente, posição vertical e horizontal. Trata-se, pois, de uma compreensão de caráter objetal como base inicial para o entendimento da representação geométrica no sistema de retas ortogonais dos números positivos e negativos. Isso nos comprova quão íntima é a relação entre cada novo passo do movimento da ação investigativa dos estudantes com os anteriores. Há no livro didático outras tarefas que se referem, especificamente, à elaboração conceitual do posicionamento. No entanto, como dito anteriormente, não é possível nem consideramos necessário apresentar todas as tarefas do livro analisado.

A investigação do conjunto das proposições proporcionou-nos o entendimento de que elas estão organizadas de forma **interligada** umas às outras. Essa característica explicita evidências de uma preocupação ampla de organizar o ensino dos conceitos com revelação de seus nexos. A cada tarefa apresentada, algo novo aparece, o que se constitui em um movimento crucial para a presente pesquisa. Destacamos as três próximas, ilustradas pelas Figuras 16, 17 e 18.

Dessas, a primeira surge após o livro enunciar “TAMANHO. MAIOR. MENOR.” Isso significa que emergirá a necessidade de os estudantes estabelecerem a comparação entre as casas, uma de sua referência de análise, e organizá-las para cada “bicho”. Propõe: “Mostre a casinha de cada um dos bichos” (Davídov, et al., 2022, p. 7).

Figura 16. A casa de cada um dos bichos



Fonte: Davídov et al. (2022, p. 7).

Para resolvê-la, o estudante precisa, além de comparar as grandezas, organizá-las de acordo com determinado critério. Isso constitui um novo componente, articulado por nexos, o *elemento*, o que é necessidade para a elaboração conceitual das *Sequências*.

Observa-se uma peculiaridade no desenvolvimento desta tarefa se compararmos com as anteriores. Naquelas, as relações requeridas entre os seus *elementos* eram estabelecidas, representativamente, por linhas que ligavam cada qual com o de referência. De outro modo, a proposição da Figura 16 coloca uma linha curva para separar os dois grupos de *elementos*. Ou seja, ela dá margem para adotar ditas formas de corresponder as casas com os respectivos bichos. Trata-se de uma diferença para ser referência na análise das demais, como forma de trazer evidências das preocupações detalhistas, de Davídov e colaboradores, com as amarras conceituais entre elas para a formação do pensamento conceitual das crianças.

Na resolução da tarefa (Figura 16) por um grupo de estudantes, possivelmente se apresentarão distintas respostas. Os estudantes estão e não, ao mesmo tempo, diante da mesma tarefa. Eles estão, por se tratar de uma proposição única por parte do professor; e não, pois o seu ato de pensar segue um modo único e distinto, porém, complexo de possibilidades. Isso não se limita a essa tarefa em específico, mas se aplica à postura que o ser humano assume diante das questões que lhes são apresentadas, por consequência das apropriações das determinações humanas. Aqui parece estar mais uma justificativa para a atenção do grupo de Davídov na elaboração das tarefas particulares, de modo a imprimir um movimento articulador entre elas, em que entram em cena os nexos do sistema conceitual e seus

componentes. Atende, pois, ao pressuposto de Leontiev (1978, p. 95) de que “devemos considerar a consciência (o psiquismo) no seu devir e no seu desenvolvimento, na sua dependência essencial do modo de vida, que é determinado pelas relações sociais existentes, e pelo lugar que o indivíduo considerado ocupa nestas relações”.

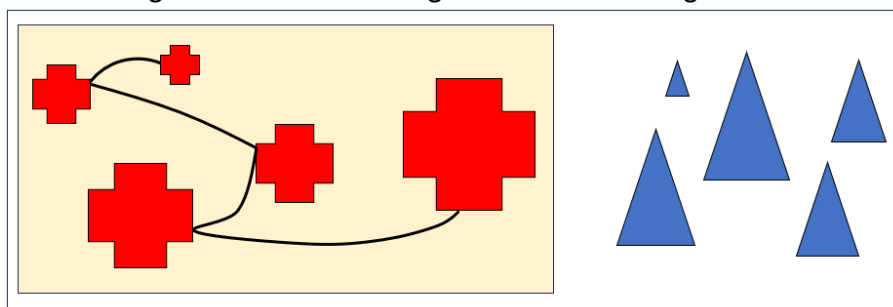
No caso da tarefa da Figura 16, uma possibilidade de resposta é com traços que liguem um animal até sua casa; outra, é agrupar o animal com sua casa; alguns estudantes podem, inclusive, desenhar o animal sobreposto à casa. Possivelmente, surgirão novas respostas.

As tarefas, nesse sistema didático, como enfatizamos, estão ligadas umas às outras; por conta disso, a anterior poderá ser reelaborada, futuramente, pelo professor. Nesse caso, ela pode, inclusive, ainda que com o mesmo conteúdo, tornar-se inédita, se trouxer outros de seus componentes com suas respectivas significações e, por consequência, atingir outro nível de complexidade. Por exemplo: como mencionamos, haveria outras possibilidades de respostas para a tarefa 16, portanto, os estudantes poderiam ter relacionado os animais com suas casas de outras formas, uma delas é: lado a lado, do menor para o maior ou vice-versa.

É possível, no primeiro momento da investigação dos estudantes, a manifestação de resposta organizadora da relação do maior para o menor, como a do parágrafo anterior. Porém, é ainda mais provável que isso se manifeste por parte dos estudantes caso a mesma tarefa (da Figura 16) seja apresentada pelo professor após as tarefas das Figuras 17 e 18, por alcançarem um outro estágio de compreensão do conhecimento matemático. Tal movimento só será possível em um modo de organização do ensino que preze pelo desenvolvimento conceitual **em sistema**, articulado por **nexos**.

Vejamos as tarefas das Figuras 17 e 18 com a preocupação de, como dissemos antes, seguir um determinado critério para realizar a comparação entre as grandezas e organizá-las. Tal compromisso ocorre com a tarefa seguinte, Figura 17, ao questionar: “como foram interligadas as figuras? Faça uma ligação igual entre os triângulos, usando a vara” (Davídov, et al., 2022, p. 7).

Figura 17. Como as figuras foram interligadas?



Fonte: Elaborada pelo autor com base em Davídov et al. (2022, p. 7).

A ligação com linhas entre as figuras vermelhas foi feita com base nos seus tamanhos: da menor para a maior ou vice-versa. Ela se constitui em um modo – com sentido de referência ou possibilidade – a fim de estabelecer a devida correspondência definidora da *Sequência* dos triângulos. Não se trata de “um modelo a seguir” rigidamente, como propõe o ensino tradicional, em que se torna repetitivo na resolução de uma lista de exercícios. Diferentemente, em uma perspectiva dialética Histórico-Cultural o modelo é algo humano necessário em toda atividade humana. No entanto, em um contexto escolar ele revela a relação essencial do sistema conceitual em processo de apropriação pelos estudantes.

No que diz respeito ao desenvolvimento da tarefa da Figura 17, para interligar as figuras azuis, uma provável alternativa é que os estudantes as comparem entre si. Para tanto, recorreriam a outro componente dos nexos de uma *Sequência*, que indicaria um determinado critério. Assim, a sua ligação poderia ocorrer: do maior para o menor ou o inverso (o que dependerá de qual figura ocupa a posição inicial na sua organização). Também enfatizamos que esse movimento é uma demonstração de que as tarefas dão margem para a participação ativa dos estudantes e, sendo assim, os convidam a elaborar seus próprios pensamentos de base teórica.

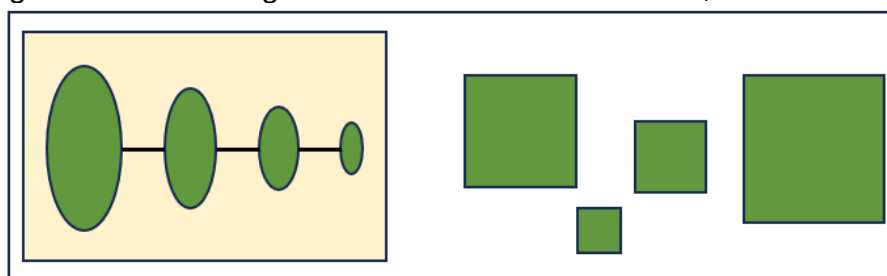
Na subjacência desse processo está a noção de *Sequência* (embora intuitiva), que se refere à sua *ordenação* por tamanho. Vale ressaltar que a *ordenação*, nesse contexto didático, não aparece isolada, mas articulada aos constituintes dos nexos conceituais, no âmbito do posicionamento, tamanho, cor e forma. Desse modo, a *ordenação* pode se apresentar, também, por cor e forma, o que dependerá do elo que se pretende estabelecer em outras tarefas. Nas situações que consideram o seu tamanho, elas não se apresentam somente de acordo com a área das figuras, mas também no contexto da medição de outras grandezas, como comprimento, massa e

volume. Isso evidencia que a medição de grandezas, conforme entendimento de Davídov, manifestado em suas mais diversas obras (Davídov, 1982; Davídov, 1988, entre outras), constitui-se na relação essencialmente necessária dos conceitos matemáticos. E, por isso, são a referência primordial na elaboração das tarefas particulares – cada qual com sua singularidade – de cada uma das seis ações de estudo de sua organização de ensino.

A *ordenação* constitui, para nós, um movimento indispensável para a revelação dos **nexos conceituais** das *Sequências* numéricas, porém, não é exclusiva delas, mas constituinte de outros conceitos, como equação, polinômio, radiciação, potenciação, série, conjunto numérico, entre outros. Isso significa, em toda ocasião, um novo convite para outros conceitos que possam surgir no contexto da organização do ensino.

Uma outra questão é: como a organização da *ordenação* pode se apresentar? No movimento das figuras, a resposta pode ser: do maior para o menor ou do menor para o maior, por exemplo. Na tarefa ilustrada com a Figura 17, isso se apresentou somente com o que Davídov et. al (2022) chamaram de “vara” (linha reta), porém, esse modo não é único, como demonstrado na tarefa da Figura 18.

*Figura 18. Una as figuras de acordo com o modelo, usando a vara*



Fonte: Elaborada pelo autor com base em Davídov et al. (2022, p. 7).

Assim como as anteriores, essa tarefa também apresenta uma novidade, ao colocar lado a lado as figuras. Embora ainda apareça a “vara”, na *Sequência* de regiões circulares, essa alteração possui um significado importante para a matemática. Isso porque, na proposição de ensino em análise, é a primeira vez que o lugar de cada *elemento* (nesse caso a figura geométrica) no espaço, a sua posição, relaciona-se com a sua medida. Ou seja, as figuras foram organizadas da esquerda

para a direita, da maior para a menor. Também, é possível a leitura no sentido contrário: da direita para a esquerda, da menor para a maior.

Com base na *Sequência* de referência ao lado, o estudante investigará a posição das figuras, tendo como critério a comparação entre as grandezas. Após tal ação, ele mostrará o resultado de sua análise. Para isso, além de unir com a “vara”, ele colocará as figuras retangulares lado a lado, alinhadas ao meio e ordenadas.

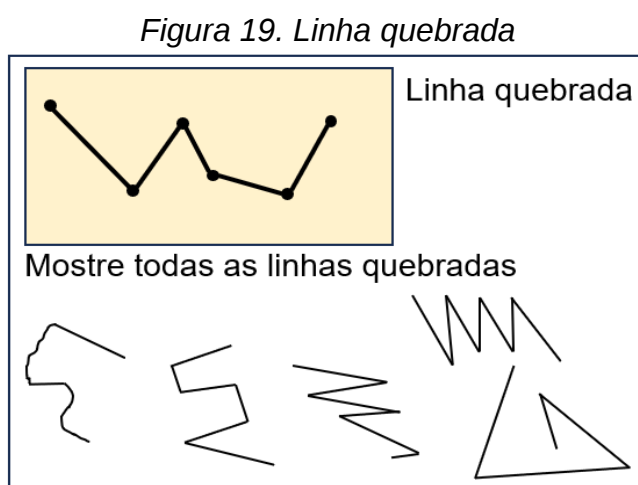
Podemos ir além, como professores, ao investigar essa tarefa. Se tomarmos, nas três tarefas anteriores, como fio condutor da nossa análise a “vara,” verificaremos a evolução de sua função. Questionamo-nos, portanto, qual o significado da “vara”? No movimento que se fez com as tarefas, ilustrado pelas Figuras 16, 17 e 18, chegaremos ao momento em que a “vara” é desnecessária, pois a posição dos *elementos* é suficiente para o cumprimento de seu papel. É importante refletir sobre o que chamamos de desnecessário. Para nós, está claro que o seu significado continua indispensável, bem como é evidente que a representação por meio dela foi superada por uma nova abstração, que se torna suficiente com a apropriação do significado do posicionamento.

As relações maior, menor e igual se constituem, segundo Rosa (2012) e Souza (2013), nas primeiras abstrações que fundamentam o conceito teórico de número, desde que no âmbito do processo de medir grandezas. Por consequência, pressupomos que elas são referenciais determinantes do conceito de *Sequência*, vinculadas aos nexos conceituais, marcadamente, de *ordem* e, seu constituinte, posição. Conforme as referidas autoras, tais abstrações são elaboradas por decorrência das tarefas próprias da primeira ação de estudo da organização de ensino defendida por Davídov (1988), ou seja, transformação dos dados para identificar os componentes da relação essencial de um determinado conceito. Damazio (2023) acrescenta que, nesse âmbito, o pensamento dos estudantes se movimenta em um processo de redução de um concreto caótico ao abstrato. Por sua vez, o movimento de ascensão do abstrato ao concreto ocorre no desenvolvimento de tarefas particulares resolvidas nas demais ações de estudo.

Na Figura 18, temos os **elementos** (figuras) e a **ordem**, que ocorre do maior para o menor, dois dos componentes conceituais necessários para estabelecer que um conceito da Matemática, de acordo com os nossos pressupostos, citados na seção 2.3, seja uma *Sequência*.

Antes de prosseguirmos com a discussão das tarefas que mais explicitamente respondem ao nosso objetivo da pesquisa, é necessário nos aprofundarmos em uma questão presente na tarefa a seguir no que se refere às linhas. O livro didático que tomamos como referência traz a próxima seção com o título: LINHAS QUEBRADAS. LINHAS FECHADAS E LINHAS ABERTAS. Investigamos algumas de suas tarefas. As tarefas analisadas a seguir também foram estudadas em outras investigações, porém com objetivos distintos, no que diz respeito à nossa referência conceitual. Mame (2014) investigou as tarefas sobre linhas quebradas, fechadas e abertas, por exemplo, com o foco para os conceitos geométricos. Na presente pesquisa, estamos diante das mesmas tarefas, mas com os olhos para as *Sequências* numéricas. Observa-se, pois, que os mesmos nexos conceituais, centrais para nós em um dado sistema conceitual, podem ocorrer em outros. Nessa relação com o objeto científico de Mame (2014), é possível inferir que os nexos que temos destacado também carregam significações geométricas.

Com o pensamento nas *Sequências*, uma de nossas perguntas, ao abrirmos o livro didático russo analisado, foi: a palavra “*Sequência*” se apresenta no livro? Se sim, como? Se não, por quê? A resposta é afirmativa. A primeira vez que ela foi lida, no livro analisado, ocorreu na tarefa da Figura 19. Sua proposta é: “Os pontos no desenho foram ligados na ***Sequência*** pelos segmentos, à linha, cujo resultado, chamamos de linha quebrada” (Davídov, et al., 2022, p. 12, grifo nosso).

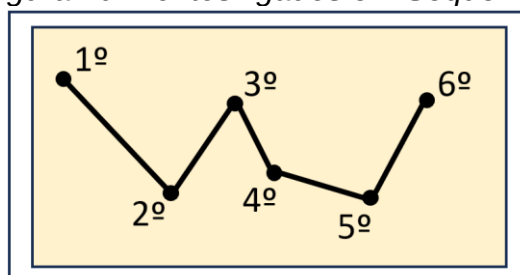


Fonte: Elaborada pelo autor com base em Daví́dov et al. (2022, p. 12).

Nossa análise da tarefa da Figura 19 está voltada para a seguinte questão: por que o autor considerou que os pontos foram ligados em “*Sequência*”? O que pensou o estudante ao resolver a tarefa, quando leu essa palavra? Essas questões, embora sem respostas, fazem parte de nosso processo de investigação e análise.

Uma hipótese é que os pontos foram ligados uns aos outros de forma ordenada, da esquerda para a direita<sup>90</sup>. Nesse caso, a ligação teria ocorrido da seguinte forma<sup>91</sup> (Figura 20):

Figura 20. Pontos ligados em Sequência



Fonte: Elaborada pelo autor com base em Davídov et al. (2022, p. 12).

Outras hipóteses existem. Uma delas é que a ligação ocorreu no sentido contrário, pois no enunciado da tarefa não é indicado o ponto inicial. No caso das outras “linhas quebradas”, não necessariamente foi usado esse critério, de maior para o menor e vice-versa, na horizontalidade. Vale esclarecer que o nosso objetivo com a referida tarefa (Figura 19) foi apresentar o aparecimento da palavra *Sequência*, a qual possui centralidade em nossa pesquisa. Além disso, importa dizer que é possível encontrar os nexos das *Sequências* numéricas em inúmeras tarefas de todas as seções do livro didático analisado, às vezes, implicitamente.

Anunciamos anteriormente que na tarefa ilustrada pela Figura 19, o destaque seriam as linhas. Elas apareceram no contexto das tarefas, logo depois da “vara”, também como condição para mais tarde, no mesmo livro, tratar o conceito de área. Assim como n’*Os elementos*, de Euclides<sup>92</sup> (Euclides, 2009), o livro didático russo trata dos conceitos da geometria, inicialmente, com máxima atenção para os

<sup>90</sup> Tal hipótese pode ser sustentada não pela lei matemática, mas pela cultura das crianças de analisar os escritos da esquerda para a direita.

<sup>91</sup> Ainda que os algarismos não tenham sido apresentados para os estudantes, eles foram colocados para melhor ilustrar ao leitor a nossa hipótese.

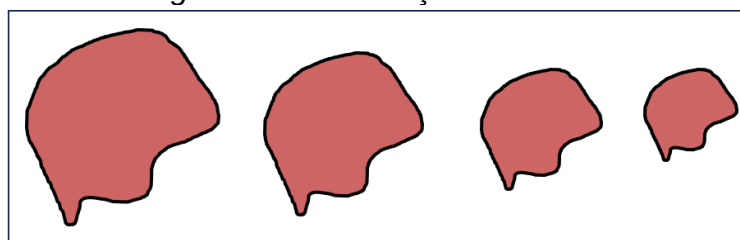
<sup>92</sup> *Os elementos*, de Euclides, é um livro grego escrito em meados dos anos 300 a. C. Um dos mais conhecidos e importantes trabalhos gregos de que a humanidade contemporânea tem conhecimento. A obra sistematiza o conhecimento sobre geometria conhecido até então.

conceitos de ponto, linha, extremidades e superfície. Nesse sentido, o conteúdo desses conceitos (que, no livro didático, é anterior ao número) dá subsídios para que mais tarde, com base nas relações entre as grandezas, surjam os números e a sua representação na reta numérica.

Até que aconteça o surgimento dos números, no livro, os estudantes estão habituados com um entendimento importante para a Matemática: as noções do conceito de continuidade. Eles verificam que em uma linha não há interrupções. Inicialmente, ocorre com caráter geométrico e no âmbito das grandezas de área, volume e massa. Mais tarde, ainda em caráter geométrico, essa compreensão permanece presente com a apresentação da reta numérica.

Na especificidade de uma *Sequência* que traz o conceito de área, chamamos a atenção para a tarefa apresentada na Figura 21 da seção denominada no livro de “Área”. Ela diz respeito à modificação das medidas das figuras. “A área das figuras estava sendo modificada. O que não foi modificado?” (Daviđov, et al., 2022, p. 16). A tarefa oferece as condições para a elaboração de respostas, pelos estudantes, de que a forma e a cor não foram modificadas, mas sim, o tamanho da superfície. Além disso, nesse momento, usarão a palavra área.

*Figura 21. Modificação das áreas*



Fonte: Elaborada pelo autor com base em Daviđov et al. (2022, p. 16).

O modo específico no qual as figuras foram desenhadas possibilita outras conclusões. Pode-se investigar o que de antemão foi afirmado, isto é, a modificação das áreas. Que tipo de modificação aconteceu? Qual movimento se fez? Qual o sentido desse movimento? Qual figura original desencadeou a alteração das áreas?

Embora a tarefa esteja explicitamente relacionada com o conceito de área, nada nos impede de investigar outros conceitos. O professor, no atributo de sua função, pode orientar as tarefas para rumos diferentes, direcionar perguntas distintas,

conforme o seu objetivo. Essa flexibilidade está condicionada ao seu planejamento, quando tem em mente o próximo conceito ou nexo a ser tratado com maior foco.

No caso da tarefa anterior, por exemplo, há possibilidade de investigação dos nexos do conceito de *Sequência*, pois nela se pode estabelecer **ordenação** entre **elementos** e, talvez, até uma **lei**. Concernente às *leis*, este é um componente conceitual das *Sequências* numéricas que neste capítulo, até o presente parágrafo, não mencionamos. Elas se manifestam no livro didático russo do primeiro ano? Se sim, quando e como?

Se sim, temos então a resposta da pergunta central de nosso trabalho, ou seja, o problema de pesquisa. Nesse caso, teríamos dado conta de afirmar que os nexos conceituais das *Sequências* numéricas se apresentam no livro didático adotado no Sistema Elkonin-Davídov, resposta essa elaborada com base nos pressupostos teóricos explicados na seção 2.3, em que evidenciamos quais são esses nexos: as relações que se estabelecem com a unidade entre os componentes *elementos*, *ordem* e *lei*.

Vale retomar a última menção que fizemos ao livro didático russo, cuja seção intitula-se “Área”. Chama-nos a atenção que as demais são denominadas, respectivamente, de: Volume; Massa; Igual. Maior. Menor; Quantidade; Modificando o Valor; Marcando os valores com as letras; Anotando os resultados de comparação. Esse anúncio indicativo do que vem a seguir, no livro, traz à tona o cuidado dos seus autores para que as relações entre grandezas sejam as orientadoras da organização do ensino de Matemática e, portanto, da elaboração das tarefas particulares. Isso significa que o conceito de *Sequência*, mesmo com sua manifestação objetal, tem sua base no campo dos números reais, isto é, em nível científico teórico, como advoga Davídov (1988), para a apropriação de todo conhecimento matemático pelos estudantes. Isso porque

A autêntica encarnação do princípio da cientificidade está relacionada com a mudança do tipo de pensamento projetado por todo o sistema de educação, isto é, com a passagem à formação nas crianças, desde os primeiros anos, dos fundamentos do pensamento teórico que se encontra na base da atitude criativa do homem para a realidade<sup>93</sup> (Davídov; Slobódchikov, 1991, p. 130).

---

<sup>93</sup> “La autêntica encarnación del principio de la cientificidad está relacionada con el cambio del tipo de pensamiento proyectado por todo el sistema de educación, es decir, con el paso a la formación en los niños y ya desde los primeros grados, de los fundamentos del pensamiento teórico que se encuentra en la base de la actitud creativa del hombre hacia la realidad” (Davídov; Slobódchikov, 1991, p. 130).

É com tal referência que as referidas seções trazem tarefas importantes com grande potencial de investigação, sobretudo, porque nelas há um movimento gerador de coisas novas, ou seja, a cada tarefa, algo novo aparece. Nesse processo, dirigimos atenção especial para o que é indispensável para a nossa pesquisa. Como manifestação da comparação entre as grandezas, surgem as representações das abstrações com os seguintes símbolos:  $=$ ,  $>$  e  $<$ . Eles indicam os resultados dessas comparações e possibilitam estabelecer, inicialmente, três relações abstratas: maior, menor e igual.

No livro didático russo, há tarefas que colocam os estudantes em situação de organização de figuras. Eles precisam organizá-las com base no resultado da comparação entre as grandezas, como visto na tarefa da Figura 18, por exemplo. Em dado momento, à *ordenação* é incorporada uma qualidade nova – que foi apropriada e sintetizada com ajuda dos símbolos ( $=$ ,  $>$  e  $<$ ) – crescente e decrescente. Ressaltamos que esse processo, representado pelo acréscimo da nova característica para o estudo do movimento das grandezas, significa, para nós, um primeiro passo na direção do surgimento das *leis*.

Vale esclarecer que as *leis* não se apresentam apenas em modelos aritméticos, mas também como dedução de representações geométricas, literais e até mesmo com uma combinação de informações textuais. Um exemplo do último caso é: a cada ano que passa a temperatura média no país aumenta, o que torna crescente a medida da temperatura média de um país em função do tempo. Para a tradução em uma *Sequência* numérica, seria necessária uma regularidade tal que soubéssemos a temperatura média de um determinado ano do futuro, o que pode ocorrer, de modo fictício e aproximado, com a complementação de dados por outras frases como a inicial.

Quando se referem à Ciência, as leis estão, segundo Caraça (1951, p. 119), vinculadas a *regularidades* de um fenômeno, “isto é, comportamento idêntico, desde que as condições iniciais sejam as mesmas.” A depender da natureza do isolado a que se adota num estudo científico, podem se apresentar dois diferentes tipos de *lei*: *qualitativa*, referente à variação de qualidade; e *quantitativa*, própria da variação de quantidade. Isso traduzido para a Matemática, chega-se à seguinte pergunta e decorrente resposta de Caraça (1951, p. 127): “Então em que consiste, afinal, a lei?”

Na forma de correspondência dos dois conjuntos. Se, por consequência, queremos estudar leis quantitativas, *temos que criar um instrumento matemático cuja essência seja a correspondência de dois conjuntos.*”

Nesse contexto, Caraça (1951, p. 127) apresenta a ideia de variável:

Estamos de posse da ideia fundamental do instrumento a criar; de que se trata agora é de, com os materiais colhidos, fazer a *montagem* do instrumento e aperfeiçoá-lo. O instrumento consiste na correspondência de dois conjuntos de números; a primeira coisa a fazer, para o tornar facilmente manejável, é arranjar uma representação simbólica para os conjuntos; de contrário, teríamos sempre que estar pegados a tabelas de resultados particulares e não obteríamos a generalidade conveniente.

Essa representação simbólica consegue-se introduzindo o conceito de *variável*, o que se faz da forma seguinte: Seja ( $E$ ) um conjunto *qualquer* de números, conjunto finito ou infinito, e convencionemos representar qualquer dos seus elementos por um símbolo, por ex.:  $x$ . A este símbolo, *representativo de qualquer dos elementos do conjunto ( $E$ )*, chamamos *variável*.

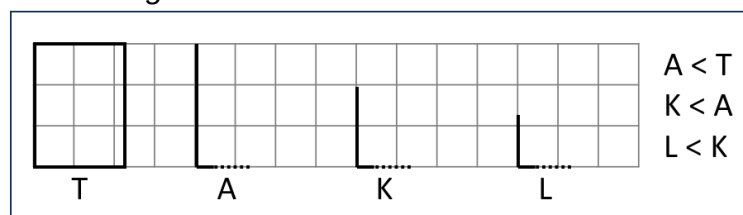
Pedagogicamente, a representação das *leis* em modelos, conforme propõe Davídov (1988), ocorre na segunda ação de estudo – com base nos dados transformados anteriormente – em forma objetual, gráfica ou literal. Ainda com tom pedagógico, destacamos que no livro didático esses dados também são apresentados para os estudantes com certa evolução conceitual. Inicialmente, o que chamamos de primeiro passo nessa direção foi a clareza do que propõe à *ordenação* ser crescente ou decrescente, entretanto essa ideia não representa toda a capacidade conceitual das leis, pois elas podem dizer mais do que isso. Apresentamos essa noção nas próximas páginas.

Uma questão sobre as *leis* descritas geometricamente é a próxima, na qual podemos vislumbrar mais claramente esse nexos. Os estudantes podem representar novas figuras, com base em uma inicial, desde que tenham algumas informações, o que é o caso da tarefa ilustrada com a Figura 22, a qual sugere: “Faça as figuras seguindo as anotações. Por que este tipo de série<sup>94</sup> de valores chama-se ordenado?” (Davídov, et al., 2001, p. 33).

---

<sup>94</sup> Mantivemos a palavra *série*, pois condiz com a tradução a que tivemos acesso. Isso justifica o motivo pelo qual, nesta seção, às vezes a palavra *série* aparece.

Figura 22. Série ordenada de valores



Fonte: Elaborada pelo autor com base em Davídov et al. (2022, p. 33).

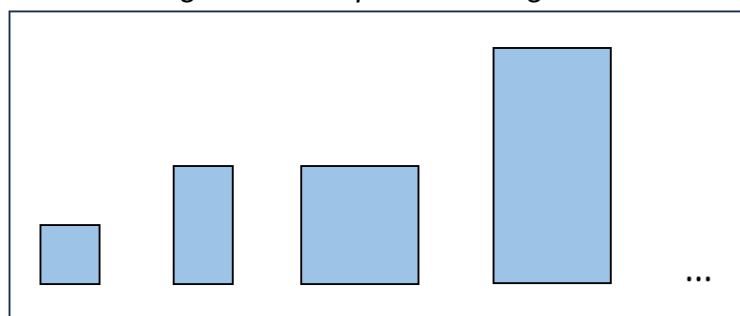
Observa-se que a tarefa nos dá as seguintes informações: a grandeza A é menor que a T, a K é menor que a A, a L é menor que K. Isso orienta e se torna requisito para a leitura e construção dos desenhos. Com base nas informações, os estudantes completarão os desenhos das figuras: A, K e L. Na tarefa da Figura 22 os estudantes têm uma figura inicial, a figura T, a qual os levarão a considerar a *Sequência* decrescente de figuras.

É provável que cada estudante fará os seus desenhos com medidas distintas, pois há múltiplas possibilidades de medidas de áreas para a figura A, por exemplo. Existem infinitas grandezas que são, ao mesmo tempo, maiores que K e menores que T. Como poderia, o professor, acrescentar um novo componente às tarefas e, com isso, reduzir o campo de possibilidades para as possíveis áreas das grandezas? Qual pergunta o professor poderia fazer que tornasse apenas uma resposta possível?

Se considerarmos que as representações das grandezas, em um caderno, por exemplo, não são exatas, isso não seria possível em nenhum caso. No entanto, o estudante teria claro o seu objetivo, no plano ideal, mesmo com a existência de muitos motivos que impossibilitam a execução perfeita. A imprecisão poderia se justificar até mesmo pela espessura do lápis, dificuldade no manuseio da régua e o próprio limite dos órgãos dos sentidos humanos que, no âmbito infinitesimal, não alcançam a perfeição matemática.

Vejamos um exemplo: o professor faz o desenho de uma grandeza, cuja medida é 1 unidade de área, e solicita aos estudantes que criem novos desenhos com base no inicial. Cada próximo desenho precisa ser o dobro (em relação à sua medida de área) da anterior. Isso geraria a seguinte *Sequência* de grandezas (Figura 23):

*Figura 23. Sequência de figuras*



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Assim como nas tarefas do livro didático russo da seção sobre série de valores, existe a possibilidade de escrever a *Sequência* com os números, obtida a partir da relação entre uma grandeza e a imediatamente próxima. Esse não é o caso, pois até o momento em que as tarefas que mencionamos foram tratadas, os algorismos ainda não apareceram. No entanto, é um conceito a ser elaborado com esse livro didático, e isso deve estar claro para o professor que se fundamenta nele.

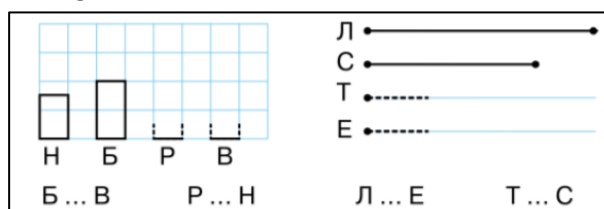
A nossa preocupação com a ilustração (Figura 23) foi evidenciar como a possibilidade para os nexos de *lei* pode ser desenvolvida. Isso porque, com uma postulada exigência, algo novo se apresentaria: além do movimento das grandezas, crescente e decrescente, surgiria a preocupação do **quão** maior ou menor as medidas das áreas das figuras são. Essa nossa prospecção só se apresentou pelas condições teóricas e pelas manifestações propiciadas pelo modo de organização das tarefas particulares, que colocam os estudantes em movimento de pensamento conceitual em que os nexos vêm à tona, como articuladores do apropriado com aquilo que está em processo de aprendizagem.

O movimento desencadeado pelas tarefas particulares exprime, parafraseando a ideia de Vigostki (2001), que a criança, ao tomar conhecimento das bases de um novo conceito, não termina o processo de desenvolvimento do seu sistema de aprendizagem. Em vez disso, está no seu início.

Com tal compreensão, o exposto nos parágrafos anteriores é indicador de uma possibilidade de nossa interpretação do movimento das tarefas russas – a necessidade de acrescentar algo novo, isto é, de dizer mais do que: a próxima é maior ou a próxima é menor –, mas também de que ocorre a elucidação pelas próprias tarefas. Nesse sentido, a tarefa seguinte no livro didático, representada pela Figura

24, cumpre um papel importante. Sua proposição aos estudantes é: Dê continuidade à série ordenada dos valores.

Figura 24. Série ordenada de valores



Fonte: Davídov et al. (2022, p. 33).

Consideramos que a resolução dessa tarefa merece atenção, principalmente para duas questões. A primeira diz respeito ao fato de não ter apenas a “primeira” figura, a qual é tomada como base para elaboração de outras, seguindo determinado critério. Nessa tarefa, tanto na situação com o movimento das áreas das grandezas quanto na situação com o movimento dos comprimentos das grandezas, tem-se duas figuras iniciais. Disso emerge uma característica nova: a expressão do nexo de *lei*, pois a partir dessa situação, a continuidade da *Sequência* pode seguir determinado padrão.

Nessa tarefa, a ideia de *padrão* se constitui em condição para a identificação de quão maior ou menor a segunda grandeza é em relação à primeira, o que entendemos como uma manifestação do nexo de *lei*. Essa é uma característica essencial na investigação do conceito que, mais tarde<sup>95</sup>, será chamado de *Sequência* numérica. Vale reafirmar que até a apresentação dessa tarefa, os signos numéricos ainda não foram explicitados.

Outro aspecto a considerar é que mais uma vez o nexo da *ordenação* se apresenta. Com ele, a possibilidade de analisar o seu tipo, que nesse caso, pode ser: crescente ou decrescente. Davídov et al. (2022) ressaltam a necessidade de as crianças identificarem qual é a diferença entre duas séries ordenadas de valores (da área e do comprimento). Além disso, o professor ajuda com a introdução de termos novos: os valores são colocados na *ordem* crescente e decrescente. De acordo com Davídov et al. (2022), não é necessário que as crianças repitam esses termos, é suficiente que elas os entendam. O que não significa que as crianças não consigam

<sup>95</sup> No contexto escolar.

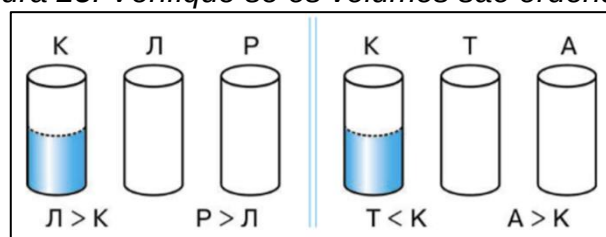
expressar tal compreensão, somente que elas não o fazem com tais termos, pois, como diz Vigotski (2000, p. 170),

O conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento de conceitos, é o emprego específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos.

Nesse caminho, chegamos à segunda questão que anunciamos anteriormente, a qual merece atenção: a ideia de posicionamento. O estudante verifica que a posição que a grandeza ocupa na relação com as outras da “série ordenada” dá subsídios para preencher os espaços, a fim de cumprir a tarefa. Desse modo, o estudante completará com símbolos, dos quais se apropriou em tarefas anteriores, do que resultará:  $B < B$ ;  $P > H$ ;  $\Pi > E$ ;  $T < C$ .

A adoção dessa linguagem relacional da Matemática é orientadora para o desenvolvimento da tarefa ilustrada com a Figura 25, a qual solicita que o estudante use o desenho para verificar se os volumes são ordenados. Ela propõe um movimento contrário ao da tarefa anterior, que afirmava tratar-se de uma série ordenada de valores. Sua evidência é para as relações de comparação e, com isso, é necessário investigar se os volumes são ordenados, cuja referência de toda a análise são os desenhos.

*Figura 25. Verifique se os volumes são ordenados*



Fonte: Davíдов et al. (2022, p. 33).

A Figura 25 mostra que a tarefa apresenta duas situações, cada qual dividida em dois grupos: uma grandeza que possui um determinado volume de líquido e outras duas vazias. Os estudantes verificarão que o grupo da esquerda (primeira situação) é ordenado, pois a indicação da relação na forma simbólica subsidia para indicar que ela é decrescente se a referência for da esquerda para direita. Entretanto,

o mesmo não se pode dizer da outra situação, ou seja, não é ordenada. O professor pode dirigir perguntas, aos estudantes, do tipo: há possibilidade de respondermos a essa questão sem fazermos o desenho? Essa pergunta é respondida, também, com a elaboração da tarefa seguinte (Figura 26). Vale destacar que as tarefas são, por si mesmas, ricas de conteúdo, ainda mais se tomadas em sua complexidade. A pergunta anterior tem como intencionalidade colocar os estudantes a pensar em algo superior da representação objetiva, porém com base nela e na relação com símbolos ( $>$ ,  $<$ ) que, por sinal, têm componente algébrico pela adoção de letras. O estudo da ontogênese dos conceitos produzido por Vigotski (2000, p. 174)

[...] mostra que a evolução do inferior para o superior não se dá pelo crescimento quantitativo dos vínculos, mas de novas formações qualitativas; entre outras coisas, a linguagem, que é um dos momentos fundamentais na construção das formas superiores de atividade intelectual, insere-se não por via associativa como uma função que transcorre paralelamente, mas por via funcional como meio racionalmente utilizado.

Inserida nesse processo de complexificação do pensamento conceitual de *Sequência*, em que os nexos dos *elementos* e *ordem* são os mais envolvidos e as *leis* estão em processo de elaboração, a essas alturas da organização do ensino, a próxima tarefa (Figura 26) solicita: “Faça um desenho. Anote os valores na *ordem* crescente”. Embora ela solicite o desenho, a centralidade está na nova forma de representar, forma que exclui a necessidade do desenho. Vale antecipar que isso fica ainda mais evidente na tarefa da Figura 28.

Figura 26. Anote os valores na ordem crescente

Diagrama de uma tarefa matemática. À esquerda, as relações  $H > B$  e  $C < B$ . Abaixo delas, três caixas vazias para anotação. À direita, uma escala horizontal com três pontos marcados por barras curtas, rotulados B, H e C de cima para baixo.

Fonte: Davídov et al. (2022, p. 34).

Nessa tarefa, os estudantes investigam as medidas das grandezas H e C, tendo como referência B e, com base nisso, anotam a relação estabelecida, qual seja:  $C < H$ . Nesse caso, a resolução requer o estabelecimento de uma relação transitiva por envolver três comparações, duas das quais dadas ( $H > B$  e  $C < B$ ), e um estudo conclusivo entre C e H. Pode ocorrer, entre os estudantes, a adoção de procedimentos de ação diferentes, no mínimo dois deles, para elaborar a conclusão solicitada: 1)

desenhar o comprimento dos segmentos, conforme a indicação da relação; 2) uma análise puramente mental. Tais modos de resolução dependem do nível de complexidade de desenvolvimento do pensamento de cada estudante. Como diz Davýdov (1982), por mais eficiente que seja uma organização de ensino, há especificidades na formação de um conceito que distingue um grupo de estudantes de outro.

Novamente surge algo novo, uma nova possibilidade (item *c*, a seguir) de representar a *ordenação* de *elementos*, além das já conhecidas (itens *a* e *b*, a seguir):

- a) Com o uso dos desenhos dos comprimentos e, após isso, reorganizando-os.
- b) Com os símbolos de maior e menor ( $>$  e  $<$ ), na relação de comparação.
- c) De acordo com a **posição**, conforme solicita a tarefa com os campos vazios.

A terceira forma de representar indica a seguinte ideia: o comprimento C é o inicial; o comprimento B é maior que o C; o comprimento H é maior que o maior que C. O professor pode problematizar essa situação e questionar: I) O espaço deixado pelo autor do livro não nos permite usar tanto espaço para responder a essa questão, pois as caixas de textos vazias são pequenas. De que modo podemos responder sem ocupar tanto espaço?; II) Essa tarefa contém somente três *elementos*, e se tivéssemos muitos mais?

No caso da pergunta II, a resposta seria algo do tipo: figura inicial; figura maior que a inicial; figura maior que a maior que a inicial; figura maior que a maior que a maior que a inicial; figura maior que a maior que a maior que a maior que a maior que a inicial, e assim sucessivamente.

A pergunta I nos leva ao que os estudantes precisam se apropriar com essa tarefa, e ao discutido anteriormente, a relação da medida de uma grandeza com a sua posição na *ordenação*. Nesse caso, da Figura 26, quanto mais à direita estiver a posição da grandeza, maior ela será. Isso torna suficiente a resposta requerida pela tarefa, na qual a *ordem* crescente é: C – B – H. Essa é uma forma que indica uma capacidade de síntese com base no posicionamento das letras.

Nas tarefas anteriores (Figuras 22 e 24), ao tratar da ação de dar continuidade ao grupo de grandezas ordenadas, como pressuposto partíamos de um dado início. No caso da Figura 22, a tarefa evidenciou uma grandeza com área

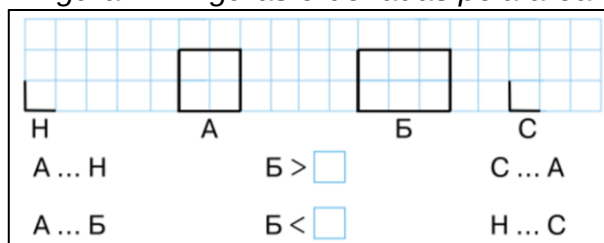
definida, que era a inicial em relação às próximas a serem elaboradas. No caso da Figura 24 ocorreu o mesmo, porém com duas grandezas (tanto na situação com a medida da área quanto na do comprimento).

Observa-se que as últimas cinco tarefas trazem nuances e evidências de nexos e seus componentes conceituais de *Sequência* que se afinam com o seguinte pressuposto de Vigotski (2000, p. 120):

Mas o conceito, em sua forma natural e desenvolvida, pressupõe não só a combinação e a generalização de determinados elementos concretos da experiência, mas também a discriminação, a abstração e o isolamento de determinados elementos e, ainda, a habilidade de examinar esses elementos discriminados e abstraídos fora do vínculo concreto e fatural em que são dados na experiência.

Tal premissa se solidifica nas tarefas que seguem. A próxima delas, ilustrada com a Figura 27, apresenta uma condição nova para elaboração de outros desenhos que completam as figuras ordenadas pela área. Diante dela, os estudantes se deparam com figuras-parâmetros, as quais não ocupam o lugar mais à esquerda da representação.

Figura 27. Figuras ordenadas pela área



Fonte: Davídov et al. (2022, p. 34).

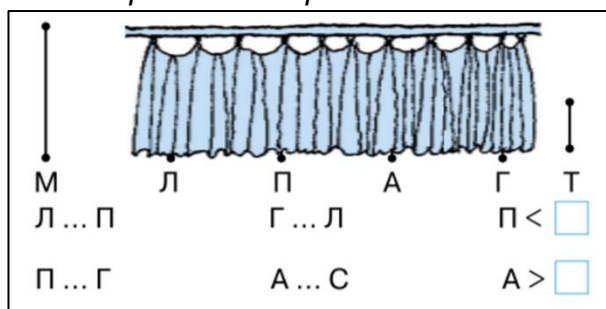
Os dois tipos de figuras, grandezas, desenhadas – linhas quebradas fechadas e abertas (Davídov et al., 2022) – subsidiam a investigação dos seguintes componentes e nexos: *elementos* (quais são eles), *ordem* (crescente ou decrescente) e *lei* (que determina como a *ordenação* dos elementos acontece). No entanto, este último só se apresenta com caráter numérico mais adiante, quando as tarefas atingem uma complexidade de modo que o conceito de número seja elaborado, no contexto, principalmente, das ações de modelação e de sua transformação para a forma pura (Davídov, 1988). Embora ainda não seja uma *lei* expressa numericamente, dependendo da pergunta do professor torna-se possível um desenho em específico.

Um deles é que as duas linhas quebradas abertas se transformem em fechadas: a primeira de superfície retangular e a quarta quadrada. Tal procedimento se justifica, pois o enunciado da tarefa indica que os quatro *elementos* estão ordenados, além da indicação de B como sendo maior e menor que outras duas, com a suposição de ser em relação, respectivamente, à anterior e à posterior. Desse modo, tem-se:  $B > A$  e  $B < C$ . E, pela transitividade, conclui-se:  $C > A$  e  $H < C$ .

De acordo com Rosa (2012), as tarefas particulares propostas pelo grupo de pesquisadores liderados por Davídov, oportunizam que as crianças formem as primeiras abstrações matemáticas necessárias ao desenvolvimento do pensamento teórico de número, quais sejam: as relações de desigualdade e igualdade. Estas se constituem fator determinante para o nexos de *ordem* do conceito de *Sequência*, que é fonte de mediação para a resolução da tarefa indicada pela Figura 27. Por decorrência, os estudantes são colocados diante de múltiplas relações abstratas de base geométrica (figuras) e algébrica (desigualdades indicadas por letras). Isso significa que o conceito de *Sequência* se fundamenta por consistências de abstrações e generalizações teóricas, antes de focar a própria contagem.

A tarefa seguinte (Figura 28) reafirma o que foi apresentado com a apropriação da característica do posicionamento. “Compare os comprimentos da série ordenada” (Davídov, et al., 2022, p. 34). Essa tarefa revela um nível de abstração tal que confirma o fato de que o estudante compara as grandezas mesmo sem enxergá-las. Ou seja, apresenta uma base predominantemente algébrica, orientada por dois segmentos de reta (um antes e outro depois da figura que esconde os demais com teor de incógnita) indicadores de uma *Sequência* decrescente de *elementos*. Com isso, ele responde qual grandeza é maior que outra de acordo com a sua posição.

Figura 28. Compare os comprimentos da série ordenada



Fonte: Davídov et al. (2022, p. 34).

Nesse caso, estar à esquerda significa ser cada vez maior, e situar à direita significa ser cada vez menor. Desse modo, é possível indicar:  $\Pi > \Gamma$ ,  $\Pi > \Gamma$ ;  $\Gamma < \Pi$ ,  $A > C$ . Disso, decorre a consequente conclusão:  $\Pi < \Pi$  e  $A > \Gamma$ , dentre outras possíveis. Vale também chamar a atenção para a comparação entre as grandezas  $A$  e  $C$ , pois ela foi colocada pelos autores em forma de pegadinha, visto que o  $C$  não aparece em nenhum do desenho, então, como poderiam os estudantes responder qual é a relação de comparação entre essas grandezas? Essa pegadinha faz parte de outra preocupação, de controle e avaliação, a qual não é nosso foco nesta pesquisa.

A dinamicidade analítica propiciada pela referida tarefa atende a mais um dos pressupostos de Davídov (1988) de que as particularidades da generalização – vinculadas aos processos de abstração e formação de conceitos – são os caracterizadores do tipo geral de pensamento humano. Observa-se que nessa tarefa, em decorrência das demais, a generalização não é atingida indutivamente pela comparação dos traços de objetos isolados, conforme propõe o ensino tradicional. Pelo contrário, ela orienta-se pelo princípio de que “fazer uma generalização substancial significa descobrir certa sujeição à *lei*, uma inter-relação necessária dos fenômenos particulares e singulares com a base geral de certa totalidade, descobrir a *lei* de formação da unidade interna deste” (Davídov, 1988, p. 152).

As tarefas até aqui apresentadas são representativas de um conjunto delas que trazem como finalidade o desenvolvimento do pensamento conceitual de *Sequência*, mas ainda sem a qualidade de ser numérica. A ausência de tal significação não é indicadora de que o referido conceito se descaracteriza da essencialidade daquilo que constitui um conhecimento científico e, por consequência, deixaria vazio o processo de desenvolvimento do pensamento dos estudantes.

Na realidade, elas trazem as condições para as crianças, mesmo no processo inicial de formação escolar, envolver-se em ações de estudos cuja finalidade é a apropriação das bases teóricas da *Sequência*, mas no âmbito de um sistema conceitual mais amplo, o de número. Para tanto, o motor impulsionador do movimento de todo o processo – elaboração das tarefas, submissão aos estudantes e apropriação de seu conteúdo – é a medição de grandezas, geradora de necessidades para o surgimento, também, de componentes específicos – *elementos*, *ordem* e *lei* – desencadeadores de outros componentes (posição, padrão etc.). Ou seja, as tarefas em questão investem no entendimento de que antes de ser numérica, a *Sequência*

precisa se constituir como tal e, para isso, requer procedimentos conceituais específicos de base objetual. Elas manifestam que

O procedimento de construção mental do objeto é uma ação especial do pensamento humano que surge como derivado da ação objetual-cognitiva, a que reproduz o objeto de seu conhecimento. Dito em outras palavras, por trás de cada conceito se oculta uma especial ação objetual-cognitiva (cognoscitiva) (um sistema de tais ações); sem que esta seja evidenciada, é impossível descobrir os mecanismos psicológicos de surgimento e funcionamento do conceito dado<sup>96</sup> (Davídov, 1988, p. 153).

Todo o movimento de resolução de tarefas por parte do estudante – até o momento –, além de contemplar os nexos do sistema conceitual de *Sequência*, contribui para o entendimento da reta numérica e, por extensão, de *Sequência* numérica que é apresentada no livro didático. Devido à impossibilidade<sup>97</sup> de fazermos um estudo mais extenso de análise profunda do que Davídov e colaboradores propõem para o desenvolvimento conceitual de *Sequência* numérica, apresentamos algumas tarefas, a título de ilustração, para que os leitores tenham uma noção do conteúdo proposto pelos referidos autores. Contudo, temos consciência de que um “conceito constitui o procedimento e o meio da reprodução mental de qualquer objeto como sistema integral. Ter um conceito sobre tal objeto significa dominar o procedimento geral de construção mental deste objeto”<sup>98</sup> (Davídov, 1988, p.153).

É difícil definir o local exato em que a reta numérica aparece pela primeira vez no livro didático russo, pois essa ação ignoraria a nossa afirmação de que seus *elementos* emergem aos poucos e, portanto, ela surge como síntese de um longo processo, principalmente de medições. Até chegar à reta numérica, os estudantes se apropriam de vários outros conceitos pertencentes a seu sistema, por exemplo, referente aos nexos de *ordem* e *posição*. É necessário ressaltar que o conceito principal para a elaboração da reta numérica é o de número.

---

<sup>96</sup> “El procedimiento de construcción mental del objeto es una acción especial del pensamiento del hombre, que surge como derivado de la acción objetual-cognoscitiva, la que reproduce el objeto de su conocimiento. Dicho con otras palabras, tras cada concepto se oculta una acción objetual-cognoscitiva especial (o un sistema de tales acciones), sin poner de manifiesto la cual es imposible descubrir los mecanismos psicológicos de surgimiento y funcionamiento del concepto dado” (Davídov, 1988, p. 153).

<sup>97</sup> Por questões de prazo e da própria delimitação do objeto de pesquisa.

<sup>98</sup> “Tener el concepto sobre tal objeto significa dominar el procedimiento general de construcción mental de este objeto” (Davídov, 1988, p.153).

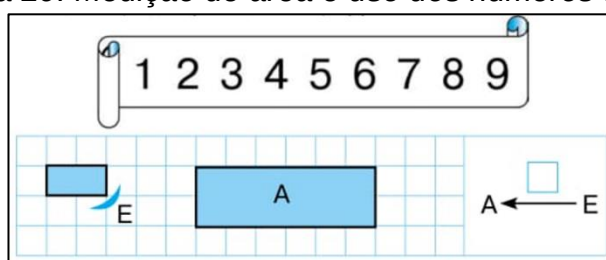
De acordo com Rosa (2012, p. 138), a reta numérica é o lugar geométrico dos infinitos números reais e, para cada um deles, “há um ponto correspondente na reta real. Entre dois pontos quaisquer existem infinitos pontos deles, o que caracteriza a reta numérica como densa”.

A afirmação, anterior, de que é difícil definir quando a reta numérica aparece pela primeira vez, justifica-se pelo seu longo processo de elaboração; por consequência, trama as tarefas propostas aos estudantes de vários nexos dos diferentes conceitos do seu sistema. Entretanto, mesmo sem a especificação dos dígitos, as relações entre grandezas são produzidas desde as primeiras tarefas do livro. Vale dizer que a presença dos signos e da reta numérica fica mais evidente quando, no livro didático, Davídov et. al (2022, p. 44) explicam que,

cada povo tem o seu jeito de contar.  
Inglês: one, two, three, four...  
Alemão: ein, zwei, drei, vier ...  
Russo você sabe decerto, continue:  
um, ...<sup>99</sup>

Os autores incluem a possibilidade de, em vez de adotar as palavras para a contagem, usar os chamados dígitos. Na tarefa ilustrada com a Figura 29, é requisitado: “Meça área A, anote os resultados com algarismos hindu-árabicos”.

*Figura 29. Medição de área e uso dos números árabes*



Fonte: Davídov et al. (2022, p. 44).

Dada a impossibilidade de reproduzirmos todas as tarefas – que proporcionam o entendimento das notações e do enunciado da Figura 29 –, cabe o seguinte esclarecimento ao leitor: a meia lua indica que a superfície E é a unidade a ser adotada para medir A. Assim, também, a flecha na direção de E para A, sob a

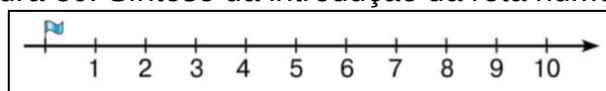
<sup>99</sup> A versão original foi escrita em russo, por isso o incluem, na última opção, para referir-se ao idioma materno.

superfície onde será colocado o resultado da medição, traz a orientação de que E cabe uma quantidade de vez em A, no caso: 6. O 6 representa, portanto, a expressão da relação entre as grandezas A e E.

Da mesma forma, os signos hindu-arábicos, constantes no pergaminho, foram apropriados pelo desenvolvimento de tarefas com tal finalidade. Eles começaram a surgir em uma situação de parlenda como instrumento de medição do comprimento do quadro de anotações de escritas da sala de aula. Nessas circunstâncias, conforme Rosa (2012), surgiu a necessidade de unificação de um modo historicamente produzido para registrar quantidades obtidas no processo de medição. Com isso, a tarefa, além de usar pela primeira vez os chamados “dígitos”, adotou os numerais mais conhecidos, os algarismos hindu-arábicos. Eles foram introduzidos após a informação: cada civilização tem o seu jeito de contar.

De acordo com Rosa (2012, p. 165), “A reta numérica, como objetivação do conceito de número, expressa a concatenação dos naturais, inteiros, racionais e irracionais”, portanto, todos aqueles números estudados nos anos iniciais escolares. No livro didático russo, em muitas tarefas, a reta numérica se apresenta com um ponto de partida indicado por uma bandeirinha, seguida dos números naturais, conforme a Figura 30. O algarismo zero (0) se apresentará bem mais adiante, no âmbito da operação de subtração de sucessivos números naturais. Com isso, segundo Rosa (2012), evita-se a sua apreensão com o significado de nada – conforme o ensino tradicional – para elaborar a ideia de realmente um número que, assim como os demais, ocupa um lugar definido na própria reta.

*Figura 30. Síntese da introdução da reta numérica*

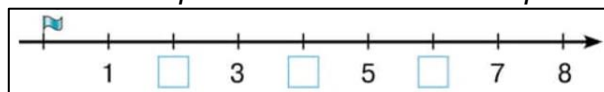


Fonte: Dávidov et al. (2022, p. 60).

A partir do momento em que é introduzida a reta, no livro didático russo, ela é tomada como referência para a resolução de tarefas seguintes e abrange todos os demais conceitos. Então, surgem tarefas de: representação de medições na reta, complementação de números faltantes, comparação entre números, representações de operações (adição, subtração e as demais), entre outras. Na tarefa ilustrada na

Figura 31, há um dos casos em que o estudante precisa completar os números faltantes, representados pelos espaços vazios na reta.

*Figura 31. Completar com os números que faltam*

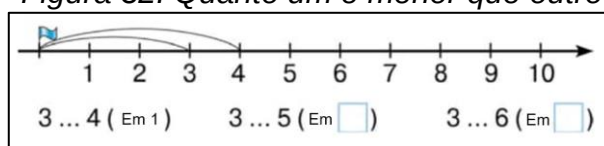


Fonte: Davídov et al. (2022, p. 54).

Ressaltamos que a análise de tal tarefa pelos estudantes desse Sistema de Ensino se diferencia por completo daqueles que tomam uma tarefa desse tipo como inicial, e não como síntese, pois ao se deparar com ela, todo o processo anterior está presente na tarefa atual. Esse processo requer do estudante a apropriação dos nexos conceituais das *Sequências* numéricas, pois ele saberá indicar os números faltantes, caso tenha se apropriado da *ordenação* e *posição*. Além disso, verifica que as marcações, na reta, acontecem de um em um. Portanto, um dos números a marcar será o sucessor do 1 e antecessor do 3; o outro, sucessor do 3 e antecessor do 5; e o último, da esquerda para direita, sucessor do 5 e antecessor do 7. O professor, nesse tipo de tarefa, não necessariamente ficará excluído da possibilidade de formular novas perguntas. Pode questionar aos estudantes se os números faltantes possuem alguma característica comum, ou se os escolhidos seguem algum padrão. Esse caminho, orientado pelo professor, pode levar o estudante ao conceito de *lei* e a demonstrá-lo em situações singulares.

Como manifestação explícita do conceito de lei, mencionamos a tarefa da Figura 32, que é oriunda dessa intenção. Ela solicita que o estudante descubra, usando a reta numérica, quantas unidades um número é menor que o outro, e pede para que anote a diferença entre parênteses. Em um primeiro momento existe um número fixo, tomado como referência do processo, e um outro, aquele que varia. Isso traz implicitamente a noção de que conforme muda o número que varia, muda o tamanho da diferença entre eles na reta numérica.

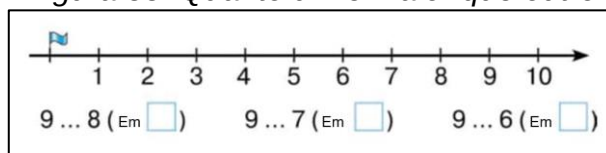
*Figura 32. Quanto um é menor que outro*



Fonte: Davídov et al. (2022, p. 70).

Interessa, na tarefa, verificar em quantas unidades um número é menor que o outro, ou quanto um é maior que o outro. No primeiro caso, 3 é menor em uma unidade que 4; no segundo,  $3 < 5$  (Em 2); no terceiro,  $3 < 6$  (Em 3). Os estudantes percebem que esse processo pode ser contínuo, pois entenderam, em tarefas anteriores, que a reta sempre pode ser aumentada. Esse movimento de abstração, elaborado com o conjunto de tarefas e revelado com a resolução ininterrupta (conceitualmente), ajuda a entender os conceitos relacionados uns aos outros tais como são. O mesmo ocorre com a Figura 33, porém a intenção é mostrar que esse movimento também acontece com o sentido inverso.

Figura 33. Quanto um é maior que outro

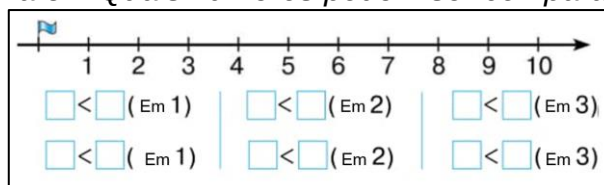


Fonte: Davídov et al. (2022, p. 70).

Há de se verificar que, no primeiro caso, 9 é maior em uma unidade que 8; no segundo,  $9 > 7$  (Em 2); no terceiro,  $9 > 6$  (Em 3); e assim sucessivamente. Mesmo que os números negativos ainda não tenham aparecido, o “sucessivamente” aparece, e a riqueza dessas tarefas encontra-se justamente em dar margem para ir além, no sentido conceitual matemático, mesmo quando em futuro um pouco mais distante.

Ainda com o objetivo de manifestar explicitamente a presença do nexo conceitual de *lei*, no livro didático, apresentamos a tarefa da Figura 34. Dessa vez, a análise da tarefa não inicia com *elementos* dados, pelo interesse em investigar o tamanho dos arcos obtidos pelas medidas das distâncias entre eles com ajuda da reta numérica. Acontece o contrário, ela solicita que sejam encontrados números que caibam na anotação, com referência nos critérios estabelecidos. Há de se encontrar *elementos* que se distanciam entre si na reta numérica. No primeiro caso, em 1; no segundo caso, em 2; no terceiro, em 3. Essa diferença, em relação à tarefa anterior, revela um movimento conceitual de extrema importância, pois ilustra o movimento genético do conceito de *Sequência*.

Figura 34. Quais números podem ser comparados?



Fonte: Davídov et al. (2022, p. 70).

Interessa-nos destacar, nessa tarefa, o que também ocorre nas demais: a ênfase do Sistema Elkonin-Davídov para a efetivação do ensino que organiza os seus conceitos atrelados por nexos. Analisamos que dessa vez o que varia não é, como nos casos anteriores, os tamanhos dos arcos em dependência dos *elementos* numéricos estabelecidos pelas posições que ocupam na reta numérica, mas o contrário. A tarefa questiona quais números atendem a uma condição específica de distância, portanto, são os *elementos* numéricos que dependem do quanto ela mede. Esse pedido, embora pareça simples à primeira vista, tem uma grande complexidade para a elaboração conceitual de função, pois oportuniza ao professor questionamentos ligados a ele e sua abordagem por via de outras situações singulares.

Voltemos ao que é central para este momento de encerramento do texto: as *leis*. Se nos atentarmos para a pergunta expressa com a legenda da Figura 34 (Quais números podem ser comparados?), entraremos mais profundamente no conceito de lei. Na reta numérica, de modo geral, qualquer número real pode ser comparado com outro, entretanto, na situação apresentada foi estabelecido um critério, uma *lei*. Com a investigação da ilustração da tarefa, podemos muito bem traduzi-la para: quais são os possíveis pares de números cujas diferenças entre si são 1? A mesma pergunta pode se repetir para 2 e 3, ou para qualquer outro.

Podemos ir além, em relação à análise da tarefa anterior. Na condição de pesquisador cujo objeto de estudo é tal, esse tema é preocupação constante mesmo em nossos estudos mais distantes, conceitualmente possíveis, que dirá nesse caso. Defendemos, portanto, que na referida tarefa encontramos, como uma pergunta a mais da mesma situação, algo do tipo: a) Estabelecendo um ponto inicial (da reta numérica), qual é a *Sequência* de números que obteremos, se os próximos *elementos* são sempre uma unidade de distância a mais que o anterior? b) Estabelecendo um ponto inicial (da reta numérica), qual é a *Sequência* de números que obteremos, se

os próximos *elementos* são sempre duas unidades de distância a mais que o anterior? c) Estabelecendo um ponto inicial (da reta numérica), qual é a *Sequência* de números que obteremos, se os próximos *elementos* são sempre três unidades de distância a mais que o anterior? Mais uma vez, reforçamos que outras relações entre as grandezas devem aparecer, pois são infinitas as possibilidades, limitadas pelo autor somente para exposição.

Para obtermos respostas a essas questões, em primeiro lugar é necessário estabelecer o dito ponto inicial da reta numérica. Caso ele seja  $a$ , tem-se: a)  $a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, \dots, a+n, \dots$ ; b)  $a, a+2, a+4, a+6, a+8, \dots, a+2n, \dots$ ; c)  $a, a+3, a+6, a+9, a+12, \dots, a+3n, \dots$ . Também é possível atribuímos, em caráter de exemplo, o valor 2 como lugar geométrico inicial, neste caso: a)  $2, 3, 4, 5, 6, \dots$ ; b)  $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ ; c)  $2, 5, 8, 11, 14, \dots$  e assim por diante. Chamamos a atenção a outro fato: na tarefa figuram os números 1, 2 e 3 para estabelecer as medidas dos comprimentos das diferenças dos *elementos* a serem escolhidos. No entanto, vale a pergunta: essas são as únicas medidas possíveis?

Lembremos da pergunta feita na seção 3.2: “quando as *Sequências* se tornam numéricas?” Essa pergunta é importante para ajudar a explicar os nossos resultados. Nas primeiras tarefas do livro didático, mesmo que não apareceram números, bem como *Sequências* numéricas, estavam presentes os seus componentes conceituais. Concomitantemente ao processo de elaboração do conceito de número, as tarefas produziam ações que se relacionam com a elaboração conceitual das *Sequências* numéricas. Isso se evidenciou em nossa investigação quando abrimos o livro com a intenção de identificar o aparecimento do conceito de *Sequência* numérica, e vimos que desde as primeiras tarefas se apresentavam componentes como *ordenação*, *posição*, *padrão*, *grandezas*, por exemplo, antes dos números propriamente ditos. Desse modo, entendemos que as *Sequências* são numéricas quando os seus termos são traduzidos por números que expressam as relações entre grandezas.

O que mais importa afirmar, neste momento do texto, é que todo o processo de exposição desta seção buscou apresentar que nexos conceituais, no processo de apropriação do conceito de *Sequência*, manifestam-se nas tarefas dos livros didáticos do Sistema de Ensino Elkonin-Davídov. Vale lembrar que na seção 2.3 nos

dedicamos ao estudo específico do conceito de *Sequência*, o que é *Sequência*, o que torna possível confirmar a resposta para o nosso problema de pesquisa.

Investigamos quais são os componentes conceituais das *Sequências* numéricas e os enxergamos no livro didático russo em análise. Os nexos conceituais dos *elementos*, *ordem* e *lei* se apresentam no referido livro, bem como seus componentes conceituais padrão, posição, número, função e correspondência, todos vinculados por um nexo mais geral, a relação entre grandezas.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As últimas reflexões desta dissertação, antes, requerem menção às condições objetivas que justificam o nível dos resultados atingidos. Por se tratar de uma pesquisa comprometida a evidenciar o universo uno, citamos, no decorrer de nossa exposição, que a organização do ensino, escola e sociedade não se separam, bem como as questões conceituais da Matemática. Portanto, o pensamento de um ser humano em particular é integral. O Lucas é um Lucas como um todo, e não o professor Lucas, o filho Lucas, o amigo Lucas... trata-se de um jovem: filho de um trabalhador (mecânico), de uma mãe (doméstica); companheiro e amigo que costuma acompanhar o desenvolvimento do irmão único em todas as suas interrogações a respeito da vida, do mundo, da escola, da ciência, da Física, da Matemática, etc. ; tem os avós; as amizades; o lazer (futebol, corrida, livros); o planejamento do futuro: loja, namorada; a dissertação (elaborada de dia, noite, madrugada); as escapadas para a astronomia e plantas; as orientações causadoras de sentimentos em que se confluíam satisfação, sensação de angústia e dúvidas sobre minhas capacidades para cumprir o papel de pesquisador.

Com esse turbilhão de compromissos que requisitaram diferentes atividades – inclusive a de pesquisa – sem poder caracterizar esta ou aquela como principal, produzimos esta dissertação neste nível apresentado em todo o processo de exposição. E agora precisamos concluí-la, mas com a consciência de possibilidades, de ir além, isto é, de incompletude. Predomina, neste momento, um sentimento ou estado de ânimo com mescla de desânimo, talvez, próprio de um pesquisador em processo de formação, tanto para a continuidade da carreira na pesquisa quanto para a sua necessidade firme de pisar nas salas de aula das escolas. Uma alusão, no entanto, é inconteste: desenvolvemo-nos por decorrência das aprendizagens proporcionadas pela produção deste estudo, assim como acontecia com as pesquisas de Iniciação Científica, nas reuniões do GPEMAHC e do contato com o Grupo, a presença no Laboratório de Matemática Doutor Ademir Damazio. Não somos mais o mesmo daquele lá do início, à procura da delimitação de um objeto e problema de pesquisa. Então, cumpre-nos a elaboração de sínteses e generalizações em patamar possível no contexto de nossas condições objetivas.

Começamos com a nossa aprendizagem a respeito da organização do ensino da Matemática proposta pelo Sistema Elkonin-Davídov. Isso porque o percebemos com outro nível de compreensão em relação àquilo apreendido nos primeiros anos do curso de graduação em que participamos do GPEMAHC e de projetos de Iniciação Científica, marcado pelo estudo de livros, outros textos e produções de Davídov e seu grupo. Nesses contatos, agregava-se o sentimento de que essa perspectiva teórica seria inalcançável para nós, visto que os demais membros do grupo, em algumas ocasiões, pareciam falar coisas que nós não seríamos capazes de entender. Havia resquícios pessimistas de que teoria é teoria e prática é outra coisa, emergiam muitas reflexões produtoras de questionamentos do tipo: é possível realmente contemplar toda a base teórica de Davídov em uma organização de ensino, ainda mais de Matemática, nas condições das escolas conterrâneas?

Agora, ao debruçarmo-nos sobre a análise das tarefas particulares, defrontamo-nos com dificuldades merecedoras de decisão para que déssemos conta de discutir nosso objeto de estudo. Isso ocorre por duas razões. A primeira, por percebermos que elas eram elaboradas e propostas aos estudantes de forma extremamente articulada, por contemplar a objetivação daqueles fundamentos estudados nos escritos teóricos de Davídov e colaboradores. A segunda razão de nossas indecisões se localiza no momento de determinar as tarefas particulares com ideias conceituais de *Sequência* para serem analisadas, por fazer parte do nosso objeto de investigação. Lá no começo do processo de definir e delimitar problema e objetivo da pesquisa, éramos movidos por suspeitas de que tal conceito não era objeto de ensino e aprendizagem – no Sistema Elkonin-Davídov – desde os anos escolares iniciais. Agora, encontramos dúvidas referentes a quais escolheríamos para análise, porque eram muitas aquelas com nexos e noções do referido conceito e se inseriam no sistema conceitual.

Todas as tarefas nos impressionavam pela sua importância e riqueza de conteúdo, conseqüentemente, parecia-nos impossível descartar algumas delas. Mas, tínhamos de deixar algumas e optar por outras, e isso exigia a identificação de algo que pudesse nos auxiliar na decisão por uma e não por outra. Tivemos de estudar todas para determinar aquelas que fariam parte da dissertação para dar conta de

apresentar tanto as características mais gerais quanto as específicas do nosso objeto de investigação.

Assim como em outros estudos de pesquisadores do GPEMAHC (Rosa, 2012; Madeira, 2012; Souza, 2013; Mame, 2014; Búrigo, 2015; Freitas, 2016; Alves, 2017; Colombo, 2021), consideramos que as tarefas particulares – constituintes de cada ação de estudo dos conceitos por eles investigados – criam um todo ímpar do qual é impossível dissociá-las. Para nós, é impressionante como elas são elaboradas e orientadas aos estudantes pela criatividade, originalidade e responsabilidade teórica, a fim de garantir o pressuposto máximo histórico-cultural: uma boa aprendizagem é condição para o desenvolvimento intelectual em complexidade teórica. Por vezes, consideramos inimaginável a atenção aos mínimos detalhes conceituais, contemplados nelas, para garantir as possibilidades de apropriação conceitual e a consequente formação de um modo humano de ser.

É presumível que todo esse cuidado organizativo possa ser questionado e entendido como não possível de contribuir com o professor e o próprio estudante. No entanto, entendemos que o cuidado é para colocá-los num contexto de aprendizagem de um modo geral de organização do ensino e da aprendizagem ainda em processo de apreensão, isto é, não dominante nos mais diversos espaços de suas atuações. Ou seja, isso ocorre justamente pelas precauções e vigilância em atender os princípios e pressupostos da matriz teórica. Deixá-los livres implica correr o alto risco de se cair no espontaneísmo, por nós criticado, próprio das correntes tidas como mais avançadas do ensino tradicional (escola nova, construtivismo, entre outras) – base da educação reprodutiva das relações sociais atuais –, promotor de uma formação eminentemente empírica. Enfim, todo esse cuidado minucioso na elaboração e condução das tarefas particulares e do sistema como um todo é justamente para oportunizar a participação criativa dos envolvidos na atividade de estudo em vista do seu desenvolvimento.

Contudo, entendemos tratar-se de uma questão de atenção e desejo de contribuir com as verdadeiras pretensões teóricas. Por isso, vale mencionar mais um detalhe por nós percebido: nessa organização há uma preocupação intensa com a participação ativa de todos (professor e estudante), cujo teor conceitual (matemático e pedagógico) apresenta nexos não empíricos. O envolvimento deles é previsto e consta nas discussões propostas nos livros de orientação ao professor. Inclusive as

primeiras tarefas, mesmo no primeiro ano escolar, têm como uma das suas finalidades didáticas ensinar os estudantes a ser ativos, a elaborar perguntas, a estar em ação investigativa. Para tanto, oportunizam a aprendizagem de elaboração de perguntas “inteligentes” – em vez de respostas imediatas – como forma de resolver os problemas que as tarefas propõem. Além disso, têm a intenção de, aos poucos, constituírem-se em condições para que eles mesmos produzam e desenvolvam as suas próprias tarefas, tanto de estudo quanto particulares.

Portanto, precisamos destacar a diferença de significado da palavra tarefa em relação a outras palavras que indicam questões de ensino a serem propostas para os estudantes. No Sistema Elkonin-Davídov, é utilizada a nomenclatura tarefa para os problemas que os alunos não conseguem resolver imediatamente com o conhecimento que já possuem, mas que têm êxito com a mediação de outro (geralmente o professor). Isso se põe em dissonância total em relação aos exercícios ou situações de aprendizagem propostas pelas correntes de ensino tradicional, que se caracterizam por três níveis: a) as introdutórias, para apresentar a ideia principal ou definição de uma temática ou conceito (na pedagogia estancada denomina-se conteúdo) em processo de aprendizagem pelos estudantes; b) as de exemplificação, que servirão de modelo; c) as de fixação, em número maior, resolvidas conforme indicam as do segundo nível. Em vez disso, as tarefas particulares do Sistema Elkonin-Davídov são todas de mesmo nível no que diz respeito à sua efetividade e possibilidade, pois uma é condição para o surgimento da outra, em termos pedagógicos, didáticos, psicológicos e epistemológicos do conceito matemático. A cada tarefa algo novo se apresenta relacionado com a anterior, mas que exige uma outra coisa. Essa interdependência entre elas, movida por necessidade, é totalmente dissociada da ideia de pré-requisito, indutora na organização tradicional. Pelo contrário, a interconexão sem hierarquia de importância – induzida pela relação essencial do conceito e seus nexos – imprime-lhes um movimento interno.

Esse movimento interno, possibilitado pela organização das tarefas, refletirá no desenvolvimento do pensamento conceitual dos estudantes em um movimento de redução do concreto ao abstrato (tarefas da primeira ação de estudo) e de ascensão deste ao agora concreto elaborado (aquelas constituintes da segunda, terceira e quarta ações de estudo). Portanto, a unidade que lhes é própria também é a do pensamento em formação nos estudantes. Essas amarrações entre algo

condutor externamente – as tarefas particulares –, orientador do interno – elaboração conceitual –, manifestam que elas são produzidas intencionalmente, mediadas rigorosamente por princípios e pressupostos da matriz Materialista Histórico e Dialética, da Psicologia Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental (estas duas últimas com premissas específicas, mas fundamentadas na primeira).

Carregadas detalhadamente com tais visões, as tarefas particulares tomam por base o princípio da atividade objetual e colocam os alunos em atividade de estudo, em que o objeto do conhecimento é apropriado pela sua essência requisitada pelo movimento do geral para o particular. Com essas condições, os estudantes se envolvem em processo de análises para vislumbrar as abstrações em estado caótico, mas estimuladoras para novas reflexões, condutoras de elaboração de sínteses e as consequentes generalizações teóricas, agora um concreto não mais de base objetual, mas de pensamento.

Desse modo, seus conteúdos são extremamente diferentes daqueles do princípio tradicional – do caráter visual, direto ou intuitivo –, que visa à identificação de aspectos externos e assim permanecer, pois o movimento a ser imprimido é justamente o contrário, do particular para o geral. Enfim, como advoga Davídov (1988) e contempla no seu modo geral de organização do ensino, supera os fundamentos da lógica formal pela dinamicidade da lógica dialética.

Nesse contexto, está o ensino e aprendizagem de uma especificidade conceitual da Matemática de nossa referência: *Sequência*. Ele não surge isoladamente nem tem foco exclusivo na contagem um a um ou para resolver exercício de completar (do tipo: 1, 2, ..., 4, 5), comumente vivenciado no ensino tradicional. Tarefas semelhantes até aparecem, porém como síntese de um longo processo de elaboração conceitual, e não o oposto, como caráter introdutório.

As situações propostas aos estudantes no Sistema Elkonin-Davídov proporcionam as condições para que eles, por meio da análise – com base no experimento objetual –, atenham-se à identificação dos componentes caracterizadores do conceito e às suas conexões sujeitas a *leis* passíveis de manifestações em fenômenos singulares. Por decorrência, ocorre a revelação da relação essencial, com fundamento na unidade interna, na sua essência. Trata-se, pois, de uma generalização substancial que, segundo Rubinstein (1977, p. 388), “constitui a premissa interna de transferência”, isto é, a relação essencial se expande para uma

totalidade. Conforme Rubinstein (1977, p. 400), esse processo se constitui em diferentes níveis, pois a ação de “pensar cria as condições de seu avanço” dinâmico para estágios de maior complexidade. Para Davídov (1988, p. 152), esse movimento de elaboração da generalização substancial tem sua “expressão no conceito teórico que serve de procedimento para deduzir os fenômenos particulares e singulares de sua base universal”.

Essa dinamicidade se revela no conceito de *Sequência*, alicerçado no conceito de número real em que a relação entre grandezas constitui o seu fundamento. É na ação – e suas decorrentes operações – de aprender a medir os diversos tipos de grandezas (comprimento, área, volume, massa) que as crianças se deparam com necessidade de comparar. Para tanto, de início, deparam-se com situações de medir grandezas de dois objetos ou figuras, em que se apresentam as abstrações oriundas das relações de igualdade e desigualdade (maior e menor). Aos poucos, ocorre a expansão para quantidades maiores de coisas (*elementos*) a medir inter-relacionadas entre si. Nesse aumento é que se apresentam a necessidade de *ordenação*, um dos nexos conceituais das *Sequências*, que, por sua vez, requer um critério para indicar a posição de cada *elemento*. Aí está a manifestação da ideia de *Sequência* de teor objetual, mas, implicitamente, a ideia numérica. Mais adiante, o que era implícito passa a ser explícito, conforme mostramos no final da seção 4.1, e assim a adjetivação “numérica” passa a acompanhar as *Sequências*.

Por fim, entendemos ter respondido nossa pergunta central do estudo, o problema de pesquisa. Alicerçados pela compreensão do conceito de *Sequência* numérica, investigamos os nexos conceituais. Ao mesmo tempo, tomados os nexos conceituais como categoria de análise, analisamos as tarefas do livro didático em que se manifesta o conceito de *Sequência* numérica. Cumprindo com os objetivos previamente estabelecidos, estudamos o Sistema Elkonin-Davídov, seus textos e livros didáticos para melhor compreendê-lo. Apresentamos que nexos conceituais, no processo de apropriação do conceito de *Sequência*, manifestam-se nas tarefas dos livros didáticos, e a eles incluímos componentes conceituais. Citamos tarefas já mencionadas em outras obras, porém com motivos e interpretações distintas, e disso concluímos que esse fato só ocorre por concretização dos nexos. Estudamos, realizamos, perspectivamos, vislumbramos os nossos limites, porém não os deixamos limitados a uma vizinhança próxima.

Ressaltamos a importância de que as novas gerações se apropriem do mais alto nível da cultura historicamente produzida, pois quanto mais nos apropriamos do conjunto das relações humanas, mais efetivamente podemos agir sobre elas. Quanto mais conhecemos do objeto, mais alternativas nós temos para sermos livres. Isso vale para não apenas para a Matemática, mas para toda a vida: vislumbrar possibilidades, possuir condições de, ter grandes alternativas, para nós, indica liberdade, e esses são os seres humanos que queremos formar.

Sabemos das nossas incompletudes e podemos imaginar caminhos de continuidade que se apoiam no presente estudo. O conceito de *Sequência* em si não pode ser abordado com completo aprofundamento teórico em nenhuma obra, pois assim como os outros conceitos da Matemática, ele está em movimento, constituinte de uma ciência fluente, em contínuo processo de desenvolvimento. Esse conceito se relaciona com diversos sistemas, inclusive na Análise Matemática, intimamente vinculado ao que Caraça (1951) denomina de novo instrumento matemático: as séries. Consideramos necessária uma continuidade, por isso, não faremos um fechamento, mas um convite de estudo, seja para funções, *Sequências*, séries, limites...

## REFERÊNCIAS

- AMBROSIO, P. G. **Lógicas formal e dialética em sistemas de ensino de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2023.
- ALEKSANDROV, A. D.; KOLMOGOROV, A. N.; LAURENTIEV, M. A. et al. **La matemática: su contenido, métodos y significado**. Madrid: Alianza Editorial S.A., 1976.
- ALEKSANDROV, A. D.; KOLMOGOROV, A. N.; LAVRENT'EV, M. A.; **Mathematics Its content, Methods and Meaning: three volumes bound as one**. New York: Dover publications, 2021.
- ÁVILA, G. **Análise matemática para licenciatura**. São Paulo: Edgard Blucher, 2005.
- BEZERRA, P. Prólogo do tradutor. In: VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2 ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo, Edgar Blucher, 1974.
- BÚRIGO, L. S. M. **Necessidades emergentes na organização do ensino davydoviano para o número negativo**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2015.
- CANDIOTTO, W. C. **Crítica da razão matemática: uma análise do objeto da geometria**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.
- DAMAZIO, A. et al. O conhecimento matemático na Educação Infantil. In: FLÔR, D. C.; DURLI, Z. (org.). **Educação Infantil e Formação de Professores**. Florianópolis: Editora UFSC, 2012, p. 179-192.
- DAMAZIO, A.; ROSA, J. E. Educação matemática: possibilidades de uma tendência histórico-cultural. **Revista Espaço Pedagógico**, [S. l.], v. 20, n. 1, 2013. DOI: 10.5335/rep.2013.3506. Disponível em: <https://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/3506>. Acesso em: 6 jul. 2023.
- DAVÍDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza em el futuro próximo. In: SHUARE, Marta (Org.) **La psicología Evolutiva y pedagógica em la URSS**. Tradução de Marta Shuare. Moscú: Editorial Progreso, 1987. p. 143-155.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación teórica y experimental**. Trad. Marta Shuare Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVIDOV, V. V. Conteúdo e Estrutura da Atividade de Estudo. In: CARDOSO, C. G. C.; LONGAREZZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davídov e V. V. Repkin**. Uberlândia-MG: EDUFU, 2017. p. 211-230

DAVÍDOV, V. V.; SLOBÓDCHIKOV, V. I. La enseñanza que desarrolla en la escuela del desarrollo. In: **La educación y la enseñanza: una mirada al futuro**. Progreso, Moscú, p. 118-144, 1991.

DAVÝDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. 3 ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVYDOV, V. V.; GORBOV, S. F.; MIKULINA, G. G.; SAVELYEVA, O. V. **Matemática: 1a série**: livro didático: edição em formato pdf / - 4 ed., ster. Moscou: Esclarecimento, 2022.

ELKONIN, D. B. Habilidades intelectuais dos alunos de nível fundamental e o conteúdo da aprendizagem. In: ELKONIN, D. B.; DAVIDOV, V. V. (ed.). **As possibilidades da aprendizagem relacionadas com a idade (nível fundamental I)**. Moscou: Pedagogia, 1966, p. 47-48.

EUCLIDES. **Os elementos**. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

FARIAS, D. T. M. **O sentido da liberdade na sociedade capitalista a partir da perspectiva Marxiana**. 2018. Dissertação (Mestrado em Serviço Social) – Universidade Federal do Alagoas. Maceió, 2018.

FELIPE, P. L. **Condições envolvidas no processo de apropriação do conhecimento científico desenvolvido na atividade de estudo**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2021.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. São Paulo: **Zetetiké**, 1995.

FREITAS, J. R. G. **Os Nexos Conceituais, a Ludicidade e as Ações Coletivas no processo de aprendizagem de Geometria no Clube de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2022.

FREITAS, D. **O movimento do pensamento expresso nas tarefas particulares proposta por Davydov e colaboradores para apropriação do sistema conceitual**

**de fração.** 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2016.

GALPERIN, P.; ZAPORÓZHETS, A.; ELKONIN, D. Los problemas de la formación de conocimientos y capacidades en los escolares y los nuevos métodos de enseñanza en la escuela. In: SHUARE, M. (Comp.). **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS.** Moscú: Progreso, 1987. p. 300-315.

GALPERIN, P. Y. **A ciência psicológica na URSS**, Vol. I, 1959.

GONZÁLES, R. R. **El lenguaje de las matemáticas: Historias de sus símbolos.** México: FCE, SEP, CONACYT, 2018.

GORBOV, S. F.; MIKULINA, G.G. **Livro de exercícios de matemática, nº 1, 1º ano: um conjunto de dois livros de exercícios.** Sistema ELKONIN, D.G; DAVYDOV, V.V. 2ª ed. Moscou: Vita-Press, 2001.

HAWKING, S. **Uma breve história do tempo.** Rio de Janeiro: Intrínseca, 2015.

KOPNIN, P. V. **A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento.** Trad: Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Civilização brasileira, 1978.

KURSANOV, G. A. **El Materialismo Dialectico y el Concepto.** Trad. Andres Fierro Menu. México: Editorial Grijalbo, 1966.

LEONTIEV, A. N. **O Desenvolvimento do Psiquismo.** Lisboa: Livros horizonte, 1978.

LEONTIEV, A. N. **Atividade. Consciência. Personalidade.** Tradução: Priscila Marques. Bauru, São Paulo: Mireveja, 2021.

LENIN, V. I. **Obras completas.** Tomo 29. Moscou: Editorial Progreso, 1986.

LIMA, E. L. **Curso de Análise vol. 1.** Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2012.

LURIA, A. **Desenvolvimento Cognitivo.** São Paulo: Ícone, 2013.

LUKÁCS, G. **Para uma ontologia do ser social I.** São Paulo: Boitempo, 2012.

MAME, O. A. C. **Os conceitos geométricos nos dois anos iniciais do ensino fundamental na proposição de Davydov.** Dissertação (Mestrado) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Programa de Pós-Graduação em Educação: Criciúma, 2014.

MARX, K. **O capital: crítica da economia política: Livro I.** São Paulo: Boitempo, 2013.

MARX, K.; ENGELS, F. **Obras escolhidas em três volumes**. v. 3. Rio de Janeiro: Vitória, 1963.

MARX, K.; ENGELS, F. **Manifesto do partido comunista**. 1ª. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2008.

MENEZES, L. D. D.; MATOS, F. F. M. **Situações sociais contraditórias: uma proposta metodológica para a formação da classe trabalhadora**. Ifes Campus Vitória: VII Colóquio GEPAPe, 2023. 446 p. E-book.

NETTO, J. P. **Introdução ao estudo do método de Marx**. São Paulo: Expressão Popular, 2011.

NIDELCOFF, M. T. **Uma escola para o povo**. São Paulo: Brasiliense, 2004.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PANOSSIAN, M. L.; NASCIMENTO, C. P. O conceito de objeto de ensino na Atividade Pedagógica. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, [s. l.], v. 6, n. 2, p. 334-357, mai./ago. 2022.

PUENTES, R. V.; CARDOSO, C. G. C.; AMORIM, P. A. P. (Org.). **Teoria da Atividade de Estudo: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davíдов e V.V. Repkin – Livro I**. Curitiba/Uberlândia: CRV/EDUFU, 2019.

RAMOS, M. G. O. **A Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro**. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2013.

ROSA, J. E. **Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro não escolar**: inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Humanas, Curso de Doutorado em Educação, Curitiba, 2012.

ROSA, J. E. *et al.* As significações algébricas, geométricas e aritméticas no processo de elaboração do sistema conceitual numérico a luz da teoria histórico-cultural. São Paulo: **Educ. Matem. Pesq**, v.11, n.2, p.329-350, 2009.

RUBINSTEIN, S. L. **Principios de Psicologia General**. La Habana: Pueblo y Educación, 1977.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem Conceitual e Organização do Ensino: Contribuições da Teoria da Atividade**. Araraquara: JM editora, 2004.

SILVA, D. A. **Os nexos conceituais algébricos e o jogo matcraft**: uma proposta para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2022.

SPACEK, I. K. **Uma análise Ontológico-Genética do Objeto de Ensino do Cálculo**. 2023. Tese (doutorado) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Programa de Pós-Graduação em Educação, Criciúma - SC, 2012.

SUCHODOLSKI, B. **Teoria Marxista da Educação**. São Paulo: Editorial Estampa, 1976.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

VILLANUEVA, D. A. Z.; BORJAS, S. M. **Desde Sequências Numéricas até Séries de Fourier**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2019.

VIGOTSKI, L. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VIGOTSKII, L. S. Aprendizagem e Desenvolvimento Intelectual na Idade Escolar. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. Tradução de Maria de Pena Villalobos. São Paulo: Ícone, 2017.

VYGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas II: Incluye Pensamento y Lenguaje, Conferecias sobre Psicología**. Madrid: Visor Distribuciones, 1993.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas IV: Incluye Paidologia del Adolescente, Problemas de la Psicología Infantil**. Madrid: Visor Distribuciones, 1996.

ГОРБОВ, С. Ф. et al. **Математика. Учебное пособие для 6 класса**. Москва: Авторский Клуб, 2016.