

## Análise numérica da rigidez rotacional em uma ligação viga-pilar com dupla cantoneira de alma

Edmilson da Silva Serafim (1), Ângela Costa Piccinini (2)

UNESC – Universidade do Extremo Sul Catarinense

(1)edmilson.serafim@gmail.com, (2)acp@unescc.net

**Resumo:** A ligação entre vigas e pilares têm uma grande influência no comportamento global da estrutura de edifícios. Assim os elementos são idealizados por barras e nós para facilitar a análise e o dimensionamento estrutural. Os nós, são representados como rígidos ou articulados conforme a transferência de momentos fletores relativos entre seus elementos. Neste trabalho estudou-se o comportamento das ligações tidas habitualmente em projetos como flexíveis (ligação viga-pilar com dupla cantoneira na alma), para averiguação se procede tratá-las em uma análise estrutural como totalmente flexíveis, ou seja, que se considere que não há nenhuma transferência de momento fletor às colunas. Foram feitas simulações através do software de elementos finitos Ansys de um pórtico plano para se obter a rigidez rotacional da ligação em estudo. E, também, foi calculada a rigidez rotacional pelos métodos analíticos propostos por Frye-Morris e Ang-Morris. Verificou-se que a ligação estudada contém certa rigidez inicial à rotação e que considerá-la como flexível corre-se o risco de subdimensionar o pilar, se for desconsiderado o momento atuante no mesmo, e, além disso, tornar dispendioso o dimensionamento da viga, uma vez que se poderia economizar material neste elemento.

**Palavras-Chave:** estruturas de aço; momento-rotação; elementos finitos.

**Abstract:** The connection between beams and columns has a major influence on the overall behavior of the structure of buildings. Thus the elements are idealized by bars and nodes to facilitate analysis and structural sizing. The nodes are represented as rigid or pinned according to the transfer of relative bending moments between their elements. In this work we studied the behavior of the connections usually taken in projects as flexible (double web angles beam to column connection) to investigate whether they are treated in a structural analysis as totally flexible, that is, that consider that there is no bending moment transfer to the columns. Simulations were made through the software of finite elements Ansys, of a plane gantry to obtain the rotational stiffness of the connection under study. Also, rotational stiffness was calculated by the analytical methods proposed by Frye-Morris and Ang-Morris. It was found that the connection studied contains some initial stiffness to the rotation and that considering it as flexible there is the risk of undersizing the column if it is disregarded the moment acting in it, and also to make the sizing of the beam expensive, it could save material in this element.

Keywords: steel structures; moment-rotation; finite elements.

## Introdução

Em uma análise estrutural os elementos que compõe as estruturas usuais são considerados, conforme suas dimensões preponderantes, como barras (vigas e colunas) e placas (lajes).

O objeto de estudo deste trabalho refere-se aos elementos de ligação entre essas barras (viga-pilar) que em uma análise de estrutura são definidos como pontos nodais.

Esses pontos nodais são considerados rígidos quando o ângulo relativo entre os elementos se mantém após a aplicação de um carregamento perpendicular a um dos elementos de barras, ou seja, é considerado um engaste perfeito. Ao oposto, a ligação é considerada flexível, quando ocorre o giro livre entre essas barras, existindo assim uma descontinuidade rotacional entre esses elementos (PFEIL, 2015).

Porém, esse sistema, rótula ou engaste perfeitos, o que não ocorre na prática, é apenas uma simplificação do modelo estrutural para uma análise. Na realidade, as respostas às solicitações na estrutura não são exatamente rígidas ou totalmente flexíveis (SOUZA, 2017).

O comportamento real das ligações em um pórtico é semirrígido. No caso de um pórtico metálico, a rigidez rotacional aproximada é determinada pelo tipo de ligação utilizada para união dos elementos.

O gráfico da Figura 1 apresenta algumas curvas  $M-\theta$  para os tipos mais comuns de ligações viga-pilar.

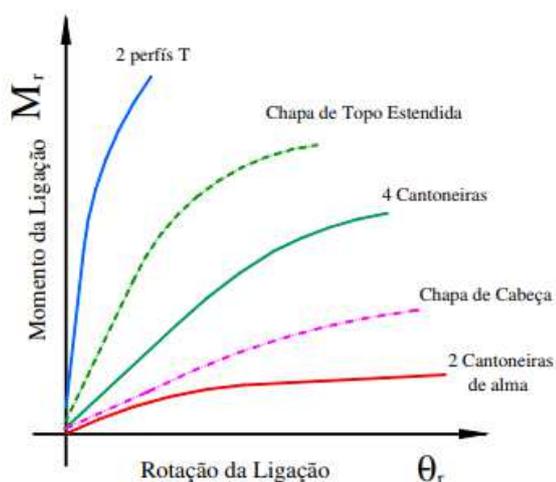


Figura 1. Momento versus rotação para determinados tipos de ligações (Fonte: Alvarenga, 2010)

Ribeiro (1998) propõe que ao se admitir que as ligações são infinitamente rígidas, introduzem-se erros no cálculo das estruturas, em geral contra a segurança.

Alvarenga (2010, p.41) afirma que “a deformação nas conexões de aço entre vigas e colunas é dada pelo seu deslocamento rotacional ( $\theta_r$ ) causado pelo momento ( $M_r$ )” conforme ilustrado na Figura 2.

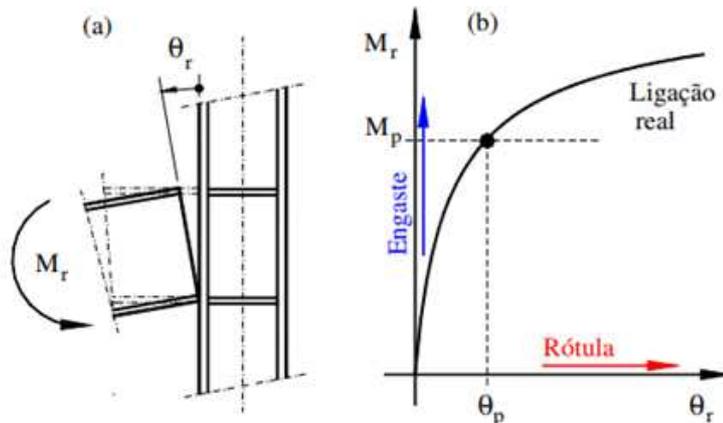


Figura 2. Comportamento da ligação. (a) significado (b) diagrama M- $\theta$  (Fonte: Alvarenga, 2010).

Na prática da engenharia de estruturas de aço, as LCPP (ligação viga-coluna tipo dupla cantoneira parafusada) são consideradas flexíveis, presumindo-se que as vigas com esse tipo de ligação apresentam comportamentos idênticos ao de vigas simplesmente apoiadas, sem transmissão de momentos nos extremos.

Neste trabalho serão comparados alguns modelos para a estimativa do comportamento da ligação. Serão abordados a estimativa da rigidez segundo os modelos analíticos de Frye-Morris e Ang-Morris e a estimativa da rigidez através do método dos elementos finitos.

O intuito da pesquisa é comparar os diferentes modelos de obtenção da curva M- $\theta$  (momento-rotação) para uma LCPP (ligação viga-coluna tipo dupla cantoneira parafusada), considerada em projetos como sendo flexível, a qual se estima que ela apresenta certo grau de rigidez.

Serão realizados os cálculos da rigidez rotacional na ligação para uma viga W 200 x 22,5 kg/m em ASTM A572 GR50 com 2 metros de vão fixada a duas colunas HP 200 x 53kg/m em ASTM A572 GR50 por dois pares de cantoneiras de abas iguais L 64 x 64 x6,3x150 mm em ASTM A36 com nove parafusos A325N em cada LCPP fixando a viga às colunas. Os deslocamentos serão obtidos por meio do método dos elementos finitos e a rotação calculada pelos métodos da mecânica dos materiais e pelos métodos analíticos: o polinomial de Frye-Morris e o potencial de Ang-Morris.

## Materiais e métodos

Vários pesquisadores, como Sommer (1969), Morris (1975) e Faella (2000), têm procurado além de realizar os experimentos, apresentar modelos simples que permitam descrever o comportamento das ligações avaliado basicamente pela curva M- $\theta$ , cujo conhecimento é fundamental para qualquer análise estrutural.

### MODELO POLINOMIAL

Alvarenga (2010) credita a Sommer (1969) o primeiro trabalho a empregar uma expressão não linear para a curva M- $\theta$ , com padronização de parâmetros para a reprodução de resultados confiáveis. Foi adotado um polinômio calibrado com valores experimentais para a ligação com chapa de cabeça. Esse modelo se tornou conhecido e popular a partir dos sete tipos de ligação estudados no trabalho de Frye & Morris (1975).

Segundo Sommer (1969), a ideia básica era selecionar alguns parâmetros da ligação por meio de um estudo de correlação que calibrasse os resultados numéricos, produzidos pelas fórmulas, com os valores correspondentes obtidos através de ensaios experimentais. Nesse modelo, a rotação da ligação  $\theta_r$  é um polinômio do quinto grau conforme exibido na Eq. 1:

$$\theta_r(M_r) = \sum_{i=1}^3 [C_i(x_m)^{(2i-1)}] = C_1(x_m) + C_2(x_m)^3 + C_3(x_m)^5 \quad (1)$$

Na Equação 1,  $X_m$  é chamado momento modificado,  $(K_m \cdot M_r)$  produto de uma constante  $(K_m)$ , que é função  $(f)$  dos parâmetros selecionados mostrados na Figura 3, e do momento  $M_r$  que atua na ligação; as grandezas  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  são as constantes de ajuste de curva calibradas com os ensaios de forma a atingir um percentil de desvio máximo de 10%.

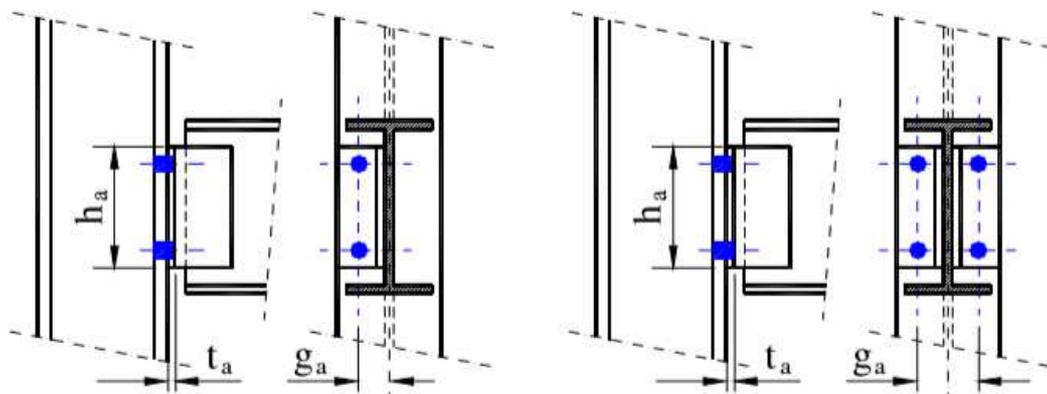


Figura 3. Parâmetros adotados nas equações de  $K_m$  (Frye & Morris, 1975) (Fonte: Alvarenga, 2010)

Os valores correspondentes da expressão da função (f) que define  $K_m$  e dos coeficientes do polinômio  $C_i$  são indicados no Quadro 1. Os valores originais dessa tabela foram determinados em unidades americanas (dimensões em polegadas [in] e momentos em quilo-libra polegada [kip in]).

Quadro 1. Função  $K_m$  e coeficientes do polinômio de Frye & Morris (1975) (Fonte: Alvarenga, 2010)

Nº	Tipo	$K_m = f$ (parâmetros)	$C_1$	$C_2$	$C_3$
1	1 L na alma	$h_a^{-2,4} t_a^{-1,81} g_a^{0,15}$	4,28 E-03	1,45 E-09	1,51 E-16
2	2 Ls na alma	$h_a^{-2,4} t_a^{-1,81} g_a^{0,15}$	3,66 E-04	1,15 E-06	4,57 E-08

Em vários textos científicos nos quais esse modelo é apresentado, constata-se uma série de divergências de valores cuja causa pode ser tanto falha de edição quanto alguma correção ou ajuste, realizado posteriormente por outros autores. Assim, para o projetista aplicar esse modelo com segurança, é necessário conhecer quais são os valores corretos das constantes dessa tabela.

## MODELO POTENCIAL

Um modelo potencial retratado por Alvarenga (2010) é o de Ang & Morris (1984) no qual tentaram refazer o trabalho de Frye & Morris (1975), substituindo a curva polinomial destes pesquisadores, pela função de Ramberg & Osgood (1943), gerando a expressão mostrada na Eq. 2:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{(K_m M_r)}{(K_m M_0)} \left\{ 1 + \left[ \frac{(K_m M_r)}{(K_m M_0)} \right]^{(C_1-1)} \right\} = \frac{X_m}{X_{m0}} \left[ 1 + \left( \frac{X_m}{X_{m0}} \right)^{(C_1-1)} \right] \quad (2)$$

Nessa equação reaparece o momento modificado  $X_m = K_m \cdot M_r$  função (f) de outros parâmetros, mostrada no Quadro 2; sendo  $C_1$  um parâmetro de forma da curva.

Quadro 2. Função  $K_m$  e coeficientes de Ang & Morris (1984) (Fonte: Alvarenga, 2010)

Nº	Tipo	$K_m = f$ (parâmetros)	$\theta_0$ [rad]	$K_m M_0$	$C_1$
1	1 L na alma	$h_a^{-2,09} t_a^{-1,64} g_a^{2,06}$	$1,03 \times 10^{-2}$	32,75	3,93
2	2 Ls na alma	$h_a^{-2,2} t_a^{0,08} g_a^{-0,28}$	$3,98 \times 10^{-3}$	0,63	4,94

Os modelos potenciais apresentam boas perspectivas para se tornarem mais aplicados hoje, substituindo com vantagens os lineares e polinomiais.

O modelo de Dong (1994), citado por Morris et al. (1995), por exemplo, pode substituir com vantagens o de Frye & Morris (1975). A desvantagem tem sido a definição da rigidez

inicial, ou da rigidez plástica, nem sempre coerentes com os resultados experimentais e a falta de dados para outros tipos de ligação.

## MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método propõe que um número infinito de variáveis desconhecidas, sejam substituídas por um número limitado de elementos de comportamento bem definido. Essas divisões podem apresentar diferentes formas, tais como a triangular, quadrilateral, entre outras, em função do tipo e da dimensão do problema. Como são elementos de dimensões finitas, são chamados de “elementos finitos” (PESSOLANI, 2010).

Ainda segundo Pessolani (2010), cada elemento finito possui relações constitutivas que irão reger seu comportamento através de sistemas de equações. O arranjo dos elementos finitos para a composição do modelo se denomina malha. Na geração da malha, todos os nós internos (não periféricos) devem estar solidários, não podendo restar nós desconectados.

De acordo com Maggi (2005) os elementos finitos são conectados entre si por pontos, os quais são denominados de nós ou pontos nodais. Ao conjunto de todos esses itens – elementos e nós – dá-se o nome de malha (Figura 4). Em função dessas subdivisões da geometria, as equações matemáticas que regem os comportamentos físicos não serão resolvidas de maneira exata, mas de forma aproximada. A precisão do método dos elementos finitos depende da quantidade de nós e elementos, do tamanho e dos tipos de elementos da malha.

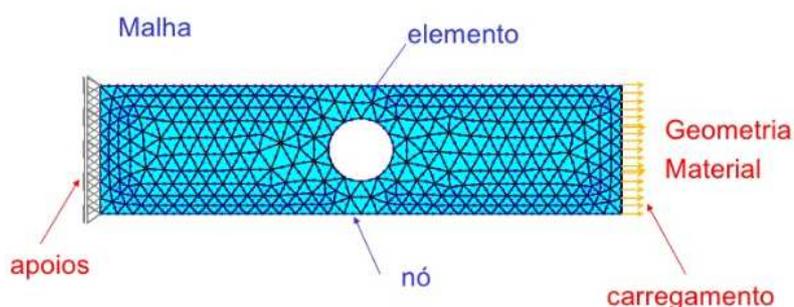


Figura 4. Conjunto de itens para uma análise em elementos finitos (Fonte: Pessolani, 2010)

Dessa maneira, o conhecimento dos fundamentos do método é essencial para que juntamente com o domínio dos softwares sejam desenvolvidas boas práticas para uma aplicação consistente deste recurso.

Foram realizados os seguintes procedimentos para a realização desta pesquisa:

- a) Dimensionamento da coluna, viga e da ligação;
- b) Modelamento do conjunto no software de elementos finitos (Ansys);
- c) Aplicação das cargas;

- d) Verificação dos deslocamentos;
- e) Cálculo dos momentos atuantes;
- f) Cálculo das rigidezes;
- g) Cálculo da curva  $M-\theta$  através de modelos analíticos (Frye-Morris e Ang -Morris);
- h) Comparação entre os resultados obtidos nos modelos analíticos e pelo método dos elementos finitos.

A Figura 5 mostra o conjunto formado pelas colunas, viga, e ligações montados no programa Ansys.

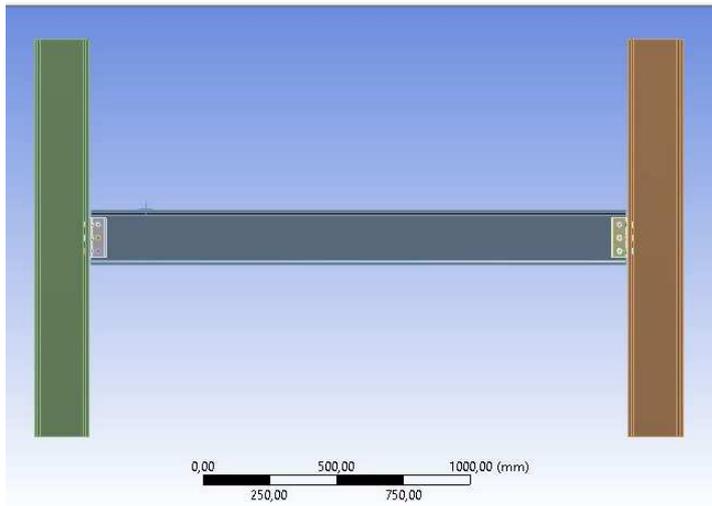


Figura 5. Modelagem do conjunto da ligação.

O dimensionamento da ligação em estudo foi feito observando-se o exposto na norma NBR: 8800:2008. Para essa ligação LCPP (ligação viga-coluna parafusada-parafusada) foi iniciado o cálculo, primeiramente, para o cisalhamento direto dos parafusos para uma carga estática de 90kN. Para a força cortante atuante verificou-se a necessidade de 6 parafusos para o diâmetro de 12,5mm para cada parafuso. Foram determinadas as solicitações nos parafusos devido ao momento na ligação viga-pilar e a resistência dos parafusos demonstrou ser suficiente tanto para tração isolada quanto para interação entre cisalhamento e tração. Verificou-se também as tensões de contato entre as chapas e esmagamento.

Para o presente trabalho, os valores para determinação dos parâmetros geométricos da ligação são mostrados conforme a Figura 6. Ela serve para estimativa do comportamento momento-rotação das ligações elaborado por Frye-Morris (1975).

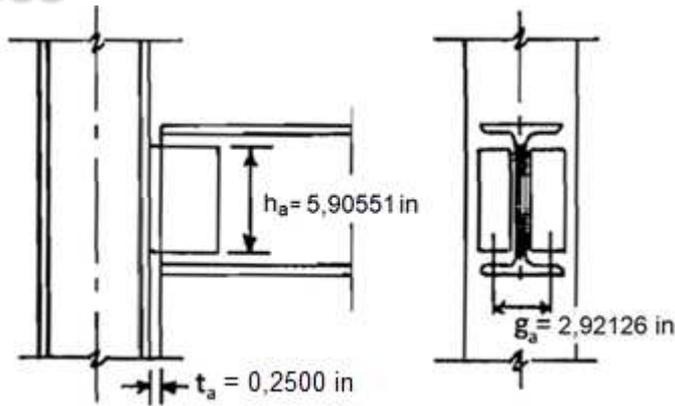


Figura 6. Cotas a utilizar na equação de Frye-Morris (Fonte: adaptado de Frye-Morris, 1975)

$h_a = 150\text{mm} = 5,90551 \text{ in}$  (altura da cantoneira)

$g_a = 74,2\text{mm} = 2,92126 \text{ in}$  (distância entre centros das abas das cantoneiras)

$t_a = 6,35\text{mm} = 0,2500 \text{ in}$  (espessura da cantoneira)

$$K = h_a^{-2,4} \cdot t_a^{-1,81} \cdot g_a^{0,15} \quad (3)$$

$$K = 5,9055^{-2,4} \cdot 0,2500^{-1,81} \cdot 2,9212^{0,15}$$

$$K = 0,203492$$

O parâmetro K mostrado na Eq. 3 foi calculado e os respectivos coeficientes C1, C2 e C3 do polinômio proposto pelo modelo de Frye-Morris (1975) para o presente trabalho são mostrados a seguir no Quadro 3.

Quadro 3. Coeficientes do polinômio para ligação estudada. (Fonte: Alvarenga, 2010).

C1	3,66E-04
C2	1,15E-06
C3	4,57E-08

Com os valores em Kip.in para cada passo de momento, foram introduzidas as fórmulas do polinômio de quinto grau em uma planilha eletrônica e obtidos os presentes valores de rotação na ligação. Para melhor visualização é mostrado o comportamento da ligação no gráfico abaixo como ilustra a Figura 7.

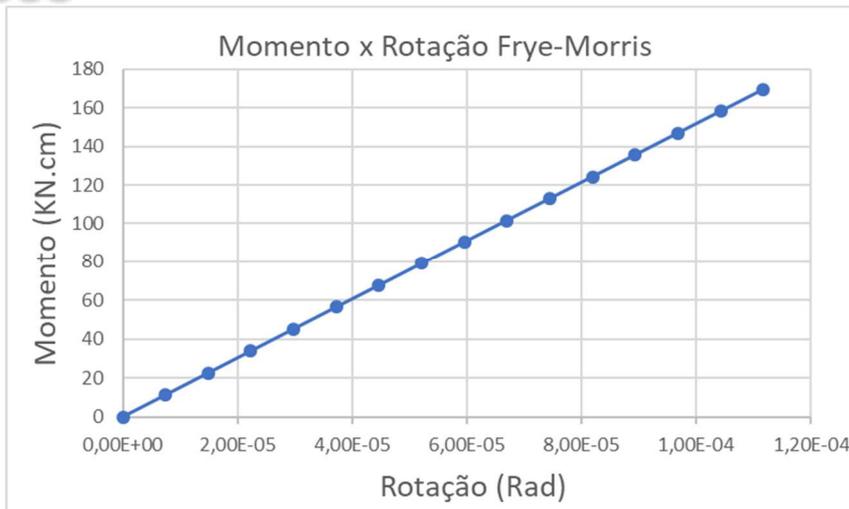


Figura 7. Gráfico da curva momento-rotação M-θ da ligação segundo a equação de Frye-Morris.

A rigidez inicial na ligação foi obtida por regressão linear nos dois primeiros pontos da curvatura e foi utilizado os valores com índice de correspondência sempre maiores que 90% para a amostra de dados.

Para se obter a estimativa da rigidez inicial pelo modelo de Ang-Morris, assim como no modelo anterior, foram utilizados os mesmos parâmetros geométricos mostrados na Figura 5. O modelo potencial não só é diferente do modelo polinomial quanto a sua fórmula, mas também na obtenção do parâmetro K, que multiplicando o momento na ligação, forma o momento modificado  $K_m$  que é utilizado em uma fórmula diferente para o mesmo tipo de ligação.

Sendo assim, para ligação com 2 Ls:

$$K = ha^{-2,2} \cdot ta^{0,08} \cdot ga^{-0,28} \quad (4)$$

$$K = 5,9055^{-2,2} \cdot 0,2500^{0,08} \cdot 2,9212^{-0,28}$$

$$K = 0,013326$$

Conforme demonstrado, o parâmetro K para o modelo potencial de Ang-Morris é obtido através da fórmula mostrada na Eq. 4, a qual foi retirada do Quadro 2 do presente trabalho. Os coeficientes  $\theta_0$ ,  $k_0$  e  $C_1$  são retirados do mesmo quadro para a configuração da ligação estudada, ou seja, 2 Ls de alma. Os valores são mostrados no Quadro 4.

Quadro 4: Coeficientes de Ang-Morris para a ligação em estudo. (Fonte: Alvarenga, 2010).

$\theta_0$	3,98E-03
Km.M <sup>0</sup>	0,63
C1	4,94

A fórmula e os coeficientes foram calibrados no estudo original de Ang-Morris para unidades que não estão de acordo com as do Sistema Internacional de Unidades, sendo

necessário utilizar os valores de entrada de dados com unidades em kip.in para manter a proporção e coerência de unidades.

Da mesma forma que no modelo polinomial, foram inseridos os valores em uma planilha eletrônica, com a diferença de que agora se trabalha com o modelo potencial de Ang-Morris, onde a fórmula e os coeficientes são diferentes do anterior. A fórmula utilizada é a segunda apresentada neste trabalho. O gráfico momento-rotação é mostrado na Figura 8.

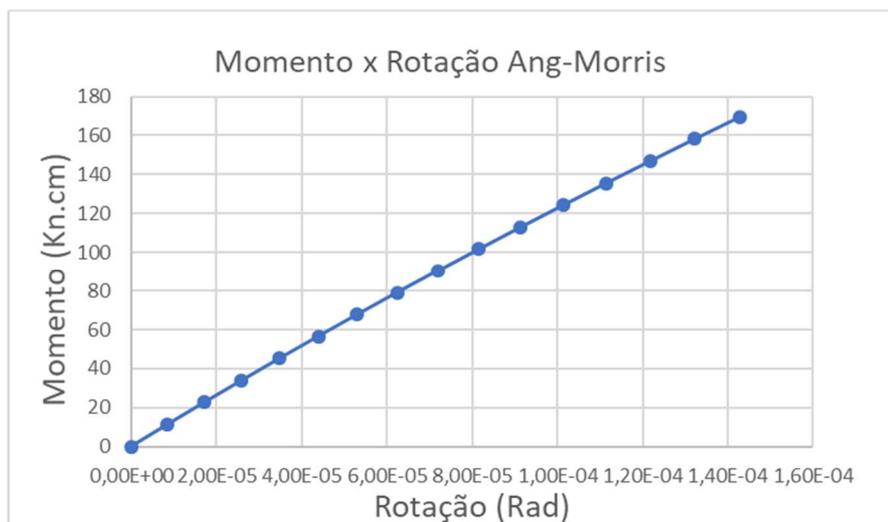


Figura 8. Gráfico da curva momento-rotação  $M-\theta$  da ligação segundo a equação de Ang-Morris.

Foram feitas as análises via método dos elementos finitos (MEF) através do software ANSYS 17.0 da empresa Ansys Inc. Foram ensaiadas as cargas no centro do vão do pórtico concernente a cada passo de momento presente nos cálculos anteriores. Cada passo de carga provoca um deslocamento respectivo no centro do vão, que evidencia por sua vez, a rotação na ligação em estudo.

O software possibilita a configuração do modelo com a alternativa de alimentar parâmetros como carga, apoios, condições de contorno, uniões friccionais e protensão de parafusos.

Uma simplificação adotada foi assumir os furos na viga e nas colunas com o mesmo diâmetro dos parafusos para efeito de haver contato físico entre o fuste dos parafusos e as bordas dos furos.

As propriedades dos materiais de cada um dos componentes são mostradas na Tabela 1.

Tabela 1. Propriedades dos materiais utilizados na simulação.

Componente	Material	Tensão de escoamento (MPa)	Tensão última (MPa)	Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)
Viga	ASTM A572 GR50	345	450	200
Colunas	ASTM A572 GR50	345	450	200
Cantoneiras	ASTM A36	250	400	200
Parafusos	ASTM A325	635	825	200

A seção da base e do topo das colunas são engastadas impedindo a translação nos eixos x, y e z. A simulação foi configurada para que estabelecida a protensão, os passos de carga ocorressem a cada 1 segundo aumentando em 226 N para cada progressão, até o carregamento total de 3390 N.

A Figura 9 mostra os detalhes da protensão aplicada de 53 KN sobre cada parafuso, conforme a protensão mínima recomendada pela NBR 8800:2008 para o diâmetro de 12,5mm, no qual foram dimensionados os parafusos.

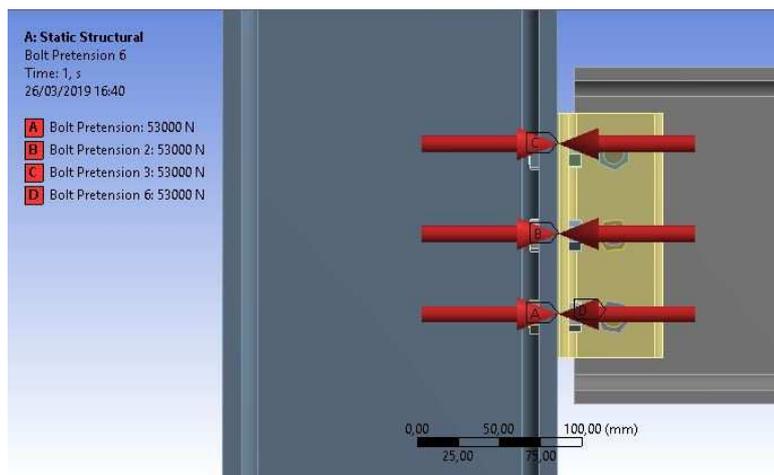


Figura 9. Detalhe da protensão dos parafusos.

A conexão entre a viga e as colunas se transmite através de cantoneiras parafusadas nas colunas e na viga por meio de parafusos 12,5mm sendo 0,2 o coeficiente de atrito adotado no contato friccional entre os elementos que compõe o pórtico. O detalhe da ligação é mostrado na Figura 10.

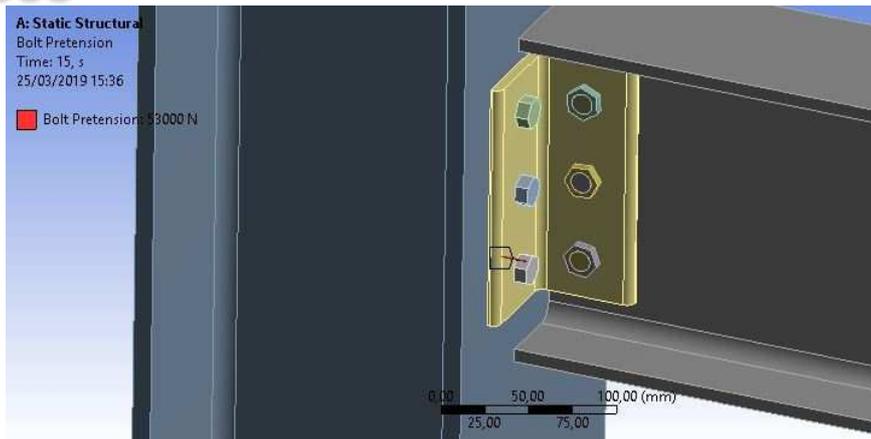


Figura 10. Detalhe da ligação com cantoneira.

As condições de ligação entre os elementos são: face do flange da coluna e face do parafuso, face do parafuso e face da cantoneira, furo da coluna e fuste do parafuso, face do flange da coluna e face da cantoneira, face da cantoneira e face do parafuso, face da cantoneira e face da alma da viga, fuste do parafuso e furo da cantoneira e fuste do parafuso e furo da viga.

Depois de gerado todos os contatos necessários, a etapa seguinte foi a geração da malha dos componentes. Para a análise do modelo estrutural foram utilizados elementos do tipo sólido. Os componentes receberam malhas do tipo Hex Dominant do tipo All Quad, ou seja, elementos do tipo hexaédricos devido a sua geometria linear, com elementos variando de 1,5 a 10 mm no tamanho. Para a análise do modelo estrutural foram utilizados elementos do tipo sólido.

Nas cantoneiras foi realizado o refinamento da malha utilizando o comando “body sizing” com elementos de 3 mm. A Figura 11 mostra o detalhe da malha utilizada nas cantoneiras e nos parafusos.

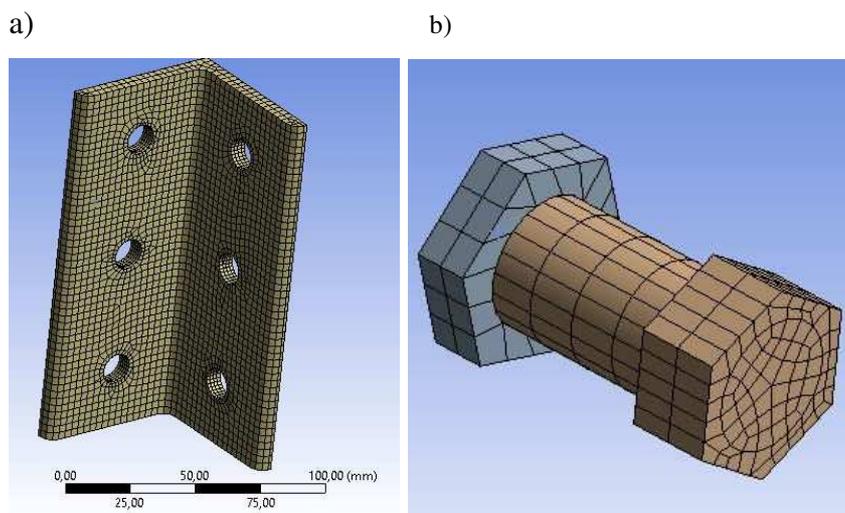


Figura 11. a) detalhe da malha na cantoneira. b) Detalhe da malha nos parafusos e porcas.

Nas colunas foram utilizados elementos subdivididos em 10mm. O detalhe da malha das colunas é mostrado na Figura 12.

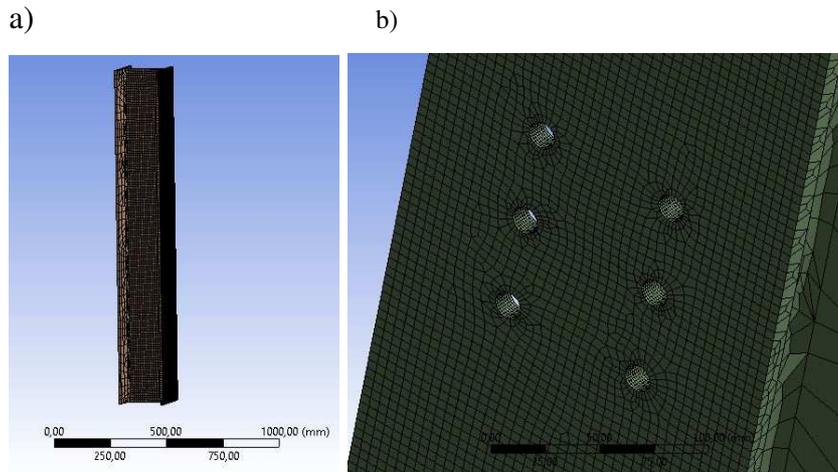


Figura 12. a) Detalhe da malha das colunas. b) Detalhe da malha envolta dos furos na coluna.

Na confecção da malha da viga foram utilizados elementos de 6mm. Os detalhes são mostrados na Figura 13.

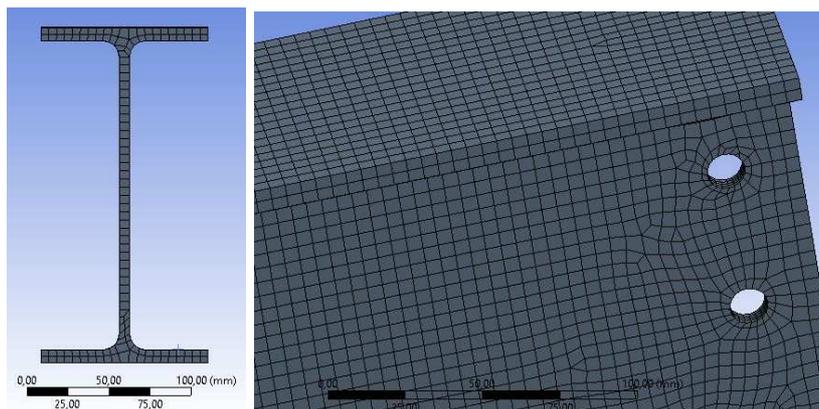


Figura 13. Detalhes da malha da viga.

As malhas foram geradas com a quantidade de elementos e nós mostradas de acordo com a Tabela 2.

Tabela 2. Quantidade de elementos finitos e nós na malha por componente estrutural.

Peça	Qtd.	Quantidade uni. de elementos	Quantidade uni. de nós
Colunas	2	13.272	19.022
Parafusos	24	721	3.652
Porcas	24	284	1769
Viga central	1	46.898	58.147
Cantoneiras	4	7.009	7.589
<b>TOTAL</b>		<b>119.568</b>	<b>224.125</b>

O gráfico de evolução da carga é mostrado na Figura 14.

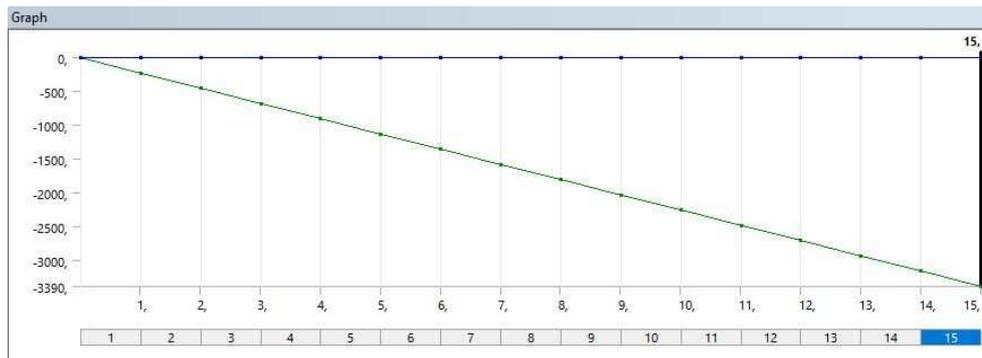


Figura 14. Gráfico de cargas aplicadas no centro do vão.

A carga máxima aplicada no experimento foi de 3390 N numa porção de 100mm no centro da viga que foi utilizada como se fosse uma placa de distribuição.

No experimento numérico, a variável de entrada de dados foi o valor das cargas e o resultado de interesse recolhido foi o deslocamento na mesa inferior da viga no centro do vão. Com os resultados de deslocamento no centro do vão, usou-se o software Ftool versão 3.0 para determinar os valores de rigidez e rotação nas extremidades da viga.

Inseridos o modelo dos apoios, os valores das cargas, características do material e do perfil da viga, analisava-se o deslocamento. Caso o deslocamento fosse maior que o apresentado no ensaio numérico, aumentava-se a rigidez nos apoios, caso o mesmo fosse menor, diminuía-se a rigidez. Assim, iterativamente, se conseguiu o valor da rigidez e da rotação nos apoios. A Figura 15 mostra a configuração do modelo feito no software Ftool.

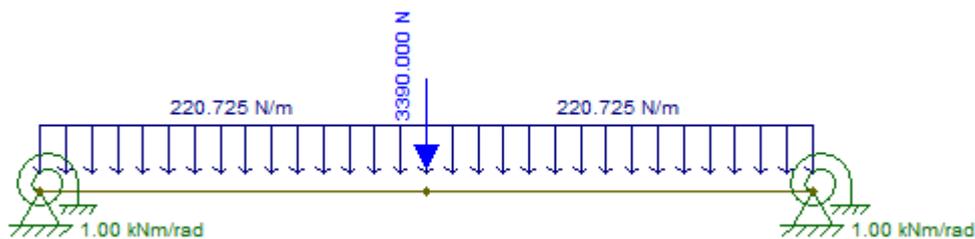


Figura 15. Modelamento feito no software Ftool.

Na Tabela 3 são mostrados os valores de cargas inseridos de maneira a obter os respectivos deslocamentos em relação ao plano horizontal.

Tabela 3. Deslocamentos no centro do vão para os respectivos valores de carga.

Tempo (s)	Carregamento(N)	Deslocamento total (mm)	Tempo (s)	Carregamento(N)	Deslocamento total (mm)
1	226	1,73E-02	9	2.034	6,91E-02
2	452	1,75E-02	10	2.260	7,68E-02
3	678	2,32E-02	11	2.486	8,44E-02
4	904	3,08E-02	12	2.712	9,21E-02
5	1.130	3,85E-02	13	2.938	9,97E-02
6	1.356	4,61E-02	14	3.164	0,10739
7	1.582	5,38E-02	15	3.390	0,11506
8	1.808	6,14E-02			

## Resultados e discussões

Com os valores de deslocamentos para o centro do vão pelo método dos elementos finitos foram obtidas as rotações na ligação. O deslocamento máximo obtido foi de 0,115 mm no centro do vão conforme ilustra a Figura 16.

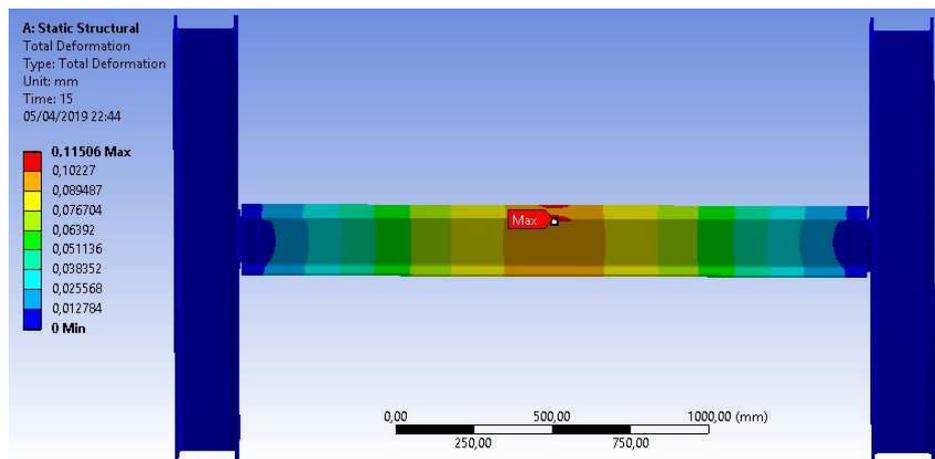


Figura 16. Deformação máxima no conjunto viga-colunas.

O ensaio da ligação foi mantido em regime elástico para as referidas cargas, atingindo o máximo de tensão na furação da cantoneira. A tensão máxima obtida no ensaio entre todos os componentes foi de 255,95 MPa na região do parafuso da cantoneira com aproximadamente 73% da tensão de escoamento conforme ilustra a Figura 17.

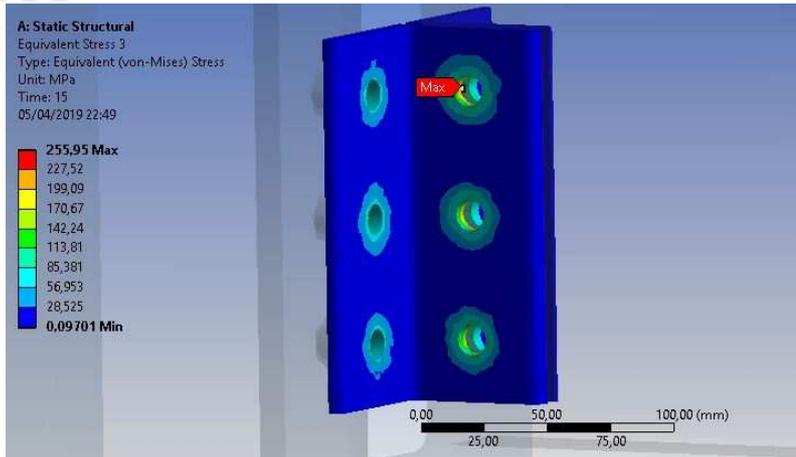


Figura 17. Tensões máximas nos componentes da ligação.

Tendo em vista que a tensão de escoamento do aço ASTM A572 GR50 é 345 MPa, os resultados mostrados indicam que com a carga de 3390 N, o conjunto encontra-se no regime elástico.

Na figura 18, são exibidos os valores e o gráfico da curva de momento-rotação ( $M-\theta$ ) na ligação obtida pelo método dos elementos finitos.

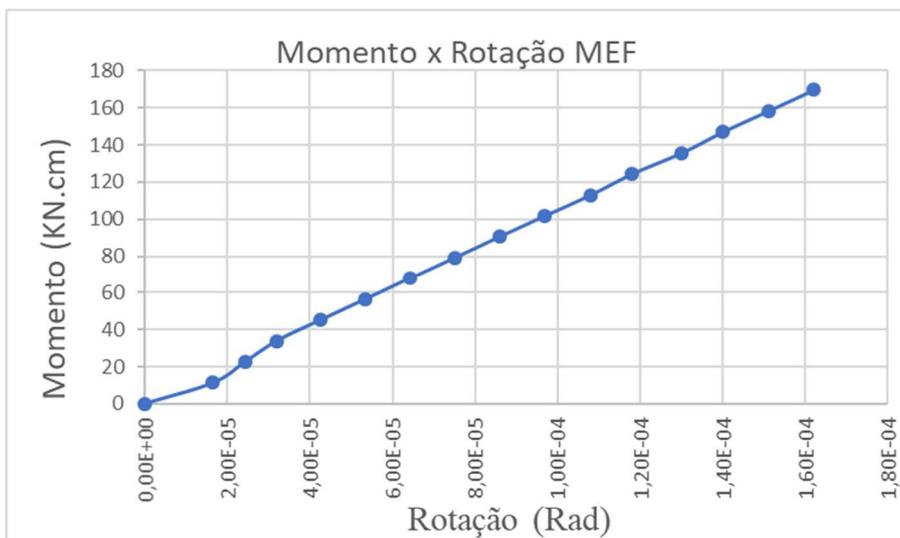


Figura 18. Curva momento-rotação para a ligação obtida via MEF.

Na Figura 19 é exibido o comparativo entre as curvas de momento-rotação ( $M-\theta$ ) do modelo analítico de Frye-Morris, do modelo potencial de Ang-Morris e o feito através do MEF.

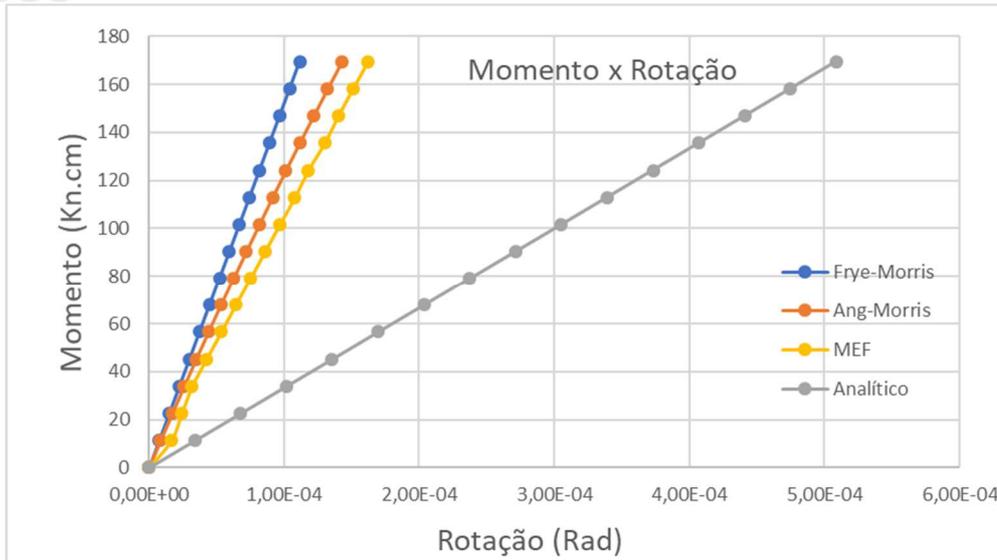


Figura 19. Comparativo das curvas momento-rotação.

O método proposto por Frye-Morris foi o que apresentou maior rigidez rotacional, sendo que os resultados sugerem que a rigidez rotacional da ligação em estudo por meio do MEF é menor do que os dos modelos analíticos de Frye-Morris e Ang-Morris.

No presente estudo também foi calculado a rotação para a viga simplesmente apoiada nas extremidades através das fórmulas analíticas da resistência dos materiais. Essa consistiu na menor inclinação da curva momento-rotação ( $M-\theta$ ), e que apresentou a maior liberdade nas suas extremidades pois considera-se como rotulada, confirmando a suposição prática de que esta configuração seria a mais livre à rotação, pois elas se encontram livres.

A viga modelada no Ansys apresentou a segunda maior rotação com base nos deslocamentos obtidos, haja vista que os deslocamentos para os respectivos valores de cargas aplicadas foram elevados, mesmo com a restrição por meio da protensão dos parafusos. Neste modelo a rotação relativa entre viga e coluna aumentou quase que linearmente conforme os passos de carga gerados.

O modelo potencial de Ang-Morris apresentou rotação intermediária entre o modelamento feito no Ansys e o modelo polinomial de Frye-Morris. Os métodos analíticos em geral apresentaram maior rigidez à rotação que o feito por meio do MEF, corroborando os resultados obtidos no estudo de Medeiros, Kaminski e Alva (2012), em que é apontado que as ligações que foram ensaiadas numericamente são mais flexíveis que nos modelos analíticos dos mesmos.

## Conclusão

O método dos elementos finitos consiste em uma útil ferramenta para determinação da rigidez à rotação das ligações, pois com ela podemos ensaiar virtualmente as cargas, condições de contorno das peças na montagem, propriedades físicas dos materiais envolvidos, interação entre as peças, atrito entre outros. É um instrumento proveitoso para análise estrutural de peças e conjuntos de elementos que compõe um arranjo como o ensaiado neste trabalho.

O modelo potencial de Ang-Morris mostra-se aproximadamente com 85% do valor da rigidez inicial apresentada no modelo polinomial proposto por Frye-Morris para o tipo de ligação em estudo.

O ensaio pelo método dos elementos finitos apresenta valores aproximados com tendência de serem de menor rigidez que os métodos analíticos estudados, a curva formada pela plotagem das variáveis em um gráfico momento-rotação ( $M-\theta$ ) tende a ser menos inclinada para este método.

Por meio das análises realizadas, conclui-se que os valores de rigidezes entre os métodos analíticos divergiram entre si para uma mesma ligação e o método dos elementos finitos mostrou-se com a menor rigidez em comparação com os valores apresentados pelos modelos de Ang-Morris e Frye-Morris. E como era previsto, o MEF ainda apresentou valores de rotação notadamente menores que para a junta totalmente rotulada, ratificando que a LCPP considerada como totalmente flexível em projetos, possui certo grau de rigidez.

Contudo, somente através de uma análise experimental pode-se validar o ensaio numérico e determinar o modelo que se apresenta mais fidedigno ao valor real.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

Alvarenga, Arthur Ribeiro de. “As Ligações Semirrígidas na Análise Avançada com Zona Plástica de Portais Planos de Aço”. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

Briquet, C., Guisse, S., Jaspert, J.P., Lognard, B. & Maquoi, R. (1994), “Research activities under COST C1 at the department MSM of the University of Liège”, Proc. of 2nd COST C1 Workshop on Semi-rigid behavior of civil engineering structural connections. Praga, República Tcheca.

Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-8: Design of joints [Authority: The European Union Per Regulation 305/2011, Directive 98/34/EC, Directive 2004/18/EC.

Faella, C., Piluso, V. & Rizzano, G. (2000), Structural steel semi-rigid connections – Theory, design and software, CRC Press, Boca Raton/Flórida.

Frye, M.J. & Morris, G.A. (1975), “Analysis of flexibly connected steel frames”, Canadian J. Civil Eng., Vol. 2, No. 3, pp. 280-291.

Maggi, Y.I., Gonçalves, R.M., Leon, R.T. & Ribeiro, L.F.L. (2005), “Parametric analysis of steel bolted end plate connections using finite element modeling”, Journal of Constr. Steel Research, Vol. 61, pp. 689-708.

Medeiros JS, Kaminski Jr J, Alva GMS. Determinação da rigidez rotacional de ligações com dupla cantoneira em estruturas de aço. 2012. Proceeding of '12 Construmetal, São Paulo.

Morris, G.A., Huang, J. & Scerbo, M. (1995), “Accounting for connection behavior in steel frame design”, Canadian J. Civil Eng., Vol. 22. pp. 955-969.

Pfeil, W. Pfeil, M., Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático, 8ª edição. LTC, Rio de Janeiro, 2015.

Perfis Gerdau Açominas, Informações Técnicas, [www.gerdauacominas.com.br](http://www.gerdauacominas.com.br).

Perfis Usiminas Mecânica, Catálogo de Perfis, [www.usiminasmecanica.com.br](http://www.usiminasmecanica.com.br)

Pessolani, Raul B. V. Notas de aula, 2010.

Silva, Felipe Leite, “Avaliação do comportamento estrutural de ligações viga-coluna parafusadas com cantoneiras duplas na alma”. Dissertação de mestrado. Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2016.

Souza, Alex Sander Clemente de. Dimensionamento de elementos e ligações em estruturas de aço. EdUFSCar. São Carlos, 2017.

Sommer, W.H. (1969), “Behaviour of welded header plate connections”, MSc Tese, Univ. Toronto/ Canadá