

CAPÍTULO 7

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE PARA ESTIMATIVA DA CHUVA MENSAL

DOI: [http:// dx.doi.org/10.18616/plansus07](http://dx.doi.org/10.18616/plansus07)

Fernanda Martins Bonfante

Sabrina Baesso Cadorin

Álvaro José Back

VOLTAR AO SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O conhecimento da frequência das chuvas e da sua distribuição ao longo do ano é de extrema valia para várias atividades, como a agricultura, a engenharia e o meio ambiente. Esse conhecimento das ocorrências pluviométricas se faz necessário uma vez que, tanto em excesso quanto em escassez, elas causam efeitos potencialmente danosos. Além dos efeitos desfavoráveis, o planejamento das atividades na agricultura, o cronograma das obras de engenharia, as atividades econômicas, assim como o abastecimento de água das cidades são também influenciados pelas frequências das chuvas.

A precipitação pluvial pode ser estimada de diversas formas, sendo uma delas a probabilística. Para isso, utilizam-se modelos teóricos de distribuição ajustados à determinada série histórica de dados de chuva observada. Os resultados são analisados mediante a comparação da frequência observada e a frequência teórica dada por uma distribuição de probabilidades, obtendo-se, assim, uma probabilidade pluviométrica teórica (MURTA *et al.*, 2005).

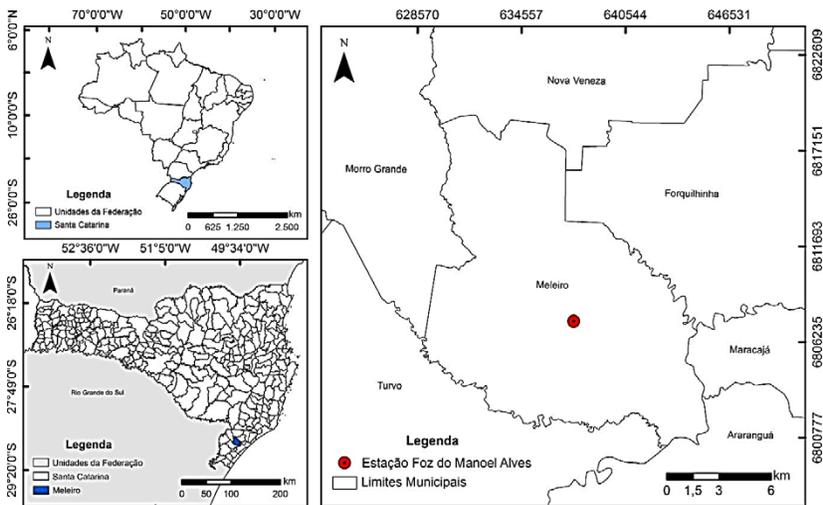
Diversos modelos estatísticos de distribuição podem ser utilizados, dentre eles a distribuição Normal, a distribuição Gama – geralmente utilizada – e a distribuição Exponencial Geométrica Estendida (EGE). A distribuição Normal possui grande importância, uma vez que muitos dos fenômenos naturais retratam uma distribuição normal ou aproximadamente normal. Já a distribuição Gama, conforme Ramos (2014, p. 25), “[...] é comumente utilizada para se resolver problemas em análise de confiabilidade, previsões do tempo, para modelar seguros de crédito, entre outros”.

A distribuição EGE é utilizada para várias áreas de pesquisa, como biologia, demografia, confiabilidade de produtos eletrônicos e também nos fenômenos meteorológicos, incluindo a precipitação pluviométrica (RAMOS; MOALA, 2014). Esta última distribuição possui estudos mais recentes que as anteriores, porém já se mostrou eficaz para algumas séries de dados. Sendo assim, o objetivo deste estudo é analisar qual das distribuições mencionadas anteriormente melhor se ajusta para a análise dos dados do município de Meleiro, SC.

METODOLOGIA

Os dados sobre o regime hidrológico da bacia foram obtidos pela estação pluviométrica Foz do Manuel Alves, código 2849024, da Rede Hidrometeorológica Nacional (RHN), coordenada pela Agência Nacional de Águas (ANA). A estação é de responsabilidade da ANA e operada pela Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (EPAGRI). A estação está localizada no município de Meleiro, nas seguintes coordenadas: 28° 51' 12,96" S, 49° 35' 22,92" W, a 15 metros de altitude, conforme ilustrado na Figura 1. Foram utilizados os dados diários de chuva da série histórica compreendida no período de 1978 a 2018.

Figura 1 - Estação pluviométrica convencional Foz do Manoel Alves



Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Por meio do *software Microsoft Office Excel*, foi elaborada uma planilha com o intuito de analisar e comparar algumas distribuições de probabilidade – sendo selecionadas as distribuições Normal e Gama –, a qual foi obtida a partir do Método dos Momentos e do Método da Máxima Verossimilhança

e da distribuição Exponencial Geométrica Estendida, com parâmetros estimados pelo método dos L-momentos. Como critério para determinar a distribuição de frequência mais adequada para cada mês, foi utilizado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov ao nível de significância de 5%.

Para a obtenção da distribuição de frequência de cada mês, primeiramente foram obtidas as séries de precipitações mensais.

A função de densidade de probabilidade, denominada Gama, conforme Lanna (2002, p. 133), pode ser determinada pela Equação 1. A variável aleatória x , neste capítulo, é referente à precipitação mensal que se deseja obter na distribuição teórica. Para a distribuição Gama, utilizaram-se dois métodos de estimativa de parâmetros, o método dos momentos e o método da máxima verossimilhança.

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}} \quad \text{Eq. (1)}$$

O Método dos Momentos, segundo Casimiro, Lopes e Emídio ([21-?], p. 1), é uma forma de resolver equações integrais complexas por meio da redução delas a um sistema de equações lineares simples. Para o presente estudo, foram utilizados os parâmetros α e β , definidos pelas Equações 2 e 3, respectivamente. Para $0 < x < \infty$; $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

$$\alpha = \frac{s^2}{\bar{x}} \quad \text{Eq. (2)}$$

$$\beta = \frac{\bar{x}^2}{s^2} \quad \text{Eq. (3)}$$

O método da Máxima Verossimilhança consiste em estimar os parâmetros α e β de um modelo, utilizando-se as estimativas que tornam máximo o valor da função de verossimilhança (BATISTA, 2009). Para a utilização do método em questão, foram necessários os valores da função de Log-Normal para todos os dados de precipitação teórica.

Após as funções Log-Normal já estarem calculadas, com as equações 4 e 5, encontraram-se os valores dos parâmetros α e β , respectivamente.

$$\alpha = \frac{x_t}{\beta} \quad \text{Eq. (4)}$$

$$\beta = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\frac{A}{3}}}{4A} \quad \text{Eq. (5)}$$

Em que:

$$A = \ln \ln(\bar{x}) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{Eq. (6)}$$

A distribuição Normal, de acordo com Lanna (2002, p. 137), tem a função densidade de probabilidade, conforme a Equação 7, em que os parâmetros μ correspondem à média aritmética x e σ ao desvio padrão s da variável aleatória. Para $-\infty < x < +\infty$.

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-0,5 \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad \text{Eq. (7)}$$

A distribuição exponencial geométrica, conforme Ramos e Moala (2014), foi proposta a princípio por Adamidis e Loukas com dois parâmetros, cuja função de risco é decrescente. Seguidamente, Adamidis *et al.* exploraram uma ampliação da distribuição exponencial geométrica, chamando-a de distribuição exponencial geométrica estendida, a qual é denominada EGE e possui como uma de suas particularidades que sua função de risco pode ser crescente ou decrescente, dependendo dos valores de seus parâmetros (RAMOS; MOALA, 2014).

Para a estimativa dos parâmetros, foi utilizado o método dos L-Momentos, descritos em Ramos e Moala (2014). Utilizando os valores de y e λ obtidos, foram encontradas as precipitações observadas com o auxílio da Equação 8:

$$f(x, \gamma, \lambda) = \frac{\lambda \gamma e^{-\lambda x}}{(1 - (1 - \lambda)e^{-\lambda x})^2} \quad \text{Eq. (8)}$$

Em que γ e λ são os parâmetros da distribuição.

O ajuste da distribuição de probabilidade às frequências observadas de um conjunto de dados foi avaliado com a utilização do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov ou K-S. Esse teste consiste em determinar a diferença máxima (Equação 9) entre as frequências teóricas e as frequências observadas, isto é:

$$D_{max} = \text{Max} |f_{observada} - f_{teórica}| \quad \text{Eq. (9)}$$

Em que a frequência observada foi calculada pela expressão:

$$f_{observada} = \frac{i}{n+1} \quad \text{Eq. (10)}$$

Se o valor de $D_{máx}$ é menor que o valor crítico, a distribuição de probabilidade é considerada adequada. Para este estudo, adotou-se o valor crítico ao nível de significância de 5%. Quando mais de uma distribuição foi considerada adequada, utilizou-se o critério de menor valor de $D_{máx}$ para selecionar a distribuição mais adequada.

Para obter a provável precipitação pluvial total mensal, foram utilizadas as estimativas dos parâmetros já obtidos para todas as distribuições utilizadas, aos quais foi aplicada a função inversa do *software Excel* para as distribuições Normal, Gama e EGE dadas pela Equação (11).

$$x_p = \frac{\ln(-p\gamma + \gamma + p) - \ln(p)}{\lambda}, 0 \leq p \leq 1 \quad \text{Eq. (11)}$$

Para a análise dos resultados, foram obtidas as probabilidades de ocorrência de precipitações pluviométricas mensais de 2, 5, 10, 50, 90, 95 e 98%.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apresenta-se, na Tabela 1, um resumo estatístico das séries de precipitações mensais da estação pluviométrica Foz do Manoel Alves, no qual constam a média, o desvio padrão, o coeficiente de variação (CV%), o coeficiente de assimetria (As) e o número de dados disponíveis na série histórica correspondente a cada mês (N).

Tabela 1 - Resumo estatístico dos dados pluviométricos mensais

| Mês | Média (mm) | Desvio padrão (mm) | CV% | As | N |
|------|------------|--------------------|-------|--------|----|
| Jan. | 204,21 | 98,55 | 48,26 | 0,4116 | 41 |
| Fev. | 181,23 | 92,37 | 50,97 | 1,0997 | 41 |
| Mar. | 145,12 | 64,59 | 44,51 | 0,6559 | 41 |
| Abr. | 104,61 | 44,93 | 42,95 | 0,3836 | 40 |
| Mai. | 111,89 | 91,40 | 81,69 | 1,8505 | 41 |
| Jun. | 96,10 | 57,29 | 59,62 | 0,8989 | 41 |
| Jul. | 114,00 | 79,38 | 68,56 | 1,7302 | 41 |
| Ago. | 117,46 | 90,98 | 77,45 | 1,5690 | 41 |
| Set. | 141,23 | 90,09 | 63,79 | 2,2123 | 41 |
| Out. | 146,14 | 61,06 | 41,79 | 0,6946 | 41 |
| Nov. | 135,83 | 61,84 | 45,53 | 0,2001 | 39 |
| Dez. | 148,14 | 77,21 | 52,12 | 0,8855 | 41 |

Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

A partir dos dados da tabela, percebe-se que somente dois meses, abril e outubro, apresentaram falhas de leitura ao longo da série histórica utilizada. Quando se analisam os coeficientes de assimetria obtidos, sabe-se que quanto mais próximo de zero ($As = 0$) mais simétrica é a distribuição dos dados e maior é a tendência de que a distribuição que melhor se adéque seja a Normal. A precipitação tem sazonalidade bem definida, com maiores valores no verão e menores no inverno. Somente no mês de junho é que a média foi inferior a 100 mm. Todas as séries apresentaram coeficiente da variação acima

de 40%, com valores mais altos nos meses de inverno, mostrando a maior dispersão dos dados nessa época do ano.

Na Tabela 2, constam os parâmetros obtidos para cada uma das distribuições, de acordo com os meses. Para a distribuição Gama, constam os parâmetros obtidos pelo Método dos Momentos (MM) e pelo Método da Máxima-Verossimilhança (MV).

De acordo com o teste de aderência de K-S, todas as distribuições apresentaram Dmáx inferiores aos Dcríticos dos respectivos meses, como observado na Tabela 3. A Distribuição Normal apresentou melhor ajuste para os meses de julho e novembro, enquanto a Distribuição Gama-MV teve melhor aderência nos meses de fevereiro e abril, e a Distribuição EGE no mês de janeiro. Os demais meses apresentaram melhores resultados com a Distribuição Gama-MM.

Tabela 2 - Parâmetros obtidos para cada distribuição

| Mês | Normal | | Gama - MM | | Gama - MV | | EGE | |
|-------------|--------|----------|-----------|---------|-----------|---------|-----------|----------|
| | μ | Σ | α | β | γ | β | Λ | Γ |
| Jan. | 204,21 | 98,55 | 4,29 | 47,56 | 3,71 | 55,05 | 0,0159 | 22,13 |
| Fev. | 181,23 | 92,37 | 3,85 | 47,08 | 4,36 | 41,53 | 0,0178 | 21,53 |
| Mar. | 145,12 | 64,59 | 5,05 | 28,75 | 4,39 | 33,03 | 0,0256 | 36,91 |
| Abr. | 104,61 | 44,93 | 5,42 | 19,30 | 4,65 | 22,50 | 0,0365 | 41,31 |
| Mai. | 111,89 | 91,40 | 1,50 | 74,66 | 2,04 | 54,84 | 0,0148 | 3,06 |
| Jun. | 96,10 | 57,29 | 2,81 | 34,16 | 2,83 | 33,97 | 0,0256 | 8,86 |
| Jul. | 114,00 | 79,38 | 2,06 | 55,28 | 2,31 | 49,28 | 0,0188 | 6,22 |
| Ago. | 117,46 | 90,98 | 1,67 | 70,47 | 1,97 | 59,77 | 0,0147 | 3,36 |
| Set. | 141,23 | 90,09 | 2,46 | 57,47 | 3,28 | 43,11 | 0,0186 | 10,84 |
| Out. | 146,14 | 61,06 | 2,46 | 57,47 | 6,13 | 23,83 | 0,0272 | 48,90 |
| Nov. | 135,83 | 61,84 | 4,82 | 28,16 | 4,22 | 32,16 | 0,0255 | 28,04 |
| Dez. | 148,14 | 77,21 | 3,68 | 40,24 | 3,60 | 41,17 | 0,0204 | 17,14 |

Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Coan, Back e Bonetti (2014), comparando as distribuições Gama e Normal para 92 estações pluviométricas de Santa Catarina, concluíram que a distribuição Gama se mostrou mais adequada para estimar a precipitação

mensal. Denski e Back (2015) mostraram que a distribuição Gama também pode ser usada na análise de frequência de dados de evapotranspiração.

Soccol, Cardoso e Miquelluti (2010) determinaram a precipitação pluviométrica mensal provável para o município de Lages, SC. Os resultados obtidos demonstraram que a distribuição Gama se ajustou bem à série de dados de precipitação mensal.

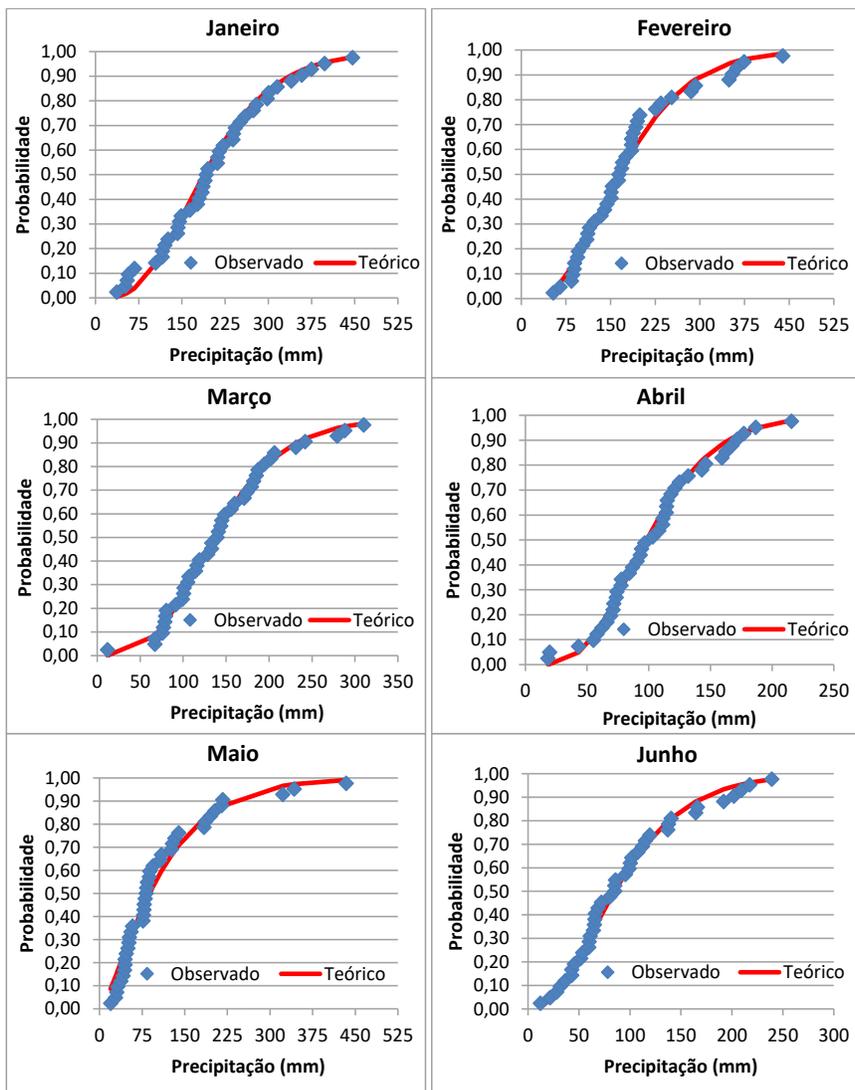
Tabela 3 - Dmáx para cada distribuição em relação ao mês

| Dmáx | Normal | Gama-MM | Gama-MV | EGE | Dcrítico |
|------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------|
| Jan. | 0,0611 | 0,0805 | 0,0820 | 0,0394 | 0,2076 |
| Fev. | 0,1618 | 0,0990 | 0,0984 | 0,1310 | 0,2076 |
| Mar. | 0,0781 | 0,0437 | 0,0549 | 0,0620 | 0,2076 |
| Abr. | 0,0671 | 0,0540 | 0,0534 | 0,0625 | 0,2101 |
| Mai. | 0,1962 | 0,0938 | 0,1282 | 0,1244 | 0,2076 |
| Jun. | 0,1196 | 0,0588 | 0,0596 | 0,0786 | 0,2076 |
| Jul. | 0,0611 | 0,1115 | 0,1061 | 0,0904 | 0,2076 |
| Ago. | 0,2037 | 0,1042 | 0,1204 | 0,1300 | 0,2076 |
| Set. | 0,1486 | 0,0889 | 0,1260 | 0,1380 | 0,2076 |
| Out. | 0,1185 | 0,0727 | 0,0782 | 0,1093 | 0,2076 |
| Nov. | 0,0879 | 0,1619 | 0,1595 | 0,1317 | 0,2127 |
| Dez. | 0,0879 | 0,0321 | 0,0357 | 0,0585 | 0,2076 |

Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

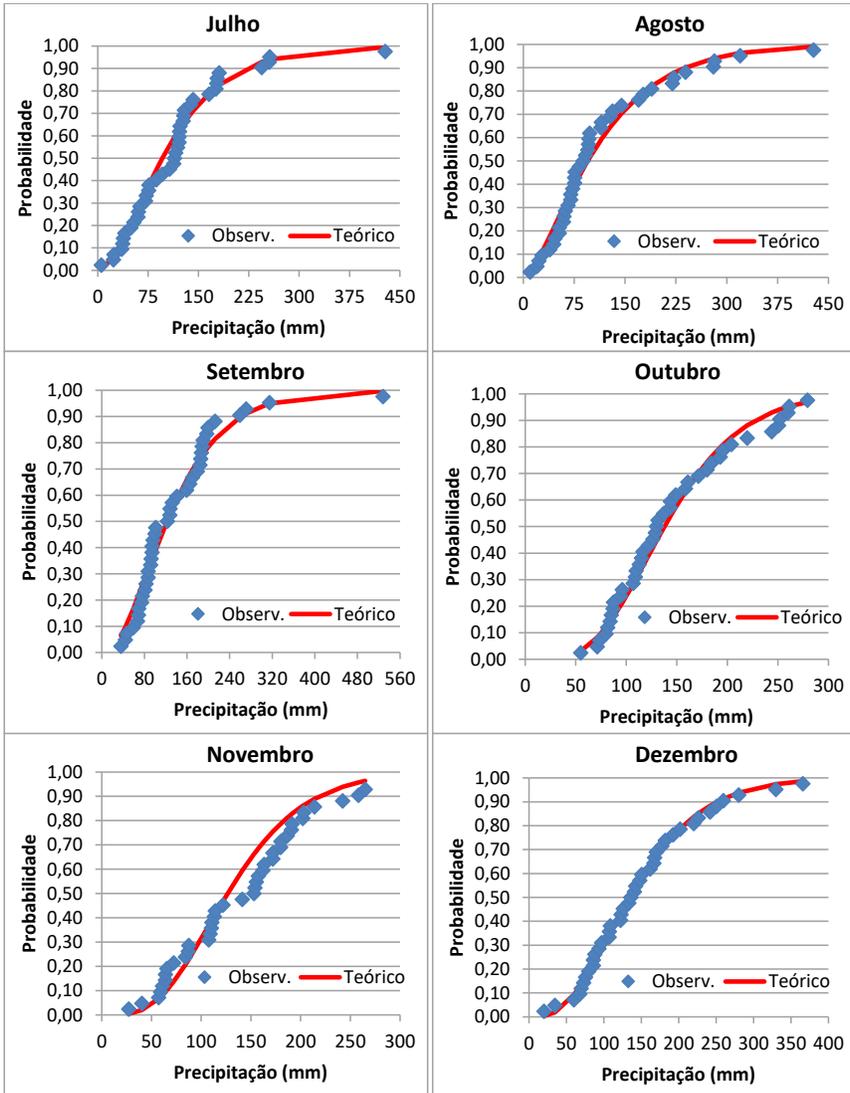
A Distribuição Gama-MM apresentou melhor aderência em 58% dos meses do ano. Dessa forma, optou-se por adotá-la para a análise dos resultados. Nas Figuras 2 e 3, constam as representações das aderências das séries de chuvas mensais às distribuições Gama-MM ajustadas.

Figura 2 - Aderência das séries de precipitações mensais à distribuição Gama-MM (janeiro a junho)



Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Figura 3 - Aderência das séries de precipitações mensais à distribuição Gama-MM (julho a dezembro)



Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Utilizando-se a distribuição Gama com as estimativas dos parâmetros obtidos pelo Método dos Momentos, dadas na Tabela 2, é possível estimar a provável precipitação pluvial total mensal de cada mês. A Tabela 4 apresenta os níveis de retorno da provável precipitação pluvial total para Meleiro e região, para os níveis de 2, 5, 10, 50, 90, 95 e 98% estimados pela distribuição Gama-MM.

Tabela 4 - Provável precipitação pluvial mensal

| Mês | Probabilidade (%) | | | | | | |
|-------------|-------------------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| | 2 | 5 | 10 | 50 | 90 | 95 | 98 |
| Jan. | 55,2 | 73,2 | 92,4 | 188,6 | 336,3 | 388,6 | 453,2 |
| Fev. | 44,4 | 60,2 | 77,4 | 165,8 | 305,1 | 354,9 | 416,8 |
| Mar. | 44,7 | 57,5 | 70,9 | 135,7 | 231,6 | 265,0 | 306,2 |
| Abr. | 34,0 | 43,2 | 52,7 | 98,2 | 164,7 | 187,8 | 216,0 |
| Mai. | 6,9 | 13,1 | 21,8 | 88,2 | 233,2 | 291,5 | 367,0 |
| Jun. | 16,8 | 24,7 | 33,8 | 85,0 | 172,9 | 205,5 | 246,4 |
| Jul. | 12,9 | 21,0 | 31,2 | 96,2 | 220,1 | 267,8 | 328,6 |
| Ago. | 9,0 | 16,3 | 25,9 | 95,0 | 238,6 | 295,5 | 368,7 |
| Set. | 20,7 | 31,8 | 44,9 | 122,6 | 261,9 | 314,3 | 380,6 |
| Out. | 49,3 | 62,1 | 75,4 | 137,7 | 227,8 | 258,9 | 296,9 |
| Nov. | 40,4 | 52,4 | 65,0 | 126,6 | 218,6 | 250,9 | 290,6 |
| Dez. | 34,8 | 47,7 | 61,7 | 135,0 | 251,7 | 293,6 | 345,8 |

Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Os níveis em questão retratam a probabilidade inerente de ocorrência de uma provável precipitação mensal. Por exemplo: de acordo com os dados pluviométricos da estação de Foz do Manoel Alves, localizada em Meleiro, existe uma chance de 90% de a precipitação acumulada ser igual ou superior a 233,2 mm no mês de maio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados obtidos, identificou-se que o teste de Kolmogorov-Smirnov não rejeitou nenhuma das distribuições utilizadas. Por esse critério, a distribuição Exponencial Geométrica Estendida (EGE) só apresentou melhor aderência para a série do mês de janeiro. Para a série histórica estudada, identificou-se que a Distribuição Gama, com os parâmetros obtidos pelo Método dos Momentos, foi a que melhor se ajustou para os dados utilizados.

Identificar a distribuição mais adequada é de extrema valia para compreender o comportamento das chuvas em uma determinada região. Como aplicação desses dados, destaca-se o uso em projetos e planejamentos agrícolas, na gestão agropecuária e em obras de engenharia.

REFERÊNCIAS

BACK, Á. J. **Chuvas intensas e chuva para dimensionamento de estruturas de drenagem para o Estado de Santa Catarina (com programa HidroChuSC para cálculos)**. Florianópolis: Epagri, 2013. 193 p.

BATISTA, J. L. F. **Verossimilhança e Máxima Verossimilhança**. Piracicaba, SP: CMQ/ESALQ/USP, 2009, p.1-27. Disponível em: <http://cmq.esalq.usp.br/BIE5781/lib/exe/fetch.php?media=leituras:verossim.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2020.

CASIMIRO, A.; LOPES, V.; EMÍDIO, F. **Métodos dos Momentos**. [S.l.: s.n.], [21--?], p. 1-3. Disponível em: https://sapientia.ualg.pt/bitstream/10400.1/119/1/13_13.pdf. Acesso em: 15 mar. 2020.

COAN, B. P.; BACK, Á. J.; BONETTI, A. V. Precipitação mensal e anual provável no estado de Santa Catarina. **Revista Brasileira de Climatologia**, [S.l.], v. 15, p. 122-142, 2014.

DENSKI, A. P. N.; BACK, Á. J. Aderência de distribuições de probabilidades aos dados de evapotranspiração de referência decendial. **Revista Brasileira de Climatologia**, [S.l.], v. 17, p. 30-43, 2015.

LANNA, A. E. Elementos de Estatística e Probabilidades. *In*: TUCCI, C. E. M. **Hidrologia: ciência e aplicação**. Porto Alegre: Ed. da Universidade/UFRGS/ABRH, 2002, p. 79-176.

MURTA, R. M.; TEODORO, S. M.; BONOMO, P.; CHAVES, M. A. Precipitação Pluvial Mensal em Níveis de Probabilidade pela Distribuição Gama para duas localidades do Sudoeste da Bahia. **Ciênc. Agrotec**, Lavras, v. 29, n. 5, p. 988-994, out. 2005.

RAMOS, P. L. **Aspectos Computacionais para Inferência na Distribuição Gama Generalizada**. 2014. 164 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2014.

RAMOS, P. L.; MOALA, F. A. A aplicação da Distribuição Exponencial Geométrica estendida para modelagem de dados pluviométricos. **Revista Brasileira de Meteorologia**, Presidente Prudente, SP, v. 29, n. 4, p. 613-620, jun. 2014.

SOCCOL, O. J.; CARDOSO, C. O.; MIQUELLUTI D. J. Análise da precipitação mensal provável para o município de Lages, SC. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, PB, v. 14, n. 6, p. 569-574, 2010.