

**UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE – UNESC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

SILVANA CITADIN MADEIRA

**“PRÁTICA”: UMA LEITURA HISTÓRICO-CRÍTICA E
PROPOSIÇÕES DAVYDOVIANAS PARA O CONCEITO DE
MULTIPLICAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Estado de Santa Catarina, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Ademir Damazio

**CRICIÚMA
2012**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

M181p Madeira, Silvana Citadin.

“Prática”: uma leitura histórico-crítica e proposições da davydovianas para o conceito de multiplicação. / Silvana Citadin Madeira ; orientador: Ademir Damazio. – Criciúma : Ed. do Autor, 2012.

165 f. : il. ; 21 cm.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Programa de Pós-Graduação em Educação, Criciúma, 2012.

1. Professores - Formação. 2. Multiplicação – Estudo e ensino. 3. Ensino de matemática. I. Título.

CDD. 21^a ed. 372.7

SILVANA CITADIN MADEIRA

**“PRÁTICA”: UMA LEITURA HISTÓRICO-CRÍTICA E
PROPOSIÇÕES DA VYDOVIANAS PARA O CONCEITO DE
MULTIPLICAÇÃO**

Esta dissertação foi julgada e aprovada para obtenção do Grau de Mestre em Educação na área de Matemática no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Extremo Sul Catarinense.

Criciúma, 29 de junho de 2012.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Ademir Damazio – Doutor em Educação - (UNESC)
Orientador

Prof^ª. Dr^ª Josélia Euzébio Pereira – Doutora em Educação - (UNISUL)

Prof^ª Dr^ª Ledina Lentz Pereira – Doutora - (UNESC)

Silvana Citadin Madeira – Mestranda

Ao meu noivo CLODOALDO, que sempre esteve presente em minha caminhada de estudos, com incentivos e compreensão pelas minhas ausências diárias.

Ao meu orientador, prof. ADEMIR. Sem ele não teria chegado até aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que de uma forma ou de outra se envolveram nesta minha trajetória de pesquisa:

Especialmente ao meu orientador, prof. Dr. ADEMIR DAMAZIO, que com toda a sua sabedoria, competência, paciência e dedicação contribuiu para que chegasse à conclusão desta dissertação. Muito obrigada.

As participantes da banca de qualificação, Dra. JOSÉLIA EUZÉBIO DA ROSA e Dra. LEDINA LENTZ PEREIRA, pelas contribuições sugeridas.

A todos os integrantes do grupo GPEMAHC - Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural, em especial a JOSÉLIA, LUCAS SID e TAIS, que tiveram colaboração importante neste trabalho.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação.

Ao meu noivo CLODOALDO, que sempre compreendeu e incentivou em todas as situações ocorridas.

Aos meus pais, PAULO e JULIA, que também me apoiaram nos estudos.

Aos meus irmãos SIDNEI ANDRÉ e KARINA, pela preocupação em estar colaborando de uma forma ou de outra.

A todos os meus colegas de trabalho que compartilharam comigo os momentos de estudos. Em especial as prof^{as} LUIZA e SIMONE.

Agradeço a minha amiga e diretora da Escola de Educação Básica, CARMEM, pelo apoio, incentivo com suas palavras de amizade, e por me dispensar das atividades escolares sempre que precisava.

Ao meu amigo ANDERSON, que na minha ausência na escola ficava em meu lugar e exercia o papel com excelência e dedicação em meu nome.

Ao Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior - FUMDES, pelo apoio financeiro concedido.

A todos

MUITO OBRIGADA

“Agradeço a todas as dificuldades que enfrentei; não fosse por elas, eu não teria saído do lugar. As facilidades nos impedem de caminhar. Mesmo as críticas nos auxiliam muito”.

CHICO XAVIER

Hoje, neste tempo que é seu, o futuro está sendo plantado. As escolhas que você procura, os amigos que você cultiva, as leituras que você faz, os valores que você abraça, os amores que você ama, serão determinantes para a colheita futura.

(Pe. Fábio de Mello)

RESUMO

O presente estudo é decorrente de preocupações sobre a compreensão de argumentos dicotômicos sobre prática e teoria, no contexto de formação continuada e inicial de professores. Tem como ponto de partida a reflexão sobre a veemência dos discursos defensores da necessidade de que o ensino escolar de todos os conceitos matemáticos deve priorizar: a prática, a aplicação e o cotidiano. Esse princípio pedagógico, no entanto, é entendido de outro modo pela Pedagogia Histórico-Crítica e Teoria Histórico-Cultural, bases da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina, bem como outras proposições das Redes Municipais de Ensino. Assim, o problema de pesquisa foi definido como: Qual a interpretação de “prática” no contexto teórico da Pedagogia Histórico-Crítica e também da Teoria Histórico-Cultural com sua objetivação nas proposições de Davydov para a introdução do ensino do conceito de multiplicação? Como objetivo: analisar questões relativas à alusão da prática, veiculados no contexto de formação de professores de Matemática. Para tanto, a pesquisa caracteriza-se na modalidade bibliográfica e adota como base teórica os autores da Pedagogia Histórico-Crítica e Teoria Histórico-Cultural. Além disso, toma como referencial de objetivação no contexto escolar as proposições davydovianas para o ensino do conceito de multiplicação. O estudo traz argumentos de que não é possível uma coexistência dicotômica de prática e teoria. Nas proposições davydovianas para o ensino do conceito de multiplicação, o prático e o teórico se traduzem no próprio teor conceitual contemplado no conjunto de tarefas particulares. Estas permitem que os estudantes as adotem como elemento de análise e leitura para a apropriação das significações do conceito.

Palavras-chave: Prática; Pedagogia Histórico-Crítica; Teoria Histórico-Cultural; Davydov; Multiplicação.

ABSTRACT

The present study is due to concerns about the understanding of dichotomous arguments about practice and theory in the context of continuing education and initial teacher education. Its starting point to reflect on the vehemence of speech advocates of the need for school education of all mathematical concepts should prioritize: the practical, everyday application. This pedagogical principle, however, is understood differently by the Historical Critical Pedagogy and Cultural History and Theory, foundations of Proposed Structure for the State of Santa Catarina, as well as other proposals of the Municipal Education Networks. Thus, the research problem was defined as: What is the interpretation of "practice" in the theoretical context of the Historical-Critical Pedagogy and also the Historical-Cultural Theory with its objectification in the proposition Davydov for the introduction of teaching the concept of multiplication? Aim: to analyze issues relating to the reference practice, served in the context of training of mathematics teachers. To this end, the research method is characterized in the literature and adopted as a theoretical basis the authors of Critical Pedagogy and Theory History and Cultural History. Furthermore, it takes as a reference in the context of objectification propositions davydovianas school for teaching the concept of multiplication. The study provides arguments that can not be a dichotomous coexistence of practice and theory. In davydovianas propositions for teaching the concept of multiplication, the practical and theoretical translate into actual content covered in the conceptual set of particular tasks. These allow students to adopt as an analysis and reading for the appropriation of the meanings of the concept.

Keywords: Practice, Pedagogy Critical History, Cultural History and Theory; Davydov; Multiplication.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Kit de Cartões.....	98
Figura 2: Cartão C	99
Figura 3: Medição de superfície	100
Figura 4: Cartão de medida E	100
Figura 5: Cartão de medida A.....	100
Figura 6: Cartão de medida P. Registro do processo de medição.....	101
Figura 7: Resultado das Medições	102
Figura 8: Cartão de medida P	102
Figura 9: Relação entre as figuras P e A.....	103
Figura 10: Esquema	103
Figura 11: Recipientes disponíveis	105
Figura 12: Novos recipientes	106
Figura 13: Esquema	107
Figura 14: Medida K.....	107
Figura 15: Construção da medida intermediária.....	108
Figura 16: Esquema	109
Figura 17: Método Antigo	110
Figura 18: Método Novo	110
Figura 19: Resultado da medição.....	111
Figura 20: Medição de volume	112
Figura 21: Representação no esquema.....	112
Figura 22: Grandezas contínuas e discretas	113
Figura 23: Desenho de cruces	114
Figura 24: Unidades básica e intermediária.....	115
Figura 25: Comparação entre os volumes de Mischa e Sasha.....	116
Figura 26: Volumes de água de Misha e Sasha	116
Figura 27: Processo realizado por Mischa.....	117
Figura 28: Processo realizado por Sasha	118
Figura 29: Reta numérica.....	118
Figura 30: Representação no esquema.....	119
Figura 31: Adoção de medida intermediária.....	120
Figura 32: Reta numérica e esquema	120
Figura 33: Esquema e medida da área da superfície.....	121

Figura 34: Grandeza discreta. Esquema.....	122
Figura 35: Esquema	123
Figura 36: Esquema e reta numérica	123
Figura 37: Reconstrução do esquema e do objeto.....	125
Figura 38: Representação da tarefa	126
Figura 39: Tarefa concluída	126
Figura 40: Comparação entre dois produtos	127
Figura 41: Representação na reta numérica	128
Figura 42: Esquemas.....	129
Figura 43: Retas numéricas.....	129
Figura 44: Sentenças matemáticas	130
Figura 45: Tabuada de 2.....	131
Figura 46: Tarefa da tabuada de dois concluída	131
Figura 47: Relação, igualdade e desigualdade entre sentenças	132
Figura 48: Nomes dos componentes da multiplicação.....	133
Figura 49: Situações com a tabuada de 2	133
Figura 50: Diferença entre multiplicação e adição.....	134
Figura 51: Comparação entre duas grandezas multiplicativas	135
Figura 52: Comparação entre adição e multiplicação	136
Figura 53: Identificação dos casos considerados difíceis.....	136
Figura 54: Articulação entre uma grandeza a ser medida e esquemas	137
Figura 55: Tabuada de 3.....	138
Figura 56: Uso da reta numérica.....	138
Figura 57: Resolução de tarefa com duas operações.....	139
Figura 58: Sentenças multiplicativas com 3 como um dos fatores	140
Figura 59: Sentenças multiplicativas e aditivas	140
Figura 60: Figuras representativas da grandeza e a indicação dos seus esquemas.	141
Figura 61: Várias sentenças multiplicativas.....	141
Figura 62: Esquemas.....	142
Figura 63: Sentenças multiplicativas com o predomínio de 2 e 3.....	143
Figura 64: Sentenças multiplicativas	143
Figura 65: Esquemas representativos da propriedade do elemento neutro	144
Figura 66: Sentenças multiplicativas	144

Figura 67: Teor aritmético, geométrico e algébrico da multiplicação . 149

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	22
2 A PROBLEMÁTICA DA PESQUISA: TRAJETÓRIA DE CONSTRUÇÃO, MÉTODO E PROCEDIMENTOS	24
2.1 TRAJETÓRIA DE CONSTRUÇÃO	24
2.2 MÉTODO E PROCEDIMENTOS.....	32
3 UMA LEITURA HISTÓRICO-CRÍTICA DOS CONCEITOS DE PRÁTICA, COTIDIANO E NÃO COTIDIANO	36
3.1 A EDUCAÇÃO ESCOLAR NUMA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CRÍTICA.....	36
3.2 O CONCEITO DE COTIDIANO E NÃO COTIDIANO À LUZ DA PEDAGOGIA HISTÓRICO-CRÍTICA.....	44
3.3 RESTRIÇÕES À SUPERVALORIZAÇÃO DO COTIDIANO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	48
4 AS BASES DA PROPOSTA DE DAVYDOV	55
4.1 A PERCEÇÃO DE DAVYDOV A RESPEITO DA ESCOLA TRADICIONAL E SUA CONTRAPOSIÇÃO PARA UM NOVO ENSINO.....	56
4.2 O FUNDAMENTO MATERIALISTA DIALÉTICO DA PROPOSTA DE DAVYDOV	63
4.2.1 Davidov e a teoria da atividade	82
4.3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROPOSTA DE DAVIDOV PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	89
5 A OBJETIVAÇÃO DA PROPOSTA DE DAVYDOV PARA O ENSINO DO CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO	96
5.1 CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO COM A MEDIÇÃO DE GRANDEZAS POR MEIO DE MEDIDAS INTERMEDIÁRIAS	97
5.1.1 Multiplicação com medidas de volume	105
5.2 MEDIÇÃO DAS GRANDEZAS - ESTUDO DO ESQUEMA....	111
5.3 MEDIÇÃO DA QUANTIDADE COM A MEDIDA INTERMEDIÁRIA.....	113
5.4 MULTIPLICAÇÃO DE NUMERAIS	115
5.5 COMO DETERMINAR A QUANTIDADE DE MEDIDAS BÁSICAS	121
5.6 CONSTRUINDO O ESQUEMA E O OBJETO A PARTIR DA SENTENÇA DADA	124
5.7 A TABUADA DE 2	128
5.8 OS NOMES DOS COMPONENTES DA MULTIPLICAÇÃO, COMPARAÇÃO DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E DE MULTIPLICAÇÃO.....	132

5.9 A TABUADA DE 3	137
5.10 MULTIPLICAÇÃO COM FATOR 1	143
6 CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROPOSIÇÃO DAVYDOVIANA REFERENTE AO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO.....	147
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	156
REFERÊNCIAS.....	162

1 INTRODUÇÃO

As situações vivenciadas nos meios escolares referentes à insistência à necessidade de – no processo pedagógico – contemplar a “prática”, o “concreto” e o “cotidiano dos alunos” geraram a pesquisa, traduzida na presente dissertação. Questionamentos surgiram de forma que nos colocaram em movimento dialético de pensamento caracterizado por dúvidas, convicções, estagnações e superações, no que diz respeito à referida necessidade.

Com isso, não queremos dizer que a dissertação tem um sentido egocêntrico e individualista, por atender exclusivamente anseios de nossa parte. Pelo contrário, essa problemática surge no contexto de formação (graduação e continuada), o que possivelmente abrange aqueles professores que conviveram nos mesmos ambientes formativos e de exercício profissional. Dadas as condições sociais objetivas, muitos deles não têm a oportunidade de acessar à Pós-Graduação (*stricto sensu*), como nós, que nos coloca realmente em situação de investigação e, muitas vezes, produz o desmoronamento de nossas convicções e conhecimentos até então adquiridos.

“Partir da prática” e “contemplar a realidade do aluno” são expressões que brotam espontaneamente nos meios escolares, o que se tornam argumentos para não caracterizar o nosso estudo algo estritamente pessoal. Assim, elas deixam de ser algo de cunho exclusivamente linguístico para se constituir em objeto de estudo no contexto da Educação Matemática. E, como tal, pode ser investigado por bases teóricas distintas e antagônicas. Sendo assim, procuramos dialogar com a Teoria Histórico-Cultural e Pedagogia Histórico-Crítica, como esclarecedora de outro entendimento em relação àqueles veiculados nos meios escolares de formação e exercício profissional. Porém, com a preocupação de explicitar em contexto de ensino, o que foi contemplado com as proposições para a introdução do conceito de multiplicação, elaboradas pelo psicólogo e educador russo Davydov e seus colaboradores.

Para tanto, a dissertação está organizada em cinco capítulos. No primeiro deles expressamos nossa reflexão sobre o processo de produção do objeto, problema e objetivos da pesquisa. Tomamos por base o nosso processo de formação profissional, professora de matemática, caracterizado por certezas/dúvidas e continuidade/superação. Apresentamos também o teor do movimento adotado na elaboração da dissertação.

No segundo capítulo abordamos a temática no contexto teórico da

Pedagogia Histórico-Crítica e da Teoria Histórico-Cultural, com foco para os conceitos de prática, cotidiano e não cotidiano. Além disso, explicitamos o entendimento de Educação Escolar, de Cotidiano e Não Cotidiano e as restrições à supervalorização do Cotidiano em Educação Matemática.

No terceiro capítulo apresentamos as bases da proposta de Davydov, com ênfase na sua percepção a respeito da escola tradicional e sua contraposição para um novo ensino. Traz também as bases do materialismo histórico e dialético como fundamento da sua proposta para o ensino de Matemática.

Para o quarto capítulo, desprendemos os esforços para apresentar, com teor reflexivo, a objetivação do conceito de multiplicação de acordo com a proposta de Davydov, tendo como referência o livro de orientações do professor e o livro didático dos alunos.

Finalmente, no último capítulo trazemos algumas considerações sobre a pesquisa, basicamente uma síntese do estudo.

Esclarecemos que a forma de escrever Davydov, no decorrer do texto, significa que estamos nos referindo à sua própria pessoa, sem ligação com algumas de suas publicações. As demais grafias reproduzem a forma que aparecem na bibliografia referenciada.

Também esclarecemos que as traduções das citações extraídas de textos de língua espanhola foram por nós realizadas. Por isso, assumimos a responsabilidade para o caso de cometermos algum equívoco.

2 A PROBLEMÁTICA DA PESQUISA: TRAJETÓRIA DE CONSTRUÇÃO, MÉTODO E PROCEDIMENTOS

No presente capítulo, inicialmente, expressamos nossa reflexão sobre o processo de produção do objeto, problema e objetivos da pesquisa. Tomamos por base o nosso processo de formação profissional, professora de Matemática, caracterizado por certezas/dúvidas e continuidade/superação. Posteriormente, segunda seção, apresentamos o teor do movimento adotado na elaboração da dissertação.

2.1 TRAJETÓRIA DE CONSTRUÇÃO

Em nossa trajetória de formação profissional, deparamos com orientações incisivas e, muitas vezes, corremos o risco de admiti-las como únicas e determinantes indispensáveis para a atividade de trabalho, no nosso caso, docente. Ou seja, torna-se uma espécie de norma ou regra condutora e a possibilidade de infringi-las significa a perda da identidade própria de um ofício humano. Desde o curso de Licenciatura em Matemática - especialmente nas disciplinas pedagógicas - e, posteriormente, em cursos de formação continuada, promovidos pela Secretaria Estadual da Educação, os chavões pedagógicos que se traduz em características e compromisso de um professor de Matemática atual são: “o professor tem que partir da realidade do aluno”, ou “o professor deve usar material concreto” e, ainda, “o professor tem que mostrar a utilidade e onde é aplicado na vida cotidiana dos alunos o conteúdo que os ensina”.

Mas, ao adentrarmos no ambiente escolar para exercermos a docência em Matemática, as referidas expressões norteadoras foram secundarizadas, por duas razões. Uma delas pelas condições objetivas proporcionadas pela própria estrutura organizativa da escola, que nos empurraram para uma ação pedagógica idêntica àquela que marcou a nossa trajetória de estudante desde o ensino fundamental. A outra se origina da vivência no curso de Licenciatura, marcada pelo desencontro entre o apreço pelas disciplinas pedagógicas e o presenciado nas aulas das disciplinas de conhecimentos matemáticos, que adotavam o modelo padrão: definição, exemplo, exercício. Nossa formação incidia justamente no ensino dos referidos conhecimentos na Educação Básica e nos era apresentado esse exemplo de operacionalização de “aula de matemática” em dissonância com os pressupostos teóricos apresentados nas disciplinas pedagógicas.

Diante do contexto que se apresentou no interior das instituições

de ensino que sediaram nossa formação inicial e continuada, criamos justificativas para deixarmos à margem aquelas orientações “modernas” de ensinar e aprender Matemática, tais como: “as disciplinas pedagógicas são teóricas e teoria não funciona na prática”, ou “fui ensinado e aprendi assim, então vou trilhar o mesmo caminho didático-metodológico, pois este caminho que me fez chegar aonde cheguei”.

Nesse sentido, parafraseando Saviani (1996), constituímos o grupo daqueles professores que se formam em cursos com indicações de tendências pedagógicas opositoras ao que se denominou de ensino tradicional, mas não conseguem implementá-las no seu cotidiano docente devido às múltiplas determinações que se impõem na escola e, inclusive, buscamos argumentos para nos convencer de que tal impossibilidade era opcional.

Contudo, as “orientações teóricas” constantemente se reavivam, principalmente, nos momentos de dificuldades dos alunos e suas demonstrações de aprendizagens que não satisfaziam nossas expectativas. Além disso, nos últimos anos, os desafios de ensinar Matemática se complexificam no cotidiano escolar, uma vez que somos inquiridos, tanto pelos órgãos administrativos quanto pelos alunos, para que explicitemos um sentido prático para cada conceito matemático. Nessa conclamação está muito mais a preocupação com a dinâmica da aula do que uma vontade de aprender Matemática. São nesses momentos que as “orientações teóricas” ressurgem como uma saída para os dilemas que presenciamos frente às rejeições de boa parte dos estudantes em relação à Matemática.

O incentivo se acendeu ainda mais, recentemente, ao participarmos do curso de formação continuada de professores de Matemática, denominado de Gestar II (Programa de Gestão de Aprendizagem Escolar), promovido pela Secretaria Estadual da Educação, em que podemos elaborar uma síntese de seu pressuposto, qual seja: crítica ao ensino teórico e necessidade da prática. Novamente, ficou evidente a orientação sobre o uso do material “concreto”, a indicação da aplicação prática dos conhecimentos matemáticos no cotidiano extraescolar e a formação de indivíduos pensantes.

Foi com essa compreensão, de certo modo entusiasmada, que chegamos à Pós-Graduação, curso de mestrado em Educação. Porém, as reflexões realizadas durante as disciplinas do mestrado, nas reuniões de orientação e durante as leituras nos proporcionaram conhecimentos subsidiadores para que tal entendimento passasse a ser questionado, e, conseqüentemente, as certezas deram lugar a incertezas causadas pelas condições efetivas de trabalho docente e pelo processo de reflexão com

base nos pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural. Tal referencial teórico, conforme Damazio (2010) pressupõe a igualdade social como ponto de partida e de chegada da atividade pedagógica e, conseqüentemente, da formação humana. Para tanto, faz-se necessário superar as dicotomias entre: teoria-prática, concreto-abstrato, conceito cotidiano-conceito científico.

Passamos a questionar se o uso de material concreto, e a explicitação da aplicação dos conteúdos escolares, em situação do cotidiano, seria a saída primordial para resolver os problemas da não aprendizagem dos alunos em Matemática. A convivência nesse espaço social (Programa de Pós-Graduação em Educação) inserido na mesma sociedade de outros ambientes educativos, porém diferenciado, pelo predomínio de pensamentos e conteúdos científicos, propiciou-nos a elaboração de novas interrogações: qual a concepção de concreto, de conceito e de prática que nos eram propostas nos cursos de formação profissional?

Os elementos interpretativos de base teórica contribuíram para produzirmos pressupostos dentre os quais destacamos: se o objetivo de ensinar Matemática é contribuir para a formação de indivíduos pensantes, não é possível atribuir esse feito somente com a adoção de material “concreto” e à aplicação dos conteúdos em situações práticas relacionadas ao cotidiano dos alunos.

Passamos, pois, a outro nível de entendimento, qual seja: tanto a ação pedagógica de apropriação do conhecimento matemático quanto à própria Matemática são produções culturais, portanto humanas, que atendem a necessidades sociais e internas ao desenvolvimento de cada indivíduo. Portanto, não é uma simples questão de procedimentos didáticos que contemplem a aplicabilidade prática do conhecimento, como advogam os professores da formação continuada da qual temos participado.

Embora nossa compreensão atual divirja do entendimento de quem discursa que a solução dos problemas relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática incida na aplicação desta em situações particulares do cotidiano dos alunos por meio da manipulação de materiais concretos, mesmo assim, não podemos negar que há algo em comum: o descontentamento com a realidade atual do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Assim, independente da concepção, há uma reivindicação/proposição para uma nova postura em relação ao ensino da Matemática. E, como algo novo, requer a formação de conceitos e a produção de novos conhecimentos, faz-se necessário, como diz

Davydov (1982), repensar tanto o conteúdo quanto os métodos de ensino. Esse autor com o qual nos identificamos também não descarta a aplicação dos conceitos, como explicitaremos no transcorrer da dissertação.

Porém, vale antecipar que, para Davýdov (1982), a aplicação dos conhecimentos matemáticos tem sua importância tanto como ponto de partida como de chegada e se faz presente num sistema de tarefas que traduzem a essência do conceito, a ideia geral, a ser apropriada pelos alunos. Essas tarefas desencadeiam um movimento de apropriação conceitual que, inicialmente, foca o estudo das grandezas, como aplicações gerais para, posteriormente, serem adotadas em aplicações particulares, universais, novamente particulares e singulares. Trata-se, pois, de aplicações em nível teórico, em vez de se limitarem a situações com características empíricas.

Assim sendo, é possível dizer que a necessidade e a aspiração comuns de diferentes compreensões teóricas de mudanças de ensino não convergem para a mesma finalidade. Pode ocorrer que algumas proposições pedagógicas postulem competências matemáticas para o aluno se adaptar às atuais estruturas sociais, outras advoguem em prol de uma educação como um dos instrumentos de superação de tais estruturas sociais.

Por isso, na presente dissertação, o esforço foi traduzir o contexto do processo educativo à luz de uma literatura que consideramos pertinente: a Teoria Histórico-Cultural e a Pedagogia Histórico-Crítica, explicitadas como base teórica da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina (SANTA CATARINA, 1991), rede de ensino na qual exercemos a atividade docente.

Também, os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, na atualidade, atendem nossas concepções de mundo, sociedade e educação. Além disso, ambas possibilitam a reflexão dos possíveis equívocos sobre a orientação que em situação de ensino e aprendizagem o ponto de partida seria a aplicação prática do conhecimento matemático em situações do cotidiano dos alunos, por meio da manipulação de materiais concretos.

No âmbito dessas reflexões, emergem questionamentos que para nós, e provavelmente para a maioria dos professores que ensinam Matemática, carecem de aprofundamento, dentre os quais ressaltamos: as proposições didáticas de “partir da prática”, “mostrar no concreto”, ou “aplicar no cotidiano”, conforme se propalam nos ambientes de formação de professores da rede estadual de ensino, está em consonância com seus próprios fundamentos, qual seja, a Teoria

Histórico-Cultural?

A produção da resposta para a referida pergunta passou a significar, também, compromisso com a reflexão entre os professores que ensinam Matemática que, assim como nós, foram arguidos em sua formação docente (inicial e continuada) para o convencimento de que a “prática” (conhecimento aplicado), o “concreto” (manipulação e observação de objetos) e “realidade” (situações empíricas do cotidiano imediato do aluno) se constituem em elementos metodológicos de ensino incontestes para a aprendizagem “significativa” dos alunos. Sentimos, pois, a necessidade de, no mínimo, esclarecer que subjacente a essas proposições está a dicotomização entre teoria x prática, abstrata x concreto. Porém, sem desprezar a vinculação com as matrizes teóricas que privilegiam um determinado conhecimento em detrimento de outro, em conformidade com a classe social em que o aluno está inserido, conforme Giardinetto (1999).

Diante desse compromisso, vislumbramos, inicialmente, três possibilidades de estudos, com vistas à construção da resposta ao questionamento anterior. Uma delas é a identificação, nas diversas correntes ou tendências pedagógicas e da Educação Matemática, da concepção de prática, concreto e conceito cotidiano. Uma segunda, caracterizada como um estudo bibliográfico que focaria o entendimento de tal problema na ótica da Teoria Histórico-Cultural. A terceira, com a mesma base teórica da anterior, porém num contexto em que se analisaria sua expressão em sala de aula, mais especificamente num processo de apropriação, pelos alunos, de um conceito escolar.

Se a última opção fosse adotada, requereria o esforço para produzir um “sistema de tarefas de ensino” (Davydov) - elaborado com base na Teoria Histórico-Cultural – com foco para o processo de apropriação de um conceito, pelos alunos de um determinado ano escolar do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Estadual. Dadas as condições objetivas e exiguidade de tempo, rejeitamos essa possibilidade.

No entanto, permanecemos com a ideia de tratar da objetivação de uma proposta para o ensino de matemática com fundamentos na Teoria Histórico-Cultural. Nesse sentido, foram decisivos os estudos realizados em algumas disciplinas do Mestrado (Psicologia Histórico-Cultural e Teoria da Atividade, Psicologia Histórico-Cultural e Propostas de Ensino, Formação Humana na Perspectiva do Materialismo Histórico e Dialético) e a participação no GPMAHC (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: Uma Abordagem Histórico-Cultural).

Foi nesse contexto de estudo que se apresentou a proposta de ensino do psicólogo e educador russo Davydov (seguidor de Vigotski e seus colaboradores e continuadores), considerada como inédita por atender com fidelidade ímpar as bases da teoria Histórico-Cultural (ROSA, 2012, DAMAZIO, ROSA e EUZEBIO, 2012). Em seus fundamentos estão os princípios, conceitos, leis e categorias da dialética materialista e histórica e traduz para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto, a partir do estudo das grandezas no movimento que segue orientado do geral para o particular.

Além disso, estabelece como tarefa principal do ensino de Matemática, desde o primeiro ano escolar, o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, por meio da apropriação dos conceitos científicos, em vez do pensamento empírico, resultante da apropriação oriunda da aplicação imediata dos conceitos em situações vivenciadas na realidade cotidiana dos alunos, como propõem as teorias pedagógicas denominadas, por Davydov, de tradicionais.

Assim sendo, se apresentou um novo desenho para a presente dissertação que, no nosso entendimento, também contempla a segunda possibilidade de pesquisa, mencionada anteriormente, uma vez que procuramos traduzir a concepção materialista dialética dos referidos conceitos (concreto, prática) e ideias pedagógicas. Nesse sentido, vale antecipar que em tal base teórica o conhecimento humano é entendido como produto histórico-cultural. Em termos de aprendizagem, a apropriação conceitual ocorre em nível científico em um contexto de uma organização intencional de ensino, ou em instância do cotidiano de forma espontânea (GIARDINETTO, 1999).

Tais estudos tornaram-se base teórica para fundamentar a presente pesquisa. Além disso, contribuíram para apresentar um entendimento distinto daquele advindo do nosso processo de formação e veiculado nos ambientes educativos formais, de concreto, prática e realidade que, se contemplados em nossas aulas, seria a motivação redentora para a aprendizagem da Matemática, por parte dos alunos.

Como forma de expressar a objetivação de uma proposta com tal base teórica, recorreremos às proposições de Davydov e colaboradores para o ensino de Matemática. Tal atitude é reveladora da preocupação com a coerência de evitar a dicotomia entre teoria e prática. Para tanto, nada mais prudente buscar referência no ciclo dos estudiosos e produtores da própria teoria histórico-cultural e sua tradução para o ensino.

Além disso, trazer elementos para a reflexão das possibilidades

de superação do convencionalismo didático e metodológico presentes no sistema de ensino brasileiro. Dadas as circunstâncias, seria impossível fazer um estudo completo das proposições de Davydov para o ensino de Matemática. Por isso, a decisão de traduzir a compreensão de concreto, prática e outros elementos conceituais da atividade de ensino para o que ele indica ao processo de apropriação do conceito de multiplicação.

Desse modo, a questão de pesquisa se traduz em: Qual a interpretação de “prática” no contexto teórico da Pedagogia Histórico-Crítica e também da Teoria Histórico-Cultural com sua objetivação nas proposições de Davydov para a introdução do ensino do conceito de multiplicação?

Vale salientar que a Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria Histórico-Cultural têm a mesma matriz teórica: o materialismo histórico e dialético, porém apresentam distinções de diversas ordens. Uma delas está no seu contexto de surgimento. A Pedagogia Histórico-Crítica, que tem em Dermeval Saviani o seu precursor, se apresentou no âmbito da Pedagogia brasileira na década de 80 do século passado, em oposição às pedagogias liberais (tradicional, escola nova, tecnicista e outras) e às críticas reprodutivistas nas vertentes teoria do sistema de ensino como violência simbólica, teoria da escola como aparelho ideológico de Estado e teoria da escola dualista (SAVIANI, 2009).

O referido autor preconiza um método que contempla cinco passos: prática social, problematização, instrumentalização, catarse e prática social. Porém, trata-se de uma espécie de princípios gerais sem tradução em um sistema de ensino prontamente para ser desenvolvido na escola. Sendo assim, da margem para que cada professor possa criar a sua própria interpretação na organização do ensino de cada conceito e de toda a disciplina curricular.

Por sua vez, a Teoria Histórico-Cultural surge no contexto da revolução russa na constituição de uma psicologia de base marxista, com o objetivo da formação de uma nova sociedade galgada nas relações de produção socialistas. Inicialmente focada no objeto para uma nova psicologia, vai aos poucos se articulando com as questões educacionais, o que adquire o status de uma Psicologia Pedagógica. A preocupação com a formação humana por via da aprendizagem e desenvolvimento foi o alvo de estudos de várias gerações de psicólogos e educadores: Vigotski, Leontiev, Luria, Rubinstein, Galperin, Elkonin, Davydov, entre outros. Os dois últimos se dedicaram à elaboração de um sistema de ensino que se tornou em objeto de suas próprias pesquisas.

Como decorrência, o objetivo é estudar o entendimento de

“prática” com base nos pressupostos da Pedagogia Histórico Crítica e, também, da Teoria Histórico-Cultural com sua objetivação nas proposições davydovianas para o ensino do conceito de multiplicação. Os objetivos específicos incidem na explicitação dos preceitos não dicotomizadores das relações teoria/prática e concreto/abstrato. Concomitantemente, imprimimos a reflexão sobre um dos motivos que justificou e se traduziu em ponto de partida do presente estudo: a insistência nos cursos de formação de que, em situação de ensino e aprendizagem de Matemática, o ponto central seria a prática, com entendimento de situações da realidade imediata e externa do aluno.

Duas razões determinaram a opção pela referência ao conceito de multiplicação. Uma delas advém do estudo inédito de Rosa (2012)¹ sobre a objetivação, por Davydov, da Teoria Histórico-Cultural no ensino da Matemática. A referida autora se ateu às orientações e ao livro didático, produzidos por Davydov e colaboradores, para o primeiro ano escolar. Essas duas referências focalizam um conjunto de tarefas, a serem executadas pelos estudantes, voltadas à apropriação do sistema conceitual de número, em que se incluíam, entre tantos, os conceitos de adição e subtração. Gerou, então, o interesse pelo entendimento sobre o modo de desenvolvimento da operação de multiplicação na proposta de Davydov.

A outra razão foi a importância dada ao referido conceito no contexto escolar brasileiro, conforme indicam, entre outros, os estudos de Nürnberg (2008), Micotti (2001), Nehring (2001). A configuração de *status* de grande importância entre o rol de conteúdos estabelecidos pelas propostas curriculares oficiais. Muitas vezes, por motivos históricos, culturais e políticos, a multiplicação assume outra significação, a de tabuada, que se constitui um tema polêmico em Educação Matemática. O emprego da tabuada, por parte dos alunos, em procedimentos algorítmicos multiplicativos, muitas vezes, é um critério indicador de qualidade ou não do ensino de Matemática proporcionado pelas escolas.

O contexto desses estudos possibilitou o propósito da presente pesquisa que, como dito anteriormente, pretende explicitar e analisar as proposições de Davydov para o ensino do conceito de multiplicação. No desenvolvimento da pesquisa também procuramos dar atenção às peculiaridades e diferenças entre a abordagem dada por um clássico da teoria Histórico-Cultural, Davydov, e aquelas que marcaram nosso

¹ A referida tese de doutorado foi co-orientada pelo prof. Dr. Ademir Damazio.

processo de formação profissional.

O contexto desses estudos possibilitou o propósito da presente pesquisa que, como dito anteriormente, pretende explicitar e analisar as proposições de Davydov para o ensino do conceito de multiplicação, como expressão de uma “prática” que extrapole a compreensão de situações específicas da realidade.

2.2 MÉTODO E PROCEDIMENTOS

As circunstâncias em que desenvolvemos uma dissertação de Mestrado, na atualidade, impõem-nos tomadas de decisões, principalmente, no referente à delimitação do problema de estudo. Como dito na seção anterior, a expectativa de pesquisa era que vivenciássemos, com nossos alunos, uma experiência educativa que expressasse o sentido de prática e concreto no ensino de Matemática concernente com a teoria Histórico-Cultural.

Diante de restrita possibilidade, a própria base teórica adquirida durante o curso apontou-nos indicativos de opção: em vez de vivenciar uma experiência em sala de aula, optamos por explicitar, com teor analítico, a proposição de Davydov, para uma especificidade conceitual, a introdução do ensino da multiplicação.

Desse modo, a pesquisa se caracteriza como qualitativa. Porém, não desprezamos o alerta de Triviños (1987) sobre a dificuldade para defini-la, devido à sua abrangência e ramificações, uma vez que cada qual apresenta diferente posicionamento teórico. Contudo, consideramos a seguinte orientação:

Não obstante o pesquisador inicie sua investigação apoiado numa fundamentação teórica geral, o que significa revisão aprofundada da literatura em torno do tópico em foco, a maior parte neste sentido do trabalho se realiza no processo de desenvolvimento do estudo. A necessidade da teoria surgirá em face das interrogativas que se apresentarão (TRIVIÑOS, 1987, p. 131).

Para tanto, nosso apoio teórico foi a **Pedagogia Histórico-Crítica** e a **Teoria Histórico-Cultural**, que têm a mesma matriz teórica: o materialismo histórico e dialético. Os pressupostos da Pedagogia Histórico-Crítica constituem-se a base da primeira parte do

presente estudo, que focou de forma articulada três eixos relacionados ao objeto de pesquisa: a sua perspectiva de educação escolar, o seu entendimento sobre o cotidiano e não cotidiano, assim também o debate em Educação Matemática sobre a valorização e a restrição ao conceito cotidiano. Trata, pois, de uma reflexão com argumento histórico-crítico sobre o entendimento de prática e cotidiano, distinto daquele advindo do contexto escolar e do nosso processo de formação, gerador dessa dissertação.

Constituiu-se leitura básica nessa primeira parte Saviani (1991); Saviani (1996); Saviani (2009); Duarte (1993); Duarte (2007) e Giardinetto (1999).

Por sua vez, a Teoria Histórico-Cultural foi a referência, na segunda parte do estudo, para a análise da proposição de ensino que expressasse o movimento do processo abstração/concreticidade conceitual que, para efeito da presente pesquisa, tomamos como referência o conceito de multiplicação. Na Rússia, vários investigadores do campo da Psicologia Pedagógica se dedicaram ao desenvolvimento de sistema de ensino. Cita-se: Galperin, Davydov e Elkonin, Zankov, Talízina, entre outros. Porém, nosso foco voltou-se para a proposta de Davydov, seus colaboradores e continuadores.

Nesse sentido, na análise centramos nos fundamentos teóricos da proposta de Davydov (DAVYDOV, 1982; DAVÍDOV, 1987; DAVÍDOV e MARKOVA, 1987; DAVIDOV, 1988). E na proposição de ensino do conceito de multiplicação (GORBOV, MIKULINA e SAVIELIEV, 2009).

A última obra se refere às orientações ao professor sobre o uso do livro didático do segundo ano escolar. Consideramos como nossa principal referência no momento da análise das tarefas concernentes ao ensino do conceito de multiplicação. Por isso, usamos uma tradução de Elvira Kim, professora de Língua Russa do Centro de Línguas e Interculturalidade (CELIN) da Universidade Federal do Paraná, por solicitação do ГРЕМАHC (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: Uma Abordagem Histórico-Cultural UNESCO).

Além disso, também consideramos o livro de tarefas complementares (ГОРБОВ e МИКУЛИНА, 2011) e o Livro Didático do aluno (ДАВЫДОВ, 1995) para explicitar algumas tarefas que conduzem o estudante à apropriação do conceito de multiplicação.

O intento de também estudar a objetivação da Teoria Histórico-Cultural numa proposta de ensino de Matemática, como forma de explicitação do entendimento de teoria/prática e concreto/abstrato, requer atenção para o próprio método adotado na sua elaboração.

Davydov (1988) discute a base do seu referencial ao apresentar as principais teses da teoria materialista dialética do conhecimento. Para tanto, cita Kopnin ao dizer que a formação do pensamento é considerada “um processo objetivo da atividade da humanidade, o funcionamento da civilização humana, da sociedade, como verdadeiro sujeito do pensamento” (DAVYDOV, 1988, p. 115).

Por mais particular que seja o pensamento de um homem, ele é expressão da atividade historicamente formada da sociedade. Por isso, torna-se objeto de estudo da Psicologia Histórico-Cultural, com o entendimento de que é a função desenvolvida historicamente pela sociedade humana e apropriada pelos indivíduos. Portanto, diferentemente do que fizeram a psicologia infantil e a pedagogia tradicional que desconsideraram tal compreensão.

No processo de análise das tarefas propostas por Davydov para o ensino do conceito de multiplicação, procuramos levar em consideração o movimento que ele adota em consonância com os pressupostos do materialismo histórico e dialético, quais sejam: a atividade prática como base do pensamento humano, o ideal como reflexo do objeto em sua especificidade da sensibilidade humana, o pensamento empírico e o pensamento teórico que têm suas particularidades e conteúdos específicos, a modelação como meio do pensamento científico, o sensorial e o racional no conhecimento, existência de um procedimento da ascensão do abstrato ao concreto e, também, a generalização substantiva e do pensamento teórico apresentam sua particularidades.

Davydov, em sua proposição de ensino, procurou atender estes pressupostos num movimento de apropriação do pensamento conceitual que, segundo Rosa (2012), explicita a relação geral-particular-universal-particular-singular do contexto do conhecimento científico matemático. Assim sendo, o conceito de multiplicação é desenvolvido de forma articulada com a essência do objeto matemático teórico, geral, que, para Davydov (1982), são as grandezas. Estas e as relações entre si geraram, historicamente, o conceito de número e, por extensão, todos os demais que se referem à Matemática.

Ao se referir ao número, Davídov (1988) considera sua obtenção e seu emprego como um meio próprio de comparação das grandezas. Em outras palavras, elas constituem-se em fundamento genético do número, que Davydov (1982) entende como sendo o número real, referência para o ensino desde o primeiro ano escolar. Os números reais – em suas várias significações naturais, racionais, inteiros relativos, irracionais – são considerados, pelo referido autor, singularidades e particularidades da representação das relações gerais entre grandezas, ao

adotar uma delas para medir a outra.

É a partir dessas inter-relações que se apresenta o conceito de multiplicação, evidenciado, no segundo ano escolar, traduzidas em: Gorbov, Mikulina e Savieliev (2009), Горбов и Микулина (2011) e Давыдов et all (1995). Assim sendo, antes de entrar na análise dessas obras, referentes ao ensino do conceito de multiplicação, estudamos a literatura pertinente ao primeiro ano escolar, como forma de entender o movimento e o contexto adotados por Davydov e colaboradores para o ensino da Matemática.

Ou seja, procuramos entender o lugar e o conteúdo da multiplicação na referida proposta. Nesse sentido, fomos estudar, conforme já mencionamos anteriormente, as orientações didáticas (ГОРБОВ, ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009) concernentes ao livro didático do segundo ano escolar. É, pois, um guia que auxilia e esclarece o professor na condução dos estudantes ao desenvolverem o conjunto de tarefas particulares, que os conduzem à apropriação do sistema conceitual de número real.

Além disso, foi referência a tese de doutorado desenvolvida por Rosa (2012). Tal leitura foi considerada obrigatória por três razões. Primeiro, porque é a primeira tese de doutorado produzida e defendida em Programas de Pós-Graduação do Brasil que trata especificamente da objetivação da proposta de Davydov, em especial no que diz respeito ao ensino de Matemática. Segundo, por ser a autora membro do ГРЕМАНС e ter colocado à disposição não só a referida produção, como também as orientações e sugestões no processo de elaboração da tese. Terceiro, pela sua notoriedade no que diz respeito ao estudo dos referentes ao primeiro: livro didático, livro de tarefas complementares e livro de orientações ao professor.

A leitura dessas duas referências foi decisiva para o entendimento da proposta de Davydov que, à luz do materialismo histórico e dialético, é organizada com base em princípios, ações, tarefas de estudo e tarefas particulares, cujos teores serão apresentados com mais detalhes nos capítulos três e quatro.

3 UMA LEITURA HISTÓRICO-CRÍTICA DOS CONCEITOS DE PRÁTICA, COTIDIANO E NÃO COTIDIANO

No capítulo anterior, descrevemos situações referentes à insistência, nos meios escolares, sobre a necessidade de as situações escolares de ensino e estudo em contemplar a prática, o concreto e o cotidiano dos alunos. Decorrente das questões levantadas, traduzimos, no presente capítulo, a compreensão sobre a temática na perspectiva Histórico-Cultural e Pedagogia Histórico-Crítica. Para tanto, dividimos em três seções intituladas: A Educação Escolar numa perspectiva Histórico-Crítica, O Cotidiano e não cotidiano e Restrições à supervalorização do cotidiano em Educação Matemática.

Transitamos, pois, pela literatura brasileira que discute conceitos como cotidiano e prática no contexto de uma pedagogia com base teórica no materialismo histórico e dialético. A pretensão, nesse capítulo, é dar fundamento à pesquisa e ao próprio leitor sobre uma leitura dos referidos conceitos, que se distingue daquela corrente no cotidiano escolar como algo tocável e aplicável nos afazeres corriqueiros, ou como estimuladores da aprendizagem de conceitos.

3.1 A EDUCAÇÃO ESCOLAR NUMA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CRÍTICA

Na perspectiva Histórico-Crítica a educação escolar tem um papel que não se prende somente à relação direta entre ensino e aprendizagem e suas consequências extraídas de uma situação que, normalmente, é denominada de avaliação. Duarte (2007, p. 43) tem como hipótese que ela exerce uma função importante na formação do indivíduo, pois é “mediadora entre o cotidiano e não cotidiano”.

No entanto, as necessidades e as superações não surgem ou ocorrem de um momento para outro e de forma linear, pois também são geradas por determinantes sociais, entre eles pela educação que forma o indivíduo, entendido como um ser essencialmente social e histórico. Saviani (2009, p. 65) afirma: “A educação, portanto, não transforma de modo direto e imediato e sim de modo indireto e mediato, isto é, agindo sobre os sujeitos da prática”.

Nesse contexto em que a escola cumpre um papel mediador e, como tal, a educação como um dos instrumentos humanos de transformação, surge a pergunta: então, qual a transformação a que se refere e defende a Pedagogia Histórico-Crítica? De acordo com Saviani (2008), ao se pensar na possibilidade de uma efetivação de ação

pedagógica crítica e, no caso a se inserir na Pedagogia Histórico-Crítica, deve-se observar uma questão: não pode, objetivamente, tornar-se parte do processo de reprodução das relações sociais de dominação, mas inserir-se num projeto com vistas à transformação da atual sociedade dividida em classes, como a que vivemos atualmente, sob a égide do modo de produção capitalista.

Por exemplo, Saviani (2009) não considera que as teorias “crítico-reprodutivistas”² se propõem a oferecer uma proposta pedagógica, pois ele entende que a ação pedagógica não pode descaracterizar-se do processo de reprodução das relações sociais dominantes. Nesse sentido, não é possível dizer que todas as teorias que se autodenominam como críticas realmente o são.

De acordo com Saviani (2008), por volta de 1983 os espaços de predominância reprodutivista passam a ser ocupados pela corrente histórico-crítica, o que oportuniza a emergência de reclamos para que essa concepção pedagógica se expandisse e exercesse influência nos meios escolares. Isso significa que a Pedagogia Histórico-Crítica tem uma base contextual opositiva ao regime militar opressivo, instaurado no Brasil, no período de 1964 até 1985. Saviani, ao propô-la, fundamenta-se nos princípios marxistas do materialismo histórico e dialético.

Então, a Pedagogia Histórico-Crítica não surge com o *status* de “modismo” didático ou metodológico de ensino. Como diz Saviani (2008, p. 88):

o que eu quero traduzir com a expressão pedagogia histórico-crítica é o empenho em compreender a questão educacional com base no desenvolvimento histórico objetivo. Portanto, a concepção pressuposta nesta visão da pedagogia histórico crítica é o materialismo histórico, ou seja, a compreensão da história a partir do desenvolvimento material, da determinação das condições materiais da existência humana.

²Saviani (2009, p. 14-15) denomina teorias crítico-reprodutivistas aquelas que atribuem à educação o papel de reprodução da sociedade na qual se insere. Têm como princípio de que a análise da educação só tem sua razão se a referência for as determinações sociais. Destacam-se três correntes, em conformidade com os pressupostos: “teoria do sistema de ensino como violência simbólica, teoria da escola como aparelho ideológico de Estado e teoria da escola dualista”.

A Pedagogia Histórico-Crítica apresenta-se vinculada à proposta de transformação social. Traz uma concepção de mundo e sociedade concernente com sua matriz teórica, o materialismo histórico e dialético que, por consequência, requer uma educação coerente com os pressupostos das relações sociais almejadas. A referência ou realidade a transformar são as relações de produção capitalista, que tem como princípio fundamental a propriedade privada.

Conforme Saviani (2008), para que a Pedagogia Histórico-Crítica possa conduzir de forma eficaz a prática dos educadores, é necessário que a própria concepção de teoria crítica não se limite somente aos fundamentos filosóficos, sociológicos e históricos da educação. Importa a elaboração de um corpo teórico que se constitui como mediador entre os referidos fundamentos e os estudos sobre o fazer educativo, que evita o dualismo de paradigmas entre teoria e prática.

Nos anos 1990, as pedagogias consideradas críticas, entre elas a Histórico-Crítica, foram alvo de questionamentos com o discurso de que precisariam ultrapassar a crítica e se constituir em ação. Entretanto, Saviani (2008) rebate e diz que não é correta tal afirmação, pois ocorre um processo de mudança nos conteúdos da crítica e da denúncia naquele momento.

Nesse sentido, Oliveira e Duarte (1985) conclamam e argumentam para a necessidade de ultrapassar a dicotomia entre a teoria proclamada e a prática realizada. Isso requer o entendimento das raízes do problema. Necessariamente, incluem a vinculação da prática a uma determinada concepção de mundo, mediada por uma concepção pedagógica, que traduza os princípios filosóficos do materialismo histórico e dialético, entre eles o argumento de que prática e teoria se fundem num processo em que não faz sentido separá-los como ações distintas e não se efetivam concomitantemente.

Assim, por exemplo, nem sempre a presença diária do professor em sala de aula caracterizará a sua “prática”, pois não é garantia de compreensão da concreticidade do aluno e do processo pedagógico. A característica essencial requerida ao professor é o entendimento das múltiplas determinações – advindas das relações sociais (econômicas, políticas, educacionais, jurídicas, do trabalho, entre outras) que geram o estado atual, bem como das possibilidades, isto é, do vir-a-ser dos estudantes e da própria atividade educativa.

Para tanto, Duarte (1993) propõe que se faça a análise da relação entre a objetivação e apropriação que expressa a dinâmica essencial da autoprodução do homem pela sua atividade social. É nesse contexto que se elabora um sistema que estrutura, uma teoria histórico-social da

formação do indivíduo.

Nessa perspectiva teórica, a objetivação do ser do homem, na atualidade, é entendida como aquela que se realiza no interior das relações sociais em que se confluem uma rede de dominação e subalternidade que tem implicações na formação da individualidade. Portanto, tem uma característica eminentemente contraditória, pois o indivíduo se constitui num mundo humanizado e alienado. Para explicar o fenômeno da alienação humana, Duarte (1993) parte do pressuposto materialista histórico e dialético de que o indivíduo se forma humano, antes de tudo como um ser social. Isso só ocorre com a apropriação das objetivações produzidas ao longo da história social. Porém, paradoxalmente, também é a forma em que se reproduz a alienação decorrente das relações sociais de dominação.

Considera-se alienação, quando as relações sociais permitem que o indivíduo se aproprie das objetivações genéricas para-si e não permite que essas objetivações sejam utilizadas pelo indivíduo como mediações fundamentais no processo de direção consciente de sua própria vida. A reflexão de Duarte (2007) sobre o fenômeno da alienação se pauta no pressuposto de Marx de que o trabalho é a atividade fundamental para o desenvolvimento da sociedade e, conseqüentemente, de cada indivíduo como membro do gênero humano. Desse modo, o trabalho se apresenta com duplo sentido: parte orgânica da vida cotidiana e como uma objetivação imediatamente genérica.

Como execução ou função orgânica, o trabalho é parte da vida cotidiana, meio pelo qual se reproduz a própria existência. É, pois, uma atividade objetivadora, que requer a inserção do indivíduo em duplo processo: apropriação de um conjunto de capacidades e objetivação. O trabalho como objetivação genérica diz respeito à reprodução da sociedade, uma vez que seu produto, além das particularidades do indivíduo, atende às necessidades de produção e reprodução do ser da sociedade, como “somatória dos trabalhos individuais” (DUARTE, 2007, p. 46).

Duarte (2007, p. 47) busca o próprio exemplo dado por Marx para evidenciar a contradição entre o desenvolvimento produzido pelo trabalho como objetivação genérica e o empobrecimento do seu sentido de função orgânica:

O trabalho produz maravilhas para os ricos, mas produz a privação para o trabalhador. Produz palácios, mas casebres para o trabalhador. Produz beleza, mas deformidade para o trabalhador. (...) Em que consiste a alienação do trabalho? Em primeiro lugar, o trabalho é exterior ao trabalhador, quer dizer, não pertence à sua natureza.

Observa-se, então, nas sociedades alienadas, a contradição entre o trabalho como reprodução da sociedade e como reprodução do indivíduo. Porém, não se trata de regra geral, pois existe a possibilidade de superar as atuais relações capitalistas e se atingir um novo modo de produção, em que o trabalho seja tanto um meio da sua existência quanto uma necessidade para o desenvolvimento da individualidade.

Entretanto, na luta contra essa forma de alienação também se busca as reais condições para que os homens se desenvolvam em nível das máximas possibilidades objetivamente existentes para o gênero humano. Ao se apropriar e se objetivar das objetivações do gênero humano, o indivíduo constitui sua individualidade desde o nascimento e se expande por toda a vida. Desse modo, a individualidade se forma, inicialmente, no âmbito do em-si. Duarte (1993) exemplifica esse processo inicial com a linguagem, em que a criança dela se apropria sem uma relação consciente.

O indivíduo desenvolve sua individualidade plenamente no momento em que a individualidade em-si se transforma em para-si. Esta se efetiva quando alguém estabelece uma relação consciente entre sua vida e o gênero humano, a qual se concretiza pelos processos de objetivação e apropriação que, na especificidade da formação do indivíduo para-si, são alvo de constante questionamento, de desfeticização.

De acordo com Duarte (2007 p. 29-30):

A formação do indivíduo para-si é a formação de um posicionamento sobre o caráter humanizador ou alienador dos conteúdos e das formas de suas atividades objetivadoras, o que implica a formação de igual posicionamento em relação aos conteúdos das objetivações das quais ele se apropria e das formas pelas quais se realiza essa apropriação.

As objetivações genéricas em-si são, pois, base da vida cotidiana, uma vez que se constituem por objetos, linguagem, usos e costumes. Também formam a base dos âmbitos não cotidianos da atividade social constituída por produções mais elaboradas e complexas da humanidade como a ciência, a arte, a filosofia, a moral e a política. São produzidas e reproduzidas pelos homens, no entanto, sem a presença de uma relação consciente entre elas e seu processo de produção.

Toda forma de trabalho tem como consequência um produto material ou não material. Esse pressuposto leva à seguinte pergunta: Qual o produto gerado pelo trabalho educativo? Saviani (2008) considera o trabalho educativo “o ato de produzir, diretamente e intencionalmente, em cada indivíduo singular, a humanidade que é produzida histórica e coletivamente pelo conjunto dos homens”.

Sendo assim, na atualidade, há o envolvimento de dois processos que se desenvolvem mutuamente: produção e reprodução do indivíduo como um ser humano e, também, reprodução do gênero humano. Isso porque não se está mais no estágio do desenvolvimento histórico do homem em que o simples convívio social o formava. Para Duarte (2007, p. 49-50), com as relações de produção capitalista, o ensino escolar passa a ser processo direto, intencional e condição socialmente dominante de educação. Em síntese, refere-se à dupla reprodução: do indivíduo-educando e da sociedade.

Duarte (2007) traduz para o trabalho educativo a ideia da dupla função, *labour* e *work*, que se distinguem pelos seus agentes, isto é, se trata do educando e o educador. A execução plena da tarefa educativa, por parte do professor, requer-lhe uma relação consciente tanto com o papel do trabalho educativo de formação do indivíduo-educando-concreto quanto com as implicações na produção e reprodução da vida social. Assim, na relação entre a dupla função – como a reprodução dos indivíduos-educandos e sua finalidade de reprodução da prática social – do trabalho educativo existe uma intencionalidade, que é dirigida pelo professor, de apropriação dos conhecimentos historicamente produzidos pela humanidade, em sua modalidade científica.

Trata-se de uma atividade que também reproduz o próprio educador como indivíduo. Sendo assim, ocorre o fenômeno da contradição, uma vez que pode se tornar um simples meio de assegurar sua existência, em vez de uma atividade em que ocorre sua própria

³Adotaremos o entendimento de Saviani. No entanto, existem, entre os estudiosos marxistas brasileiros, posições que não consideram o “trabalho educativo” como trabalho.

reprodução “a níveis mais elevados como indivíduo pertencente ao gênero humano” (DUARTE, 2007, p. 53).

A justaposição conflituosa das duas funções mencionadas do trabalho educativo tem como consequência a alienação de ambas, dado que, subjacente à organização do ensino do conhecimento produzido pela humanidade, está a preocupação com a reprodução das relações sociais, no caso da atualidade, as capitalistas.

No entanto, existe diferença da alienação do trabalho educativo em relação aos demais. Nos outros tipos de trabalho, pode acontecer que o produto não sofra as consequências alienadoras do processo. Em outras palavras, caso o trabalhador se aliene no processo de produção, no entanto, o produto pode enriquecer a sociedade. Como diz Duarte (2007, p. 56), o “trabalhador pode se unilateralizar no processo e o produto contribuir para a universalização do gênero humano. Mas isso não ocorre no caso do trabalho educativo”.

O mesmo não acontece com o professor, pois sua alienação pode se refletir na formação do indivíduo educando. Caso ele se preste apenas para a reprodução de sua existência, então a atividade educativa se insere numa cotidianidade alienada, o que acarreta numa relação também alienada de reprodução da prática social.

Assim, a Pedagogia Histórico-Crítica traz consigo o papel da educação como mediadora do processo da formação do indivíduo, com a consciência de que está num mundo em que, de forma oculta, está a dominação do homem pelo homem.

Giardinetto (1999) estabelece alguns pontos que auxiliam na compreensão do papel mediador da prática educativa na relação do indivíduo e as objetivações genéricas:

1) A função precípua da prática educativa na formação do indivíduo: a questão dos conteúdos escolares, pois dada a complexificação da realidade, a formação do indivíduo requer algo mais que a vida cotidiana. Como consequência, surge a escola como instituição responsável para transmissão e apropriação do saber historicamente acumulado. No entanto, não significa que o conhecimento cotidiano seja desprezado, o que se questiona é a sua supervalorização no processo educativo escolar. A Pedagogia Histórico-Crítica, em coerência com sua matriz teórica, o materialismo histórico e dialético, admite que o conhecimento cotidiano seja entendido, concomitantemente, como germens e como limitadores no processo de apropriação do conhecimento não cotidiano. Ou seja, ele próprio não consegue sair dos limites pragmáticos da sua constituição. O modo de pensamento dele advindo apresenta apenas os elementos indicativos

para serem superados com a apropriação dos conceitos científicos. Nesse sentido, vale destacar a tese de Vygotski (1993) de que no processo de desenvolvimento do pensamento conceitual há movimentos distintos dos conceitos cotidianos e científicos: os primeiros ascendem e os segundos descendem.

o conceito cotidiano cria uma série de estruturas necessárias para que surjam as propriedades inferiores e elementares dos conceitos. Por sua vez, o conceito científico, depois de ter percorrido de cima para baixo certo fragmento de seu caminho, abre espaço para o desenvolvimento dos conceitos cotidianos, preparando de antemão uma série de formações estruturais necessárias para dominar as propriedades superiores do conceito. (VYGOTSKI, 1993, p. 153).

Para Giardinetto (1999), a escola ao priorizar os conceitos cotidianos impede que os alunos ultrapassem os raciocínios mais imediatos. Se expressa, pois, dupla consequência de ordem privativa, uma vez que tanto impede o desenvolvimento do pensamento mais complexo que ocorre na atividade de estudo como nega a apropriação do conteúdo com teor científico.

2) *A prática educativa enquanto produção de novos carecimentos*, que toma como referência a crítica de que os conteúdos escolares são distantes dos problemas da realidade dos estudantes. Conforme Giardinetto (1999), a questão se agrava com a constatação de que os estudantes apresentam um conhecimento específico que viabiliza a superação de muitos problemas do cotidiano. No entanto, ao se transpor esse conhecimento para a esfera escolar, os estudantes convivem com dificuldades na sua apropriação.

Davydov (1982), ao defender a prioridade dos conceitos científicos e o consequente desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, expressa que o pensamento empírico, que se desenvolve por via da apropriação dos conceitos cotidianos, aparece obstaculizando o processo de elaboração do pensamento conceitual teórico.

Observa-se que Davydov – que tem por base a Teoria Histórico-Cultural, cuja matriz também é o materialismo histórico e dialético – entende que a apropriação dos conceitos científicos gera o desenvolvimento do pensamento teórico. Da mesma forma, a Pedagogia Histórico-Crítica parte do pressuposto que é necessário o elemento mediador, prática educativa, para a formação do indivíduo a partir das

objetivações em-si para o acesso às objetivações para-si. Ou seja, o objetivo de uma prática pedagógica é a produção no indivíduo de “carecimentos não cotidianos”. (GIARDINETTO, 1999, p. 52). Em outros termos, a humanização requer do indivíduo uma relação “com a vida cotidiana mediatizada pela relação consciente com as esferas não cotidianas”. (DUARTE, 2007, p. 107).

Para essa formação, necessário se faz a distinção de qual conhecimento a escola compete transmitir aos estudantes. Saviani (2008) evoca para a Pedagogia Histórico-Crítica outro pressuposto filosófico e psicológico de base materialista histórico e dialético: “Escola diz respeito ao conhecimento elaborado e não ao conhecimento espontâneo; ao saber sistematizado e não ao saber fragmentado; à cultura erudita e não à cultura popular”. Sendo assim, importa uma reflexão da relação entre cotidiano e não cotidiano para que se possa entender sua essência no âmbito da Pedagogia Histórico-Crítica.

3.2 O CONCEITO DE COTIDIANO E NÃO COTIDIANO À LUZ DA PEDAGOGIA HISTÓRICO-CRÍTICA

De início, a pergunta que se apresenta é: Como a Pedagogia Histórico-Crítica diferencia as atividades cotidianas das não cotidianas? Para responder ao questionamento, a referência é Duarte (1993) que, por sua vez, se respalda em Agnes Heller, que concebe as atividades cotidianas como aquelas relacionadas à reprodução humana que, por extensão, reproduzem a sociedade. Por sua vez, as atividades não cotidianas também reproduzem a sociedade, mas contribuem de forma indireta na reprodução do indivíduo.

Vale destacar a diferença entre o conceito de cotidiano formulado por Heller e o mesmo termo com o significado de dia-a-dia, ou seja, aquilo que ocorre diariamente. Ao se adotar o conceito de cotidiano com o entendimento de dia-a-dia, a educação é considerada parte da vida cotidiana das pessoas (alunos, professores e demais funcionários) que frequentam a escola.

Para Duarte (2007), o termo cotidiano é passível de outra interpretação ao ser inserido na educação escolar, principalmente, quando utilizado como dia-a-dia. Nesse caso, não podem ser tratados como situações iguais, em decorrência das diferenças do motivo que conduz o tema do cotidiano. Isso porque a atividade escolar não é considerada como constituinte da vida cotidiana do indivíduo. Como algo estranho, requer que a própria escola se incumba de aproximar-se do cotidiano. Dessa dicotomização decorre o discurso de que é papel

formativo da educação escolar oportunizar uma melhor preparação “do indivíduo para enfrentar os problemas do cotidiano. Cotidiano é aquilo que acontece fora dos muros da escola ou, pelo menos, fora da sala de aula; é a realidade concreta dos alunos; é a sua prática social; em suma: é a vida” (DUARTE, 2007, p. 37).

Em seu diálogo com Heller, Duarte (2007) entende que a autora utiliza o conceito de não cotidiano como sendo cotidiano, por fazer parte de uma teoria em que o desenvolvimento pleno do indivíduo se descaracteriza ao se reduzir a vida somente à esfera do cotidiano. Se concebida dessa forma, então existe uma relação de alienação entre o indivíduo e o cotidiano. Por sua vez, se a vida humana se confunde com a vida cotidiana, a contraposição é que a redução da vida dos indivíduos humanos à esfera da vida cotidiana fica reduzida ao reino da necessidade.

A escola, ao realizar o papel mediador entre o cotidiano e o não cotidiano na formação do indivíduo, não tem a capacidade de produzir a superação da alienação da vida do indivíduo. É papel da escola a condução dos indivíduos no processo de apropriação das objetivações genéricas para-si. Reafirma-se, pois, a educação escolar como mediadora entre o cotidiano e o não cotidiano. Traduzindo em outras palavras, entre a esfera das objetivações genéricas em-si e as objetivações genéricas para-si. No entanto, necessário se faz a análise das especificidades “das relações que o indivíduo estabeleça com cada tipo de objetivação genérica para-si (ciência, arte, filosofia, moral e política)”. (DUARTE, 2007, p. 41).

O conceito de educação escolar como mediadora entre o cotidiano e o não cotidiano tem como origem o posicionamento assumido por Saviani (2008) de que a prática pedagógica estabelece a mediação entre a prática social como ponto de partida e ponto de chegada. Também, ao definir o ato pedagógico escolar como atividade de ensino. Este, segundo Duarte (2007), traduz-se em duplo significado para o professor: como uma atividade cotidiana, isto é, parte orgânica da sua própria reprodução como indivíduo; concomitantemente, uma atividade não cotidiana, atrelada aos objetivos e valores que não se limitam a sua particularidade.

Como decorrência, ele supera as suas próprias fronteiras por envolver-se com uma objetivação do gênero humano: conhecimento a ensinar. E, por extensão, tanto tende a reproduzir o educando, como indivíduo, quanto à atuação dele indivíduo numa prática social que, necessariamente, incide na construção de uma determinada sociedade.

Conforme Duarte (2007), a interferência do professor na

construção do modo de ser do estudante requer-lhe a consciência de seu posicionamento em relação aos rumos da prática social almejada. Trata-se, pois, de uma condição para que, nas interações peculiares à sua prática pedagógica, se estabeleça a mediação entre o cotidiano do aluno e as esferas não cotidianas da vida social. No entanto, para que a relação do aluno com o cotidiano também seja de forma consciente, se faz necessário a mediação dos conhecimentos científicos, artísticos, ético-filosóficos e políticos.

Vale reafirmar que o compromisso da Pedagogia Histórico-Crítica com o papel mediador da educação para a formação do indivíduo traz a ênfase aos conceitos científicos em vez do conhecimento cotidiano dos estudantes. Nas palavras de Duarte (2007): “Uma prática pedagógica escolar voltada para a formação da individualidade para-si visa produzir no aluno necessidades de tipo superior, que não surgem espontaneamente, e sim pela apropriação dos conteúdos das esferas de objetivação genérica para-si”.

No entanto, é impossível descartar de vez o conhecimento cotidiano dos estudantes. O que se quer dizer é que ele não pode ser a referência do currículo escolar, pois já se constitui em apropriação do indivíduo. Como dizem Vigotski (2001) e Davydov (1982), o processo educativo deve ser prospectivo, isto é, superar a imediatez e aproveitar que nas atividades e no pensamento cotidiano se apresentam os indícios das necessidades de tipo superior.

Duarte (2007) exemplifica com o pensamento humano antecipador que se caracteriza como um relativo distanciamento do pensamento em relação à prática. A sua transformação em teoria científica só acontece por meio da apropriação, por parte do indivíduo, daquilo que é peculiar à ciência: o conhecimento científico, o pensar científico e as necessidades próprias.

O referido autor (2007) acrescenta outro critério para diferenciar as esferas da vida cotidiana e da não cotidiana. A primeira, como atividades necessárias à reprodução do homem singular, é heterogênea. A segunda, não cotidiana – a ciência e a arte – é homogênea. Isso significa que a ciência, por exemplo, possui um sentido e constitui em si mesma um valor para o gênero humano.

Para Duarte (2007), a homogeneização torna-se foco no processo de reprodução do ser da sociedade, como definido pelas necessidades objetivas do gênero humano. Há no processo de homogeneização o predomínio de relação com uma determinada esfera de objetivação para-si. E, como tal, conclama por um trabalho educativo para a sua realização na relação do indivíduo com as objetivações genéricas para-

si, que é uma exigência da própria reprodução da sociedade, do gênero humano. Ela é uma necessidade premente no processo de apropriação das objetivações genéricas para-si, por parte do indivíduo, para que por meio dela possa se objetivar. A contribuição do processo educacional é inconteste, uma vez que é o meio para que os estudantes se apropriem das formas de agir e de pensar indispensáveis à homogeneização, que não é espontânea e natural.

A escola é o meio pelo qual um indivíduo se apropria dos conhecimentos científicos para compreender-se membro de uma classe social. Não só isso, ela se constitui em possibilidade, dependendo da relação entre forma e conteúdo, de superação da consciência de classe em-si para atingir a consciência de classe. Dessa forma, o conhecimento é o meio homogêneo pelo qual o indivíduo se relaciona com sua condição de classe.

A incumbência ao ensino escolar de transmissor dos conteúdos historicamente produzidos e socialmente necessários que conduz o processo de homogeneização pode ocorrer em conformidade com o sistema predominante na atualidade. A exigência é um ensino disciplinado e diretivo para que o estudante se aproprie do conhecimento científico em vez do conhecimento cotidiano.

Duarte (2007) indica como base psicológica a abordagem Histórico-Cultural. Remete para o pressuposto de Vigotski (2001) de que o ensino não esteja focado para o desenvolvimento do pensamento em seu aspecto sincrético, sensorial, empírico, apreendido nas suas manifestações mais imediatas. O ponto de partida do processo de apropriação conceitual não é, portanto, aquilo que o indivíduo vive ou suas experiências da vida cotidiana, mas, como dito anteriormente, o conceito científico. Porém, com a atenção para que, na organização do ensino, propicie a constituição, nos estudantes, de zona de desenvolvimento proximal. Esta, segundo Vigotski (2001), diz respeito às possibilidades prospectivas dos alunos e se expressa nas suas condições objetivas de execução das operações da atividade⁴ de estudo com ajuda do professor, mas acenam para as condições que, em um futuro próximo, serão desenvolvidas de forma independente.

⁴A teoria da atividade tem sua gênese nos estudos de Vigotski. Porém, Leontiev se dedica ao seu aprofundamento, acompanhado, entre outros, por Rubstein e traduzem-na como objeto de estudo da Psicologia contemporânea. Como decorrência, surge a psicologia pedagógica russa para adotá-la como base na organização do ensino. Entre outros estudiosos, vale citar Galperin, Davidov, Elkonin e Talizina.

Dito de outro modo, a zona de desenvolvimento proximal se constitui no interior de uma prática social humana – atividade de ensino – em que o estudante é colocado em atividade de estudo, cujas ações e operações requerem a extrapolação do seu nível real de desenvolvimento e projetam o seu potencial intelectual. Isso significa dizer que a psicologia histórico-cultural admite que a educação escolar promove esse desenvolvimento.

Por isso, admite a diretividade no ensino como “indispensável à elevação da criança a níveis superiores do seu desenvolvimento psíquico” (DUARTE, 2007, p. 104). Nesse contexto de constituição de zona de desenvolvimento proximal e ensino diretivo se apresenta o fator que determina a diferença entre a apropriação das objetivações em-si e das objetivações para-si, qual seja: a relação entre o indivíduo singular e o modo de apropriação dessas objetivações.

As objetivações em-si são apropriadas segundo uma relação não consciente, não intencional. Já as objetivações genéricas para-si são apropriadas segundo uma relação intencional para com a genericidade, intencionalidade que permite uma relação consciente do indivíduo para com sua própria vida cotidiana. (GIARDINETTO, 1999, p. 27-28). A relação cotidiano e não cotidiano tem se apresentado nos debates sobre a educação e sua finalidade, bem como do papel do ensino na formação dos estudantes. Em todas as áreas do conhecimento surgem estudos que expressam posicionamentos antagônicos e intermediários sobre a supervalorização dos conceitos cotidianos dos alunos em detrimento dos conceitos científicos e vice-versa. Na sequência, trataremos essa questão na especificidade da Educação Matemática.

3.3 RESTRIÇÕES À SUPERVALORIZAÇÃO DO COTIDIANO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

É quase generalizável nos artigos, dissertações e teses produzidas em Educação Matemática no Brasil a referência às fragilidades do processo de ensino da Matemática, que traz como consequência uma aprendizagem e uma relação pouco animadora dos alunos com os conceitos da referida disciplina curricular. Também, segundo Giardinetto (1999, p. 3), há entre os estudiosos a alegação de que tal situação traduz a descon sideração, no ensino, do conhecimento que o estudante adquire nas atividades da vida cotidiana.

A valorização do conhecimento cotidiano como redentora de todo mal-estar provocado pelo ensino da Matemática é a tônica de muitas pesquisas e o critério de diferencial de algumas tendências em Educação

Matemática como, por exemplo: Modelagem Matemática, Etnomatemática e Educação Matemática Crítica. No entanto, Giardinetto (1999) faz sérias restrições aos estudos dessa natureza. O autor admite a existência do problema a superar referente à ausência da relação entre o conhecimento escolar e o conhecimento cotidiano. Porém, a solução não está na supervalorização da vida cotidiana e muito menos na polarização entre “saber cotidiano” e “saber escolar”.

Giardinetto (1999), em seus questionamentos, faz referência aos argumentos dos defensores da Matemática do cotidiano como centro do processo educativo de que, por exemplo, o aluno feirante assimila cálculos aritméticos, porém não tem o mesmo desempenho em relação ao conhecimento escolar. No entanto, há uma desconsideração do processo automatizado de obtenção desses conceitos, que são adotados na execução das ações, desprovidos de reflexão.

Sobre esse debate, temos formulado as perguntas: trata-se de um modismo, tal defesa? Ou um momento que se supera no processo de consolidação de um grupo acadêmico de pesquisa? E, ainda, trata-se de uma tendência que cada vez mais se solidifica com a produção de argumentos teóricos?

O segundo questionamento remete-nos aos anos 1980 ao focar no livro “Na Vida Dez, Na Escola Zero” (CARRAER, CARRAER E SCHLIEMANN, 1988), que se transformou numa espécie de obra clássica de referência para argumento de validação da supervalorização do conhecimento cotidiano, do potencial de aprendizagem dos estudantes trabalhadores pela via do pragmatismo, secundarização dos conhecimentos escolares e a descaracterização do papel da escola de propiciar a apropriação dos conceitos científicos da Matemática.

No entanto, na atualidade, os autores do referido livro têm se dedicado ao estudo do processo de apropriação do conceito científico, por parte dos escolares. Nesse sentido, vale citar Carraher, Martinez e Shulleman (2008) que, inclusive, têm feito inserções com base nos clássicos da teoria Histórico-Cultural como Vigotski e da própria proposta de Davydov, cuja matriz teórica é o materialismo histórico e dialético.

A terceira pergunta nos faz retornar aos posicionamentos críticos de Giardinetto (1999), que toma como referência as pesquisas em Etnomatemática, pela exaltação da matemática utilizada por determinado grupo de indivíduos na vida cotidiana. Por exemplo, a apologia ao desempenho com cálculos rápidos e precisos nas quatro operações aritméticas. Porém, não se questiona como os partícipes de um coletivo particular da sociedade humana aprendem, empiricamente,

conhecimentos apenas necessários ao desenvolvimento de alguma ação da atividade de trabalho que, dada a repetição constante, se “fossilizam” (VIGOTSKI, 2001), permitem a rapidez e precisão de determinados cálculos, geralmente, de teor aritmético.

Giardinetto (1999) diz que, ao se adotar a vida cotidiana dos estudantes como dimensionadora do processo pedagógico, abre ainda mais a possibilidade de reprodução da alienação da vida cotidiana. A alienação se expressa pela não desvinculação do pragmatismo, por parte do indivíduo, nos momentos em que a relação com determinadas objetivações requer-lhe algo mais da base utilitarista de conceitos da vida cotidiana.

O autor em referência mostra pontos comuns em algumas pesquisas que focam a valorização do saber cotidiano, a seguir apresentados.

1) A concepção do conhecimento cotidiano presente nas pesquisas que supervalorizam o saber cotidiano. Giardinetto (1999) toma como referência a afirmação de D’Ambrósio de que todo cidadão tem uma matemática espontânea que proporciona as condições necessárias para a sua sobrevivência na sociedade, independentemente da escola. Para Giardinetto, essa crítica ao ensino contemporâneo de Matemática é pertinente. Porém, suas restrições voltam-se ao posicionamento em relação à função da escola de enfatizar os conceitos cotidianos em detrimento aos científicos. Seu argumento é de que o conhecimento não é algo natural, isto é, biologicamente determinado. Em oposição, apresenta a concepção materialista dialética do conhecimento humano como um produto histórico e social. Sua aquisição, pelo indivíduo, ocorre por dupla instância de aprendizagem: sistematizada, isto é, consequência de uma organização intencional, ou informal, que acontece no cotidiano de forma espontânea sem uma intencionalidade previamente estabelecida. Nas palavras de Giardinetto (1999, p. 64):

Na concepção histórico-social de homem, o que se verifica é que o conhecimento matemático espontâneo não é imediato, algo que vem imediatamente de dentro do indivíduo, mas é algo mediatizado pelo trabalho, isto é, ele não é determinado por leis biológicas, mas por leis histórico-sociais. Portanto, por mais imediato e espontâneo que pareça, ele é sempre um conhecimento mediatizado.

Entretanto, o conhecimento matemático, assim como de qualquer outra área do conhecimento, se apropriado pelo indivíduo especificamente na atividade de trabalho, traz somente a lógica prático-utilitária a ela inerente. E, como produto de um contexto específico,

atende somente ao objetivo que as circunstâncias impõem ao indivíduo. A matemática escolar caracterizada pelos conceitos científicos extrapola a matemática da vida cotidiana, pois a incorpora. Vale reafirmar que sua apropriação não ocorre de forma espontânea, pelos estudantes, uma vez que são complexos os seus matizes do processo histórico de desenvolvimento da Matemática. Por isso, ao ser a referência na prática pedagógica escolar, exige do professor um conhecimento profundo das suas características, que se constituíram desde as origens não imediatamente perceptíveis e no seu processo mais amplo.

Tal preocupação e incumbência do professor não são as razões daqueles que supervalorizam a eficácia do cotidiano, pois o compreende como um tipo de raciocínio em que traduz e reduz o concreto da realidade somente pelo imediatamente perceptível. Além disso, conforme Giardinetto (1999, p. 72), a questão maior e restritiva à maioria das pesquisas que tomam o cotidiano como lócus da “verdadeira” produção do conhecimento está na sua desvinculação “com as relações sociais de produção”.

Desse modo, o cotidiano é considerado obviedade e assimilado de forma acrítica. Sendo assim, as denúncias sobre a ausência de relação entre o saber escolar e o saber cotidiano com base no raciocínio de que nela estaria a satisfação de necessidades imediatas e prático-utilitárias omitem que, na sociedade atual, o cotidiano é essencialmente alienado.

Outro elemento que se apresenta no debate entre a importância dos tipos de conhecimento em foco é o de admiti-los como fonte de interesse dos estudos pelas aulas e pela própria disciplina de Matemática. É consenso entre ambos os posicionamentos de que o interesse do aluno é um indicativo fundamental para o trabalho pedagógico. Também considerarem que o atendimento às necessidades da vida do aluno concorrerá para um aprendizado efetivo.

Tal concordância para por aí. Giardinetto (1999) discorda do pressuposto de D’Ambrósio de que a utilidade do ensino se revela quando o indivíduo o utiliza no seu trabalho ou em outros afazeres diários. Seu entendimento é que os objetivos do saber matemático escolar não podem ficar somente no âmbito das respostas imediatas ao cotidiano. Além disso, o interesse que um aluno expressa pode apenas retratar a dimensão empírica em que ele vive, bem como se torna a referência para a determinação do conteúdo matemático. Esquece-se, então, que as condições de vida e os interesses dos indivíduos são determinados pelas relações sociais. Também não atentam para suas limitações nos momentos que requerem a transferência da estrutura do conhecimento cotidiano para o processo de apropriação do

conhecimento não cotidiano.

2) A Concepção do Caráter “Ideológico” da Instituição Escolar Presente nas Pesquisas que supervalorizam o Saber Cotidiano. Nesse sentido, Giardinetto (1999) cita três pesquisas. A primeira, de Buriasco, que questiona o papel da escola de transmissora do saber historicamente elaborado que, por fazer parte da sociedade, está a serviço dos interesses das classes dominantes. Por conseguinte, a escola tem como uma de suas finalidades a manutenção do status quo social. Giardinetto (1999) rebate tal compreensão ao afirmar que a escola não foi criada pelo capital como instituição para a subserviência, mas surge no processo de evolução do conhecimento humano e da vida de modo geral. Trata-se de uma necessidade do processo histórico gerador de um nível de desenvolvimento que, para a sua continuidade, acarretou na criação de uma instância da vida social, a escola.

A segunda refere-se a D’Ambrósio ao considerar mecanismos ideológicos na eliminação da aptidão numérica espontânea para considerar somente a erudita. Para Giardinetto (1999), o indivíduo precisa da escola não para validar o conhecimento produzido em circunstâncias informais, mas como oportunidade de acesso ao conhecimento que ele não tem condições de elaborar e sistematizar.

A terceira tem autoria de Marcelo Borba, que também explicita que o saber escolar exterioriza um caráter político-ideológico quando prioriza o saber escolar, deprecia e descarta outras formas de saber. A interpretação é de que a prática escolar é um mecanismo de manutenção das desigualdades sociais, pois o indivíduo que não teve oportunidade de frequentar a escola, ao se comparar com aqueles escolarizados, passa a desvalorizar e subestimar os próprios conhecimentos adquiridos em sua vida social.

De modo geral, as três pesquisas mencionadas comungam que a escola é instrumento da burguesia e, por extensão, a educação daqueles excluídos culturalmente pela condição de pertencer às classes sociais subalternas pode acontecer sem a escola. Ou seja: a escola é concebida como espaço de “saber burguês” (GIARDINETTO, 1999, p. 102). Esse autor, em contraposição, diz que a apropriação do saber escolar por parte de um indivíduo não significa que, necessariamente, se torne um burguês.

Para Giardinetto (1999, p. 103), a matemática sistematizada na escola não é “uma matemática da burguesia”, assim como não existe “uma” matemática essencialmente “popular”. A matemática apresentada na versão escolar é um reflexo daquilo que a humanidade criou historicamente e que, dado o momento histórico, é usada pelo poder

para garantir os interesses das classes dominantes.

É, pois, no âmbito ideológico que se apresenta as pesquisas em Educação Matemática que supervalorizam o cotidiano e o resgate do saber popular. No entanto, segundo Giardinetto (1999), sem a reflexão necessária sobre seus condicionantes, uma vez que concebem esse saber como imune da ideologia dominante, razão pela qual se destacaria no currículo escolar, pois o saber dito científico tem um teor predominantemente ideológico dominante.

3) A Concepção de Conhecimento em Geral e de Conhecimento Matemático Escolar Presente nas Pesquisas que Supervalorizam o Saber Cotidiano. Giardinetto (1999) reafirma seu pressuposto de que o conhecimento matemático é produzido no processo histórico. Na realidade, aquilo que é visto como “diferentes matemáticas” de distintos grupos sociais são resquícios rudimentares da estrutura básica da matemática elaborada histórica e socialmente. São fragmentos desprovidos da complexidade atingida socialmente, que o cotidiano atual requer. Ou seja, não se trata apenas das superficialidades que atendam somente as exigências específicas que as relações sociais determinam para a sobrevivência dos indivíduos no plano do mercado de trabalho.

Em decorrência da interpretação da existência de “diferentes matemáticas”, as pesquisas que supervalorizam o saber cotidiano interpretam o currículo escolar como uma imposição normativa, até mesmo discriminatória, de conhecimento. As distintas matemáticas passam a ser a saída ao inconformismo do estado pouco alentador da aprendizagem e o do interesse dos alunos pela disciplina de Matemática.

Então, adotam como saída, de um modo cômodo, os conceitos que os indivíduos dominam por se constituírem como elementos indispensáveis na esfera das objetivações cotidianas. Ao se fazer uma leitura histórico-social desse posicionamento, observa-se certa ingenuidade, pois essa esfera se apresenta no processo da divisão do trabalho e, em decorrência, reflete um processo de alienação. De acordo com Giardinetto (1999, p. 122-123).

Para o autor em referência, o fundamento da atividade de um indivíduo humano é a vida cotidiana. Considera como principais características inelimináveis da vida cotidiana: o pragmatismo, o raciocínio probabilístico, a analogia, a imitação e a hipergeneralização, geradoras da interpretação imediata do real. Porém, veja como problemático quando tal imediaticidade é considerada a própria realidade.

Então, subjacente à supervalorização da Matemática do cotidiano

um conteúdo, muitas vezes não intencional, é promotor de um processo de alienação. Assim, corre-se o risco de que a saída para superar a alienação presente na escola se torna uma arma de legitimação.

Como exemplifica Giardinetto (1999, p. 11), a criança feirante, o engraxate, o vendedor, não apropria o conhecimento de uma forma “espontânea” e “natural”, pois toda realidade é humanizada tanto objetivamente quanto subjetivamente. Na apropriação do real, recebe-se a interferência dos demais homens.

Uma criança ao elaborar um pensamento conceitual matemático também reproduz o que capta das relações com os demais homens. Sendo assim, nas suas relações se apropria das significações que nelas se apresentam, dos objetos, da linguagem, das funções sociais e dos comportamentos.

Numa perspectiva da Teoria Histórico-Cultural esforços incondicionais foram feitos desde a Revolução Socialista de 1917, na Rússia, no sentido de promover uma educação que não dicotomizasse teoria e prática. Esses propósitos, com fundamentos materialistas histórico e dialético, foram a preocupação de Galperin, Elkonin e Davydov, que procuraram elaborar e estudar um modo de organização do ensino que levasse em consideração os pressupostos da referida teoria.

É nesse sentido que, nos próximos capítulos, desenvolveremos as ideias e pressupostos da proposta de ensino de Davydov. Segundo os próprios autores russos, por exemplo, Galperin, Zaporózhets, Elkonin (1987), o sistema de ensino davidoviano é o que mais atende as referidas bases teóricas e algo extremamente novo e diferente.

4 AS BASES DA PROPOSTA DE DAVYDOV

Antes de discutirmos sobre as bases teóricas das proposições para o ensino, consideramos importante apresentar alguns dados referenciais do autor principal; Vasili Vasilievich Davydov. Davydov nasceu na Rússia, em 1930, e faleceu em 1998. Ele compõe o grupo da terceira geração de pesquisadores e estudiosos da Teoria Histórico-Cultural, cujos precursores foram, entre outros: Vigotski, Leontiev, Lúria. Era Membro da Academia de Ciências Pedagógicas, doutor em psicologia, professor universitário e, por um tempo, diretor do Instituto de Psicologia da Rússia, para citar algumas das tantas funções exercidas.

Uma das peculiaridades que coloca Davydov entre os estudiosos e continuadores do que poderíamos denominar de autoridade da Teoria Histórico-Cultural é o conceito de atividade. Este foi anunciado pelo próprio Vigotski, aprofundado e teorizado por Leontiev e estendido por Rubinstein, Galperin e outros. Nesse sentido, vale reportar Galperin – orientador da tese de doutorado de Davydov – que teve a responsabilidade de teorizar a lacuna deixada pelos seus antecessores, qual seja: o processo de internalização, isto é, a transformação da atividade externa em interna.

No que diz respeito à especificidade da Matemática, isto é, do ensino e aprendizagem, Galperin, juntamente com Talizina, realizou um estudo para analisar o processo de transformação das ações externas em internas referentes a alguns conceitos geométricos. Em sua Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais, Galperin estabelece as diretrizes para um modo de organização do ensino, porém sem traduzir detalhadamente em um sistema a ser adotado pelas escolas de seu país.

Davydov teve essa preocupação e, por mais de vinte anos, se dedicou ao entendimento dos princípios educativos do que ele denominou de escola tradicional. Por extensão, lança-se a organizar um sistema de ensino fundamentado na Teoria Histórico-Cultural e sua base o materialismo histórico e dialético.

Segundo Davydov (1988), é papel da escola desenvolver nas crianças o pensamento teórico, que tem como premissa que esse ocorre pela apropriação dos conceitos científicos, uma vez que os conceitos cotidianos, pela sua própria natureza, conduz à formação do pensamento empírico. O procedimento para o desenvolvimento do pensamento teórico são os fundamentos do materialismo histórico e dialético de ascensão do abstrato ao concreto.

A proposta de Davydov para o ensino de Matemática tem por objetivo fazer com que o aluno seja colocado em atividade investigativa,

o que lhe requer a capacidade de elaboração de perguntas, mediadas pelas tarefas particulares. Desse modo, o professor assume o papel diretivo de organizar as tarefas de forma que coloque os alunos em condições de elaborar os seus questionamentos. Isso fica evidente em sua proposta, quando todas as tarefas levam o estudante à apropriação da ideia geral de todo o conhecimento matemático: relação entre grandeza.

4.1 A PERCEPÇÃO DE DAVYDOV A RESPEITO DA ESCOLA TRADICIONAL E SUA CONTRAPOSIÇÃO PARA UM NOVO ENSINO

Davydov (1987), ao definir e questionar a escola tradicional, não deixa de mencionar os esforços de pedagogos teóricos em busca da definição de novas possibilidades para a educação escolar. Porém, vale antecipar que ele admite que a escola do seu tempo não corresponde ao desenvolvimento técnico-científico atingido pela humanidade.

Em seus estudos, Davydov (1987) apresenta três características principais indicativas do que ele considera representativo para a denominação de escola tradicional. *Primeiro* por ter se formado num período de surgimento e florescimento, bem como se constituiu em modelo oficial do modo de produção capitalista. Em *segundo* lugar, por ser um sistema de ensino fundamentado nas teorias Ya. Komenski, I. Pestalozzi, A. Diesterweg, K. Ushinski e de outros pedagogos destacados. Em *terceiro* por se manter como modelo, até a atualidade, tanto para a seleção de conteúdos quanto aos métodos de ensino.

Para Davydov (1987), a permanência prolongada e unificada desse sistema escolar pode ser explicada por dois fatores que se sedimentaram como características comuns: os objetivos sociais da educação requerida pelo modo de produção (capitalista) e as vias e meios utilizadas na formação das capacidades psíquicas do homem concernentes aos seus objetivos.

Realmente, ao longo de centenas de anos, a finalidade social principal da educação de massa consistiu em inculcar à maioria dos filhos dos trabalhadores somente aqueles conhecimentos e habilidades sem os quais é impossível obter uma profissão mais ou menos significativa na produção industrial e na vida social (saber escrever, contar, ler; ter ideias básicas do que se passa em seu entorno). (DAVYDOV, 1987, p. 143)

O modelo educacional predominante na Europa tinha como objetivo principal da educação primária a alfabetização com vistas à preparação das crianças para a futura atividade laboral. Para tanto, à escola, cabia o papel social de desenvolver nos estudantes as leis do pensamento empírico, próprio da prática cotidiana do homem.

Como consequência, conforme Davydov (1987), a educação tradicional preparava os indivíduos para trabalhos cotidianos, além de não diferenciar os efeitos para o desenvolvimento do pensamento humano proporcionado pela apropriação dos conceitos cotidianos e dos científicos, o que leva à exaustão a atividade criativa do homem.

Nos estudos sobre a escola tradicional, Davydov (1987) identificou e analisou os seus quatro princípios básicos, a seguir explicitados.

1º Princípio do caráter sucessivo, em que a organização das disciplinas na escola primária privilegia a continuidade dos conteúdos cotidianos trazidos pela criança, sem diferenciá-los dos conceitos científicos. Não se pode negar que, nas séries seguintes, os conteúdos se complicam, aumentam em termos de quantidade. No entanto, permanece o método de ensino, o que significa dizer que as modificações até ocorrem no que se refere à quantidade, mas não em qualidade.

2º Princípio da acessibilidade que se reflete na estruturação das disciplinas escolares. Tem como principal característica o atendimento às possibilidades dos alunos no que diz respeito ao desenvolvimento intelectual e idade. Proporciona-se aos estudantes situações de ensino que os leva somente à apropriação da base conceitual que se aproxima das suas condições de imediato. Dito em outras palavras, em cada etapa do ensino solicita-lhes somente aquilo que está presente em termos de ascensão conceitual em dependência com a idade.

Davydov (1987) questiona esse princípio, no que diz respeito a quem, quando, com que precisão e medida é determinada a referida “capacidade” do estudante. No entanto, expressa sua resposta ao dizer que se trata de uma determinação na própria prática real do ensino tradicional que, ao atender os requerimentos sociais, estabeleceu o nível das exigências em relação aos estudantes, qual seja: a educação empírico-utilitária e o pensamento empírico-classificador. Por extensão, tais exigências se traduzem em espécie de lei sobre as possibilidades do desenvolvimento psíquico da criança.

3º Princípio do caráter consciente, que Davydov (1987) até considera com certa sensatez, por se tratar de posicionamento contrário à aprendizagem de memória própria do formalismo escolástico, quando anuncia: “Aprende e compreende aquilo que aprende”. Porém, o que ele

questiona é o entendimento de “compreender”, pois o aparato de procedimentos de ensino da escola tradicional é coerente com seus demais fundamentos ao primar por duas questões essenciais. Uma delas é apresentação do conhecimento de um modo abstrato e puramente verbal, de forma sucessiva. A outra é a proposição de que a criança correlacione cada uma dessas abstrações com uma imagem sensorial bem definida e precisa. Assim sendo, os exemplos e as ilustrações se constituem no procedimento mais geral, indicador do grau de compreensão do conhecimento assimilado.

4º Princípio do caráter visual, os conceitos são reduzidos a conceitos empíricos, sendo estudadas somente as propriedades externas do objeto. Como consequência, os métodos de ensino da escola tradicional tendem a desenvolver nas crianças somente o pensamento empírico. Desse modo, o foco se dirige ao modo de apropriação dos conceitos, como base empírica, em que se privilegia a passagem do caso particular para geral. A fonte do conhecimento é a experiência.

Segundo Davydov (1987) e Slobódchikov (1991), a adoção desses quatro princípios traz implicações aparentemente positivas ao processo de alfabetização, por levar as crianças à aquisição de um modo de escrita e leitura e até das noções elementares de conceito de número. No entanto, posteriormente, nos demais anos escolares, os estudantes apresentarão dificuldades na formação do pensamento conceitual científico, uma vez que os princípios são compreendidos exclusivamente de maneira empírica e não dialeticamente como meio capaz de levar o estudante à ascensão do abstrato ao concreto.

Esse processo de ascensão ocorre inter-relacionado com a formação de abstrações e generalizações teóricas, que não são consequência somente da comparação de coisas formalmente iguais. Pelo contrário, desenvolvem-se com base nas análises dos vínculos essenciais do sistema conceitual e sua função no interior deste. Assim sendo, o pensamento teórico, simultaneamente, supera e assimila os momentos positivos do pensamento do empírico.

Davídov (1987, p. 144) assim sintetiza o teor formativo da escola tradicional:

O papel social da escola não só ditava a seleção de conhecimentos e habilidades utilitário-empíricos, mas também determinava, projetava a fisionomia espiritual geral, o tipo geral de pensamento dos alunos que por ela passavam. Esta escola cultivava, apoiava e fixava nas crianças, em

formas lógicas mais ou menos precisas, as leis do pensamento empírico racionalista discursivo, próprio da prática cotidiana do homem. Este pensamento tem um caráter classificador, cataloguizador e garante a orientação da pessoa no sistema de conhecimentos já acumulados sobre as particularidades e traços externos de objetos e fenômenos sem relação com a natureza e a sociedade. Tal orientação é indispensável para afazeres cotidianos durante o cumprimento de ações laborais rotineiras, mas é absolutamente insuficiente para assimilar o espírito autêntico da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo em direção à realidade (assinalemos que tal relação supõe a compreensão das contradições internas das coisas, ignoradas precisamente pelo racionalismo empírico).

Para Davydov (1987), os princípios da escola tradicional para ensino primário restringem as possibilidades do desenvolvimento do pensamento teórico da criança que adentra ao sistema educativo formal, uma vez que seus métodos e conteúdos insistem na conservação da relação com os seus conhecimentos cotidianos apropriados na informalidade. Dito de outro modo, propõem-se aos estudantes somente os conteúdos que eles têm condições de assimilar sem grandes esforços. Ou seja, recorre estritamente às características evolutivas neles desenvolvidas. Portanto, há dupla desconsideração: das possibilidades da criança e do verdadeiro papel que a educação desempenha no desenvolvimento.

Mas, então, o que deveria se constituir como princípios de uma escola atual? Davydov (1982), assim como Vigotski (2001), atribui importância extrema da escola para o desenvolvimento humano, que o entende como antecedido pela aprendizagem. Por isso, confere à educação escolar a tarefa principal de formar os fundamentos do pensamento teórico dos estudantes, consequência da apropriação das bases dos conceitos científicos. Isso requer a adoção de novos métodos e conteúdos de ensino. Preconiza que a criança, ao ingressar na escola,

deve sentir claramente o caráter novo e a peculiaridade daqueles conceitos que agora recebe, diferentemente da experiência pré-escolar. Trata-se de conceitos científicos que precisam ser

tratados com um procedimento distinto e “inesperado” se comparados com a forma que os pequenos tratavam os significados da palavra “casa”, “rua”, etc. (DAVÍDOV, 1987, p. 150).

O autor explicita a diferença entre as necessidades específicas a serem desenvolvidas nos estudantes na educação pré-escolar (nível inferior de escolarização) e na escolar (nível superior):

Nos níveis inferiores, nas crianças deve-se formar a atividade de estudo (pesquisas modernas mostram que isto é possível precisamente quando as crianças assimilam os conceitos científicos). Ao passar aos níveis superiores deve, pelo visto, mudar qualitativamente o conteúdo dos cursos escolares e os métodos de trabalho com eles (por exemplo, deve-se introduzir o método axiomático de exposição, o enfoque investigativo do material, etc).

Nos níveis superiores, a forma, o conteúdo dos conhecimentos e as condições de sua assimilação devem ter uma organização qualitativa diferente dos níveis anteriores. São as diferenças qualitativas, e não as quantitativas, nas diferentes etapas do ensino que devem estar na base das ideias dos didatas e psicólogos que estruturam o sistema total de ensino médio (a conexão do qualitativamente diferente é a verdadeira dialética do desenvolvimento e também a dialética de sua teoria). (DAVYDOV, 1987, p. 150).

Portanto, a criança encontraria na escola uma disposição para com ela totalmente diferente daquela proporcionada na idade pré-escolar. A principal mudança se caracterizaria pelo contato com os conceitos científicos, bem como com um novo método de estudo. Desse modo, se explicitaria a diferença necessária em relação ao princípio de caráter sucessivo, próprio da escola tradicional.

Davydov (1987) considera premente, para a Didática e a Psicologia, a formulação de novas orientações para o processo educativo escolar. Por isso, propõe-se a estabelecer a transformação necessária a cada um dos quatro princípios anteriormente tratados referentes à escola tradicional.

Assim sendo, indica que o ‘princípio da acessibilidade’ da escola

tradicional deveria ser transformado, pela escola contemporânea, em ‘princípio da educação que desenvolve’. Em outras palavras, a organização do ensino se estrutura de forma que promova o desenvolvimento do indivíduo. “Tal ensino deve realmente “arrastar consigo” o desenvolvimento e criar nas crianças condições e premissas do desenvolvimento psíquico que podem ainda faltar neles do ponto de vista das normas e exigências supremas da escola futura” (DAVÍDOV, 1987, p. 150). Porém, o referido autor alerta que o estabelecimento das leis da educação que produz influência de forma ativa no desenvolvimento, se apresenta como um dos problemas considerados, simultaneamente, mais difíceis e mais importantes na organização da escola futura.

Como forma de superação do ‘princípio do caráter consciente’ adotado pela escola tradicional, Davídov (1987) propõe o ‘princípio da atividade’. Trata-se do modo de organização do ensino que se caracteriza como fonte, meio, forma de estruturação, conservação e utilização dos conhecimentos. O autor entende que o ‘caráter consciente’ só é atingido se os estudantes não se envolverem num processo de estudo em que os conhecimentos são apresentados estaticamente prontos e, por si só, traduzem as condições de sua origem. À criança deve ser dada a oportunidade de proceder às transformações específicas dos objetos para modelá-los, bem como estabelecer suas propriedades internas, que se convertem em conteúdo do conceito. Essas ações expressam a conexão essencial e geral dos objetos, que são fontes para formação das abstrações, generalizações e conceitos teóricos.

No estudo dos conceitos teóricos, segundo Davídov (1987), a base é seu conteúdo geral para que, posteriormente, seja identificado em suas expressões particulares. Assim sendo, a especificidade de um conceito é expressão da particularidade de modo geral que caracteriza uma matéria ou disciplina que compõe o currículo escolar. Ao se contemplar essa forma mais desenvolvida do conceito, nos meios próprios da atividade de estudo, é possível de se superar o sensualismo unilateral, o nominalismo e o associacionismo de predomínio na escola tradicional. Além disso, evita-se a dicotomia entre conhecimentos e sua aplicação. Davydov (1987, p. 151-152) afirma que a aquisição dos conhecimentos “no processo da atividade em forma de verdadeiros conceitos científicos refletem, essencialmente, as qualidades internas dos objetos e garantem que o indivíduo se oriente por eles durante a solução de tarefas práticas”.

Em relação ao ‘princípio de caráter visual direto ou intuitivo’ da escola tradicional, a proposta de Davydov (1987) o substitui pelo

‘princípio do caráter objetal’. Portanto, não descarta procedimentos didáticos com base em ações externas com estabelecimento de relações entre objetos ou suas representações do ensino. No entanto, difere da aquisição dos conhecimentos por procedimentos didáticos empíricos, com nomeação de características externas que se apresentam visualmente.

Ao contrário, requer o estabelecimento de inter-relações que revele o conteúdo do conceito, bem como proporcione a representação da ideia primária em modelos (materiais, gráficos e verbais). Tendo como referência suas pesquisas, Davydov alerta que a adoção desse princípio, por parte dos psicólogos e pedagogos, é muito difícil principalmente no que diz respeito ao estabelecimento de tarefas que expressem a ideia geral dos conceitos matemáticos.

As pesquisas de Davydov com vistas à reflexão sobre a aplicação desses novos princípios psicodidáticos, definidores das linhas essenciais da nova escola, mostram que eles trazem como regra fundamental as condições para que mesmo as crianças de sete anos desenvolvam o pensamento teórico-científico. Para tal, a organização das disciplinas deve privilegiar a passagem do geral para o particular. Isso, no entanto, requer a formulação de novos princípios, a seguir enunciados, que incidem sobre a base de ações de estudo específicas.

1) Os conceitos não são dados na forma conhecimentos prontos. Sua apropriação, pelas crianças, ocorre a partir do exame das condições de origem, para que sejam percebidos como indispensáveis à vida em todos os sentidos.

2) Os conhecimentos particulares e concretos se tornam familiarizados, como resultado da apropriação do caráter geral e abstrato. Há, pois, um fundamento único entre ambas as formas de conhecimento, mas que se separam como consequência da orientação que revela a origem dos conceitos, além de ser expressão das exigências do método dialético de ascensão do abstrato ao concreto.

3) Os alunos devem descobrir, por via do estudo das fontes objetal-material, a conexão geneticamente geral, que determina o conteúdo e a estrutura de um conceito em relação ao campo de conhecimento; por exemplo, na matemática escolar, a conexão geral de todos os conceitos é a *grandeza*.

4) Essa conexão deve ser reproduzida por meio de modelos especiais – objetais, gráficos ou simbólicos – de modo que possa estudar as suas propriedades de forma pura. Assim, em Matemática, as crianças representam as relações gerais das medidas entre grandezas por $a/b = c$ (c representa a quantidade de vez que a medida da grandeza b cabe em

a).

5) Necessário se faz que os estudantes formem ações objetais de modo que permitam-lhes reproduzir nos modelos a conexão essencial do objeto expresso no material de estudo para, posteriormente, estudar as suas propriedades. Nesse processo é que se explicitam, por exemplo, a inter-relação da base de todos os conceitos referentes aos distintos números (inteiros, fracionados e reais), que é a divisibilidade e a multiplicidade das grandezas.

6) Os estudantes, aos poucos e no tempo próprio, devem passar das ações objetais para o plano mental.

Observa-se, pois, que:

A essência e a finalidade do novo ensino é o desenvolvimento das capacidades gerais, genéricas do homem; a aquisição, por parte deste, dos procedimentos universais da atividade. A orientação da escola e da sociedade ao desenvolvimento da personalidade do homem em crescimento transmite uma "dimensão humana" aos objetivos do ensino, como a elaboração, nos jovens, de uma posição cívica consciente, a preparação para a vida, o trabalho, a criatividade social para a participação na autogestão democrática e a responsabilidade pelos destinos do país e da civilização (DAVYDOV, SLOBÓDCHIKOV, 1991).

Esses resultados foram obtidos por alunos do segundo ano, como mostram as investigações de Davydov (1987), ao conviverem com o desenvolvimento de tarefas que contemplavam os referidos princípios que os fizeram atuar por via da generalização teórica. O alcance do desenvolvimento dos estudantes se evidenciou ao: analisarem autonomamente os dados da tarefa, separarem as conexões essenciais e adotarem uma tarefa como uma variante particular daquelas resolvidas por meios teóricos.

4.2 O FUNDAMENTO MATERIALISTA DIALÉTICO DA PROPOSTA DE DAVYDOV

As teses básicas da filosofia dialética materialista foram a fonte teórica na elaboração da proposta de Davýdov (1982). Isso significa dizer que ele manteve-se coerente com a preocupação e compromisso

dos filósofos e cientistas soviéticos que, desde as primeiras décadas após a Revolução Socialista de Outubro de 1917, procuraram incorporar a essência da referida filosofia como forma de contrapor ao idealismo e ao materialismo mecanicista. Assim, Davydov (1988) expõe as questões relevantes sobre o estudo da natureza histórico-social da atividade, da consciência e da personalidade, bem como do pensamento humano para contemplar em um sistema de ensino.

Ao se referir às principais teses da teoria materialista do pensamento, Davydov (1988) trata das seguintes: a atividade prática como base do pensamento humano, o ideal como reflexo do objeto, a especificidade da sensibilidade humana, particularidades do pensamento empírico, o conteúdo específico do pensamento teórico, a modelação como meio do pensamento científico, o sensorial e o racional no pensamento, o procedimento da ascensão do abstrato ao concreto, particularidades da generalização substantiva e do pensamento teórico. No entanto, trataremos em único texto, em vez de distribuí-las em seções específicas.

Para Davýdov (1982), quando se fala em materialismo histórico e dialético, a referência é o seu modo de pensar e compreender a realidade com suas contradições e em permanente transformação. Trata-se, pois, de uma concepção filosófica, advinda dos estudos de Karl Marx e Friedrich Engels sobre a sociedade capitalista e suas consequências na formação das desigualdades sociais. Sua postulação é de que as relações sociais se produzem interligadas às forças produtivas, decorrentes da modificação, pelos homens, do modo de produção – maneira de ganhar a vida. Isso significa dizer que o fator determinante da organização política e das representações intelectuais de um determinado momento histórico se constitui no modo pelo qual a produção material de uma sociedade é realizada.

Por extensão, as leis do pensamento e da realidade se correspondem mutuamente. Assim, matéria e história são os fundamentos da realidade que não pode ser analisada e entendida em um movimento linear, mas como sendo contraditória, em constante transformação e dependente do contexto histórico. O princípio da contradição é decisivo para se pensar a realidade e apreendê-la em sua essencialidade (DAVÝDOV, 1982).

Segundo Davýdov (1988), a teoria materialista dialética entende que as formas mais desenvolvidas de pensamento, na sociedade atual, se objetivam nas formas científicas de expressar e compreender uma determinada situação da realidade. A gênese do pensamento é considerada como um procedimento objetivo da atividade da

humanidade. O movimento do pensamento se produz por meio da materialidade histórica da vida dos homens em sociedade, que oportuniza o descobrimento das leis fundamentais definidoras da forma de organização dos homens durante a história da humanidade.

Davydov (1988) busca referência em Marx e Engels para expressar a tese materialista dialética de que todo o conhecimento humano tem como base a atividade objetual-prática, produtiva, isto é, o trabalho. Desse modo, um procedimento indispensável ao se analisar a origem e o desenvolvimento do pensamento é esclarecer, desde o início, as particularidades da referida atividade.

Conforme Davýdov (1982), são as condições materiais objetivas que determinam o homem, das quais também se faz sujeito. Sendo assim, ele produz reciprocamente o mundo e a si mesmo. Pela ação prática, ao se produzir, transforma mutuamente tanto sua natureza interna quanto externa. Desse modo, a realidade não é algo objetivo e externo ao homem, mas uma modelação da sua própria ação. Há, pois, uma interação permanente entre homem e natureza.

Mas como os objetos da natureza se apresentam às pessoas? De acordo com Davydvov (1988), eles aparecem tanto como objetos quanto meios com o desígnio de fabricação de instrumentos que são usados no processo de transformação da natureza. Os instrumentos de trabalho são antecidos por uma imagem ideal da sua finalidade e do próprio produto requerido, portanto, possui uma função de orientação. Isso significa dizer que a natureza não dá ao homem, de forma pronta, os elementos necessários para produzir os produtos de sua existência. Para que os objetos naturais atendam as necessidades do homem é preciso que sejam transformados para tal finalidade, o que é próprio e caracteriza sua atividade. Porém, antes de se tornarem em elementos de uso há uma antecipação, idealmente, de dupla metamorfose para que atendam os seus fins: das suas propriedades externas e das inter-relações internas que mudam as suas propriedades para atingir um novo estágio.

Nesse processo de mudança ocorre um tipo especial de movimento, promovido pelos indivíduos humanos, que inclui um objeto em outros, fator de superação da sua imediatividade para atingir uma existência mediatizada com evidenciação das conexões internas. Isso ocorre por duas circunstâncias imprescindíveis à formação de formas mais elaboradas de pensamento: pela repetição em condições e situações externas que gera as modificações, bem como pela transmissão entre as pessoas e gerações dos procedimentos – por meio de seus modelos e padrões – adotados na atividade (DAVÝDOV, 1982).

Em tais circunstâncias, o importante é que as pessoas separem e

fixem somente as condições imprescindíveis à reprodução de uma ou outra forma de movimento dos objetos. Portanto, deixa-se à margem as condições casuais e priorizam-se aquelas que efetivamente estabelecem os procedimentos da atividade, representados em seus modelos sociais. É assim que, por meio do trabalho, os objetos se transformam com a explicitação das propriedades internas que as constituem, isto é, as formas que consubstanciam o seu movimento. Como forma de argumentar essas afirmações Davydov (1982, p. 282) recorre a Marx e Engels ao afirmarem que a “criação prática de um mundo objetivo e a transformação da natureza inorgânica é uma autoafirmação do homem como ser genérico consciente”.

Para Davydov (1982), no trabalho, em suas formas objetual-sensoriais, ao trazer à tona as propriedades internas do objeto, se passa a diferenciar o essencial, universal. Isso acontece porque o indivíduo, ao se inserir na atividade, traz um posicionamento próprio da sua espécie: a humanidade. Esta é socializada – pela sua universalidade – e se reproduz, bem como assimila os objetos em sua essência e medida. Assim, a base de todo o conhecimento – empírico e teórico – é o caráter universal da prática e sua manifestação na natureza humanizada. Para sintetizar todo esse processo, Davydov (1982, p. 285-286) recorre a Lênin que formulou esta circunstância: "A prática é superior ao conhecimento (teórico), porque possui não só a virtude da universalidade, como também a da realidade imediata".

No entanto, essa superioridade não pode ser entendida na imediatez da realização de algo corriqueiro ou pela aparência e propriedades externas de um objeto, próprio do conhecimento empírico. Pelo contrário, ela traduz-se em produto histórico da relação de transformação mútua entre homem e a natureza que produziu a humanidade socializada, isto é, no processo mesmo do trabalho produtivo.

De acordo com Davydov (1982), a prática objetiva recria as ligações universais da realidade em sua essência experimental que somente o pensamento teórico – de modo algum o empírico – apresenta as plenas condições para a efetivação de realizar a totalidade das possibilidades cognoscitivas. Por meio do pensamento teórico o homem idealiza os elementos de sua produção, inicialmente, num modo cognitivo objetual-prático que, posteriormente, transforma-se em experimento mental, em nível de conceito propriamente articulado em um sistema. Porém, vale considerar que o processo de desenvolvimento histórico da produção material e espiritual não ocorreu em um momento específico, mas no decorrer de um longo tempo até que o pensamento

teórico atingisse seu estágio atual.

Nesse contexto, surge outro pressuposto materialista dialético de que a sensibilidade humana tem sua especificidade que faz do ideal o reflexo do objeto. A atividade espiritual do homem está vinculada à vida prática da sociedade e se apresenta como seu reflexo ideal. Davýdov (1982, p. 286) diz: “O ideal é o reflexo da realidade objetiva nas formas da atividade subjetiva do homem social (em suas imagens internas, móveis e metas) que reproduz esse mundo objetivo. Isso se revela no conseqüente processo formativo do objeto necessário, realizado na atividade”. O homem evidencia as formas do objeto material na ação prática para, posteriormente, passar ao plano da representação ideal.

Conforme Davydov (1988) há um processo transformativo caracterizado por um movimento cíclico “coisa-obra-palavra-obra-coisa” que se torna realidade na produção social, como também no consumo. A gênese do caminho geral da idealização da atividade prática-objetiva foi a modificação da própria sensibilidade do homem se comparado com os animais.

Precisamente esta transformação assegurou à sensibilidade do homem a função denexo da vinculação entre as ações propriamente materiais e as representações, a função de forma inicial da conjectura ideal dos objetos e que conduziu ao desenvolvimento de todos os tipos de atividade mental do homem, que inclui o pensamento (DAVYDOV, 1982, p. 286).

Para tal, a principal motivação é que, diferentemente do que se passa com os animais, os objetos naturais se apresentam, aos homens, numa atividade objetiva transformadora como algo necessário e, ao transfigurarem-se, satisfaz as necessidades sociais.

Como consequência da evolução dos órgãos dos sentidos, o homem pode efetuar as modificações necessárias nos objetos para tornarem-se adaptáveis e úteis à sua atividade laboral. Davydov (1982) considera que a distinção, pelos órgãos dos sentidos, das classes dos objetos e os métodos da atividade perceptiva produzem denominações verbais estáveis, que se transformam em mediadoras para a realização da própria atividade.

Por conseguinte, é possível cumprir a função de planejamento e regulação que são peculiares no processo de trabalho. Nesse aparato de inter-relações, a sensibilidade humana dota-se de três traços que a

peculiariza. O primeiro diz respeito ao ciclo de objetos perceptíveis e os métodos de distingui-los como sendo pertinentes às possibilidades e aos interesses da produção social em função dos modos de execução. O segundo se refere ao papel da linguagem e dos padrões materiais na organização da atividade perceptiva. Finalmente, o terceiro diz que ambos, linguagem e padrões materiais, permitem apoiar nas representações dos objetos tanto o trabalho quanto as situações de comunicação.

Por extensão, acontece a planificação do trabalho que dá um caráter teórico à atividade prática-produtiva direta, constituindo-se em atividade tipicamente humana, fonte de todas as formas de apropriação da realidade.

Assim, para o materialismo dialético, “a natureza intervém como objeto do conhecimento humano, que incorpora a atividade objetiva-transformadora produzida na prática, convertendo-se em natureza humanizada” (DAVYDOV, 1982, p. 293-294). Desse modo, os objetos se apresentam ao homem pela atividade sensório-objetiva em vez da contemplação passiva. As representações da atividade prática e de sua comunicação se tornaram em meios de planejamento de futuras ações. Para tal é requerida a comparação das variantes, para determinar aquela que convém. Desse modo, surgiu a atividade reflexiva, que torna possível de modificar tanto as imagens ideais quanto os projetos.

A capacidade de realizar as modificações, com base na experiência, gera um novo tipo de atividade denominado de pensamento, que permite a transformação das imagens no plano das representações sensoriais e na atividade verbal-discursiva que a elas se relacionam. “Porém, em ambos os casos, tem essencial importância os meios de expressão simbólica e generalizadora das imagens ideais: padrões discursivos e materiais que descrevem e representam os objetos e métodos de produção dos mesmos” (DAVYDOV, 1982, p. 294-295).

Desse modo, na atividade laboral, trabalho, está incorporado idealmente a sua própria face reflexiva. Em outras palavras, no processo de estruturação e transformação do projeto do objeto, surge a compreensão racional dele mesmo, do seu conceito.

Nesse contexto, se explicita a existência de dois tipos básicos de pensamento humano que, nas proposições de ensino davidovianas, são referências: o pensamento racional-empírico e o pensamento teórico. Cada qual promove o desenvolvimento de correspondentes abstrações, generalizações e conceitos. Conseqüentemente, apresenta conteúdo específico e procedimento próprio de solução de tarefas cognitivas e de formação de novos conhecimentos.

A seguir, apresentamos um quadro com algumas características definidoras do pensamento empírico e do pensamento teórico, com base em Davydov (1982):

Quadro 1: Características do pensamento empírico e teórico

Característica	Pensamento empírico	Pensamento teórico
Elaboração do conhecimento	Por meio da comparação e representação dos objetos. Consequência: permite somente a separação, nos objetos, das propriedades iguais explícitas.	Surge da análise do papel da função que cumpre certa relação entre as coisas que compõem o sistema.
Comparação x Análise	Prende-se na comparação para separar a propriedade formalmente geral, o que permite a referência aos objetos individuais em uma classe formal determinada, independentemente de eles estarem em relação entre si.	A análise busca estabelecer a relação real e especial entre as coisas que serve como base genética das outras manifestações do sistema. Essa relação atua como forma geral ou essência do todo reproduzido mentalmente.
A base de obtenção do conhecimento	A observação que reflete só as propriedades externas dos objetos, bem como o apoio nas representações visuais. Descrição, catalogação, narração e localização do aspecto que se revela e aflora ao exterior. Captação das diferenças	Surge da transformação dos objetos que reflete suas relações e ligações internas. Intera-se no nexos interno para reproduzir o desenvolvimento, o processo formativo do sistema, em sua integridade, o concreto. Revelação das peculiaridades e conexões dos objetos

	sensíveis e das contradições.	singulares. Captação da diferença e da contradição, bem como da <i>transição</i> de um objeto ou evento ao outro.
Propriedades gerais <i>versus</i> propriedades particulares	São colocadas num mesmo plano.	Fixam-se na conexão entre a relação realmente geral e suas diferentes manifestações, isto é, conexão do geral e do particular.
Concretização do conhecimento	Consiste na seleção de ilustração, exemplos que entram na classe formalmente identificada.	Conversão do conhecimento em uma teoria desenvolvida por via da dedução e explicação das manifestações particulares do sistema, a partir de fundamentação geral.
Meio indispensável de fixação do conhecimento	É a palavra, um termo.	Se expressa no procedimento da atividade mental e, depois, em diferentes sistemas simbólicos e de signos. Em particular, nos meios da linguagem artificial e natural. O conceito teórico pode existir como procedimento para separar o singular do geral, porém ainda sem ter sua expressão

		terminológica.
Dependência	<p>Cada coisa solta tem sua realidade independente.</p> <p>Movimento visível.</p> <p>Universalidade com base no princípio da repetição abstrata.</p>	<p>Uma coisa se expressa em outra num certo todo.</p> <p>Movimento interno.</p> <p>O observável se correlaciona mentalmente com o "passado" e com as potências do "futuro". Reúne coisas distintas e multifacetadas, não coincidentes, num todo único.</p> <p>Aparece a conexão objetiva do geral (íntegro) e o singular (diferente).</p> <p>Não encontra nada igual em cada objeto isolado da classe</p> <p>Estuda a interconexão dos objetos soltos dentro do todo, do sistema e de sua constituição.</p> <p>Reproduz o <i>desenvolvimento</i>, o <i>processo formativo do sistema</i>, da integridade, do concreto. Somente</p>

		neste processo revela as peculiaridades e conexões dos objetos singulares.
Tese de seus fundamentos	Oriundas da lógica formal tradicional.	Concernentes à lógica dialética.

Fonte: ADEMIR DAMAZIO

Vale reafirmar que Davydov, em sua proposta de ensino, dá atenção especial ao pensamento teórico, por ser considerado o mais pertinente com a essência da concepção materialista dialética, como meta a ser atingida no processo educativo escolar. O seu procedimento de obtenção é denominado de ascensão do abstrato ao concreto, cujo teor apresentaremos, nesta seção, mais adiante.

Outro aspecto que Davydov trata ao se referir às teses do materialismo dialético é a “modelação como meio do conhecimento científico”. Entretanto, não é apresentada como algo dado em situações extremamente circunstanciadas. De acordo com Davidov (1988), a modelação se insere no processo de tradução de outra tese materialista dialética de que o ideal é o reflexo do mundo externo em formas socialmente determinadas da atividade humana.

Tal pressuposto, conforme o autor, advém da definição de Marx de que o ideal representa a forma transplantada do material para a cabeça do homem, que a transforma. O termo ‘cabeça’ não é compreendido no modo naturalístico, mas as produções sociais, isto é, todas as formas de atividade, tais como: linguagem (seu léxico, sua estrutura sintática) e as categorias lógicas. Tal forma de expressão do externo, do material, é a manifestação de sua conversão em fato ou patrimônio do homem social. Em outras palavras: converte-se no ideal. Para Davydov (1988, p. 18):

A forma ideal do objeto material é revelada na capacidade do homem para recriá-lo ativamente, apoiando-se em palavras, projetos e modelos, na sua capacidade de converter a palavra em ações e, por meio das ações, em coisa. O material se torna o ideal e o ideal se torna real somente na atividade reprodutiva permanente, que se efetiva conforme o esquema: coisa – ação – palavra – ação – coisa. Nestas passagens permanentes dentro da atividade humana só existe a imagem ideal da coisa.

O ideal de uma coisa externa surge na atividade do sujeito. Como tal, é consequência de uma necessidade que deriva uma imagem interna. Sua existência difere do real observável externamente e das estruturas corpóreas materiais do cérebro e da língua, por meio das quais essa coisa existe “dentro” do sujeito. É, pois, uma forma da coisa fora de si mesma, com a qualidade de ser especificamente no homem, isto é, como atividade.

Portanto, esse processo vincula-se à sociabilidade dada por natureza da atividade laboral de separação e transmissão, pelos e entre os homens, das normas de ação e dos dados dos objetos correspondentes. A separação das classes dos objetos tem por base e critério os diversos tipos de atividade com vistas à satisfação de determinadas necessidades.

Nesse sentido, Davíдов (1988) chama a atenção para a importância de se entender o desenvolvimento histórico do homem. Para o autor, a representação que expressa a formulação ideal do objeto remonta à transformação radical do caráter da sensibilidade do homem, se comparada aos animais, por ter assegurado a função de elo entre as ações materiais e as representações. Por extensão, surge o desenvolvimento do pensamento e de todos os tipos de atividade espiritual do homem.

As representações dos objetos tiveram como gênese na atividade prática das pessoas e, posteriormente, passaram a ser adotadas nas situações de comunicação verbal. Desse modo, traduzem-se em meio de planejamento para novas ações, que implicava a comparação entre as suas variantes, a fim de optar por aquela considerada mais conveniente. Assim sendo, elas se constituem em objeto da atividade do homem sem uma referência direta às coisas em si. Dito de outro modo, trata-se de uma atividade que proporciona a transformação das imagens ideais, isto é, os projetos das coisas, sem modificá-las até um certo momento.

A transformação das imagens é geradora de uma atividade humana subjetiva, o pensamento, e torna possível sua realização no plano das representações sensoriais e na atividade verbal-discursiva, que a elas se ligam. Nesse processo, tornam-se referências imperativas os meios de expressão semiótica das imagens ideais, ou seja, os padrões verbais e materiais que descrevem e reapresentam os objetos, como também os procedimentos de sua produção. Decorrente da referida transformação é que ocorre, num processo complexo e contraditório, a compreensão propriamente racional do objeto.

Ao se considerar que todas as atividades espirituais do ser humano se constituem em processos eminentemente sociais, elas se

caracterizam por procedimentos e meios de construção e operação com os objetos, para que sejam idealizados, fixados e transformados. Para tanto, os símbolos e os signos, bem como as formas mistas de ambos, se apresentam como os meios necessários à construção da objetivação idealizada. Conforme Davýdov (1982, p. 312-313):

Os símbolos são – ditos com palavras de Hegel – representações sensoriais de certo gênero (podem combinar-se com os signos, por exemplo, com a designação verbal-gráfica). A forma sensorial do símbolo é semelhante aos objetos que representa. Por exemplo, a escala de dureza, materialmente representada, é um símbolo com um determinado ordenamento referido ao atributo “dureza”. A forma sensorial do signo não tem semelhança física com o objeto que representa (entre os sistemas de signos estão a linguagem natural, os grafismos científicos artificiais, como por exemplo, os signos matemáticos).

No contexto da idealização simbólico-sinalizadora de produção do conhecimento, se apresenta a “modelação”, que não é a coisa pronta, pois, se assim fosse, não passaria de um simples receituário. Davýdov (1982, p. 313) considera como “mais aceitável” a definição de modelo dada por V. Shtoff: “Um sistema representado mentalmente ou realizado materialmente que, ao refletir ou reproduzir o objeto de investigação, é capaz de substituí-lo de modo que seu estudo nos dê uma nova informação sobre este objeto”.

A concordância entre os dois autores também se expressa quanto à existência de dois tipos de modelos: materiais e mentais. Os primeiros refletem uma transformação do objeto que pode ser expressa de três modos. Um deles que revelam as particularidades espaciais dos objetos, como é caso de maquetes. O outro tipo apresenta certas semelhanças físicas do original, por exemplo, um modelo de uma represa. Por fim, aqueles que apresentam as propriedades estruturais com aqueles adotados pela matemática e cibernética, cita-se o desenho das figuras geométricas.

No que diz respeito aos modelos mentais, como o nome indica, eles permitem a transformação pelo próprio ato mental. Podem ser do tipo: imagens icônico-figurativas (como, por exemplo, desenhos e croquis), e ainda de signos, como é o caso das fórmulas algébricas. Estes requerem uma interpretação especial para que não percam a referida

função. Da mesma forma, o modelo material, pelo seu caráter visual, exige que se compreenda não só os seus aspectos externos, mas também a sua estrutura, isto é, o que nele está incidido.

Em toda atividade científica os modelos se convertem numa espécie de substituto do objeto real de estudo. Por isso, torna-se necessário que ele próprio seja investigado, o que subsidia a obtenção de novos dados sobre o próprio objeto. Nisso, segundo Davydov (1982), está a sua principal função como modelo que, portanto, não é simples substituto dos objetos. É, pois, expressão de uma abstração peculiar, pela qual é traduzida “as relações essenciais destacadas do objeto estão consolidadas em nexos e relações gráfico-perceptíveis e representadas nos elementos materiais e semióticos. Trata-se de uma unidade peculiar do singular e o geral, na qual em primeiro plano se apresenta o geral, o essencial” (DAVÝDOV, 1982, p. 135).

Assim sendo, a expressão das relações essenciais da realidade em imagens não se traduz em captação sensorial em forma elementar e primária. Os modelos e as representações, portanto, são produtos de uma atividade cognitiva complexa, consequência da elaboração mental do material sensorial inicial destituído de intervenientes momentâneos e causais. Em síntese, os modelos exercem o papel de produto e o meio da atividade de apropriação conceitual.

Outra questão que diz respeito ao materialismo histórico e dialético é o movimento ou procedimento de ascensão do abstrato que, segundo Davídov (1988), está ligado a outros conceitos, principalmente, à unidade do singular (peculiar) e do universal, por se tratar da conexão que mediatiza o processo de desenvolvimento do todo.

Ao se falar em ascensão do abstrato e concreto é necessário, conforme Kosik (1985), que se entenda como um método do pensamento, isto é, como movimento atuante no desenvolvimento conceitual, no elemento da abstração.

A ascensão do abstrato ao concreto não é uma passagem de um plano (sensível) para outro plano (racional); é um movimento no pensamento, e do pensamento. Para que o pensamento possa progredir do abstrato ao concreto, tem aí que mover-se no seu próprio elemento, isto é, no plano abstrato, que é a negação da imediatividade, da evidência e da concreticidade sensível. A ascensão do abstrato ao concreto é um movimento para o qual todo

início é abstrato e cuja dialética consiste na superação desta abstratividade. O progresso da abstratividade à concreticidade e, por conseguinte, em geral movimento da parte para o todo e do todo para a parte; do fenômeno para a essência e da essência para o fenômeno; da totalidade para a contradição e da contradição para a totalidade; do objeto para o sujeito e do sujeito para o objeto. (KOSIK, 1985, p. 30).

Davídov (1988) entende que o procedimento de investigação de ascensão do abstrato ao concreto está ligado ao sentido dos conceitos os quais passaremos a explicitar. Tal procedimento traduz a reprodução teórica do concreto real como unidade do diverso. Todo ato mental é concreto ao se constituir como processo de síntese, não é somente um resultado, mas o verdadeiro ponto de partida. Inicialmente, o concreto real se apresenta ao homem com seu teor sensorial, que tem como formas peculiares a contemplação e representação. Estas peculiaridades possibilitam a captação da totalidade do objeto, bem como as conexões que conduzem à universalidade do processo de conhecimento, porém se fragilizam por não conseguirem estabelecer o caráter interno de tais conexões.

No entanto, os dados obtidos por meio da contemplação e da representação transformam-se em tarefa do pensamento teórico que precisa elaborá-los em forma de conceito. Consequentemente, requer a busca da essência, isto é, da reprodução omnilateral do sistema de conexões internas que originam o concreto dado.

Davidov (1988) reporta-se à concepção dialética de Lênin ao dizer que a busca da referida reprodução começa, necessariamente, pelas definições abstratas que a elevam ao concreto por meio do pensamento. Porém, não pode ser qualquer tipo de abstração, por exemplo, a empírica, pois dão conta apenas de classificar os objetos, mas aquela que expressa as conexões internas do sistema integral em estudo.

Para reproduzir o concreto é indispensável uma abstração inicial que, segundo Davýdov (1982, p. 338-339), apresenta as seguintes propriedades:

Primeiro, a abstração tem de indicar o curso seguido na formação do sistema. Supõe que o conteúdo desta abstração deve corresponder, na realidade, à origem do surgimento do conceito, ao início do concreto, ao simples e geral. Por sua

vez, tal conteúdo tem de envolver contradições, cuja solução ocorre pela sua distribuição nos diversos elementos que, em resumo, determinam um sistema integral desarticulado. Segundo, o conteúdo de tal abstração deve corresponder de forma qualitativa a natureza de todo o sistema, ser a mais simples e compacta forma de relações dentro do todo e sua peculiaridade distintiva; essa simples forma não depende de outras de outras relações mais desenvolvidas do todo. Terceiro, como base universal e genética da referida abstração, expressa o fundamento substancial da mesma, isto é, a essência que garante a unidade das desagregações que se produzem em diversos componentes relativamente independentes. De forma resumida, as propriedades da abstração inicial podem ser expressas assim: é a conexão historicamente básica, contraditória, simples e substancial do concreto reproduzível.

O desenvolvimento do pensamento abstrato que ascende do mais simples às formas mais complexas é a característica do processo histórico. As propriedades da abstração inicial só se satisfazem pela relação real de determinado sistema integral e em forma sensório-contemplativa. Isso se constitui como em ente concreto, que se torna o fundamento genético do todo, isto é, o universal. No entanto, é possível a identificação da unidade real e objetiva do singular e do universal, que se torna a mediadora do processo de desenvolvimento do todo.

Para Davídov (1988), a especificidade da abstração inicial também tem sido expressa por diferentes denominações: “abstração concreta”, “conexão concreto-universal”, “célula objetiva do todo investigado” ou simplesmente “célula”. Porém, adota os termos “célula” ou “abstração substantiva”, por entender que eles traduzem a relação contemplativa do sistema integral.

A questão que se apresenta é: a abstração inicial, por ser real e observável, é abstração? A resposta de tal pergunta, pela via da lógica dialética, requer uma análise do conceito de abstrato e sua correlação com o conceito de concreto, designativo de certo todo desenvolvido, isto é, a unidade de diferentes aspectos. De acordo com Davídov (1982, p. 340-341), o “abstrato e o concreto são momentos do desmembramento do objeto, da própria realidade, refletida na consciência, por isso, são

momentos derivados da atividade mental”.

O autor diz que confirmação da objetividade dos referidos momentos traduz-se na peculiaridade mais importante da dialética como lógica. Como argumento para tal afirmação, usa o pressuposto de Lênin de que a natureza é, simultaneamente, concreta e abstrata. Além disso, a abstração se constitui como apenas um momento da realidade material em estado de mudança constante.

Davídov (1988) admite duas formas de abstração substantiva: 1) a geneticamente inicial de um determinado todo, que vê e entende o objeto, inicialmente, como simples e homogêneo, sem as devidas mudanças; 2) forma de um objeto, que atingiu outro grau de desenvolvimento, em que as diferenças se apresentam num mesmo nível, consequência da mútua redução real dos tipos particulares do objeto.

Ao se analisar a abstração substantiva no contexto da ascensão do abstrato ao concreto, ela se caracteriza como teórica, ou seja, uma contraposição à empírica. Observa-se, pois, que neste vincula-se um movimento que vai do geral para o particular, o que incide na referência do singular, particular e do universal. Nesse sentido, Davídov (1988, p. 144-145) diz:

A determinação do singular e do universal está intimamente ligada à natureza das abstrações. A lógica dialética considera que fora da cabeça do sujeito cognoscente existem coisas e fenômenos singulares, particulares, que aparecem como produtos e aspectos do desenvolvimento de certa concretude. A base deste processo é a relação objetual absolutamente real, sensório-perceptível, a “célula” desta concretude. Ainda que exista em uma forma totalmente específica de relação objetual, esta “célula”, ao mesmo tempo, tem as qualidades da forma abstrata universal, que determina o surgimento e o desenvolvimento de outros fenômenos peculiares e singulares dentro de determinado todo.

As manifestações do concreto são as propulsoras para que a abstração substantiva revele sua natureza universal. Esta expressa as possibilidades da base genética de determinado todo e, também, está ligado à redução dos tipos particulares do objeto ao objeto abstrato. Consequentemente, a existência da forma do universal não se apresenta

no seu modo em si, mas como unidade em que se acresce o particular e o singular, como um tipo especial de suas conexões e reduções mútuas.

Davídov (1988, p. 146) explica como se dá a constituição da unidade universal/particular/singular:

Convém assinalar que a realidade do universal como forma específica, junto com a forma do particular e do singular, revela-se precisamente na inter-relação dos fenômenos particulares e singulares. Esta inter-relação pode existir tanto no processo de desenvolvimento do concreto, como na conversão dos tipos particulares do objeto em sua forma universal. Em outras palavras, à semelhança do abstrato e do concreto, o singular e o universal atuam como determinação da realidade mesma dada ao homem sensorialmente.

Nesse movimento é que ocorre a tomada de consciência de que os elementos da referida unidade são aspectos da realidade objetiva, que também possibilitam o entendimento das vias de seu reflexo no pensamento como base nas ações de abstração e generalização, ou seja, a expressão objetiva, os conceitos. Nesse sentido, vale observar o alerta do autor de que as formas mentais que se desenvolvem espontaneamente correm o risco de se traduzir em pensamento empírico que estabelece as dependências externas das coisas.

Davídov (1988) e Davýdov (1982) chama a atenção que essa unidade se expressa na essência das coisas que tem sua existência entre os fenômenos. Portanto, há necessidade que se diferencie um do outro. A essência, interna, se caracteriza como o mediatizado, isto é, base dos fenômenos. Estes, por sua vez, são a externalidade, manifestação imediata, da essência. Davídov (1988, p. 147) assim expressa a sua síntese sobre a essência: “É a conexão interna que, como fonte única, como base genética, determina todas as outras especificidades particulares do todo. Trata-se de conexões objetivas, as que em sua dissociação e manifestação asseguram a unidade dos aspectos do todo, isto é, dão ao objeto um caráter concreto”. Em outras palavras, é a determinação universal do objeto, que aparece em forma de lei. A essência do objeto concreto é a expressão caracterizadora da abstração substantiva, isto é, geneticamente inicial, pela qual quaisquer objetos se reduzem a sua forma universal.

Desse modo, o processo de ascensão do abstrato ao concreto

demanda procedimentos analíticos de separação da abstração inicial pelo estudo das interdependências dos dados. A base genética de toda a análise das relações particulares é o caráter de universalidade. Trata-se, pois, de reduzir as diferenças que se apresentam no todo em uma base única, essência. No entanto, tal separação é uma ação inicial importante desde que seguida do estudo especial da forma universal do todo, que não pode ser confundido com suas formas particulares em que ele também se manifesta.

Conforme Davídov (1988), ao se proceder a separação da célula de uma determinada totalidade, evidencia-se a base da sua dedução genética, atingida pela rearticulação das conexões que reflete o desenvolvimento da essência, a formação do concreto. Para atingir esse nível necessário se faz o conhecimento das relações que determinam a própria essência. É, então, um processo de síntese na própria análise com a finalidade de elaborar as abstrações indispensáveis.

Assim, redução e ascensão são dois processos que se unem no movimento para o concreto que determina os procedimentos da atividade do pensamento teórico. Porém, a redução se constitui como um momento subordinado. A ascensão é que expressa a natureza do pensamento teórico e revela as contradições existentes na relação estabelecida na abstração inicial.

Davídov (1988) destaca algumas dificuldades no processo de ascensão do abstrato ao concreto. Um deles é o cuidado para não incluir formalmente os fenômenos particulares no geral, em vez disso faz-se necessária a busca dos possíveis elos mediadores para estudar determinadas manifestações particulares. Isso significa dizer que a ideia sobre o universal, que expressa durante a análise, não incide de forma direta nas manifestações particulares e singulares do todo. Outra dificuldade é o necessário exame e inclusão no concreto mental de somente as conexões e relações realmente dedutíveis de essência que não contribuem com suas propriedades casuais, secundárias. A saída é o estabelecimento de um plano geral do todo como meio de evitar o desvio no processo de ascensão e criar as necessárias abstrações.

Davídov (1988) destaca, como premissa e condição indispensável da reprodução teórica da realidade, a atividade de imaginação, isto é, a capacidade de antecipar o todo sem a proeminência das suas partes. Em outras palavras, é preciso contemplar as conexões e integridades peculiares dos objetos.

No processo de solução das tarefas cognitivas, a análise e síntese - duas formas de pensamento - formam uma unidade. Isso significa dizer que na ascensão do abstrato ao concreto, isto é, a síntese, também

acontece a análise em que são destacadas as concernentes abstrações e posteriormente é que o pensamento se movimenta em direção ao concreto. Davídov (1988, p. 150) detalha a dinamicidade da unidade síntese/análise.

1) pela análise dos dados reais e sua generalização separa-se a abstração substantiva, que estabelece a essência do objeto concreto estudado, que se expressa no conceito de sua “célula”; 2) depois, pelo caminho da revelação das contradições nesta “célula” e da determinação do procedimento para sua solução prática, segue a ascensão a partir da essência abstrata e da relação universal não desmembrada, até a unidade dos aspectos diversos do todo em desenvolvimento, ao concreto.

Para o autor supracitado, o concreto se expressa duplamente no pensamento teórico. Inicialmente, no conceito como reelaboração da contemplação e representação. Posteriormente, na atividade mental como reunião das abstrações. Davídov (1988) faz questão de destacar, como forma de chamar a atenção, que o caráter concreto ou abstrato depende exclusivamente do seu próprio conteúdo objetivo. Ou seja, independe de se estar próximo das representações sensoriais. A explicação é:

Se o fenômeno ou o objeto é examinado pelo homem independentemente de certa totalidade, como algo isolado e autônomo, trata-se somente de um conhecimento abstrato, por mais detalhado e visível que seja, por mais “concretos” que sejam os exemplos que o ilustram. Ao contrário, se o fenômeno ou objeto é tomado em unidade com o todo, se é examinado na sua relação com outras manifestações, com sua essência, com a origem universal (lei), trata-se de um conhecimento concreto, mesmo que seja expresso com a ajuda dos signos e símbolos mais “abstratos” e “convencionais”. (DAVÍDOV, 1988, p. 150-151).

Desse modo, as categorias abstrato e concreto, numa concepção materialista histórico e dialética, são indicativas de uma tendência, um vir a ser, no processo de apreensão do conhecimento. Trata-se, pois de um movimento com vista a um ponto de referência, bem como o nível em que uma determinada análise está em processo de concretização.

4.2.1 Davidov e a teoria da atividade

A atividade, considerada objeto de estudo da Psicologia Histórico-Cultural, também foi relevante na organização da proposta de ensino de Davidov. Mas a qual concepção de atividade ele se refere?

A base dessa teoria foi desenvolvida por Leontiev (1978), que considerou o pressuposto da teoria marxista de que o ser humano tem natureza histórico-social. Uma das suas premissas é de que a atividade se caracteriza como mediadora da relação entre o homem e a natureza, pela qual produz os objetos e a realidade humana. Por extensão, a origem dos processos psicológicos superiores – da atividade psíquica – são as relações sociais do indivíduo, estabelecidas no contexto social e cultural.

Em seus estudos, Leontiev (1978) analisa o processo de desenvolvimento da consciência desde sua gênese, passando pelo nível primitivo até atingir o estágio de classes sociais. O autor mostra que, a partir da sociedade primitiva, a atividade humana assume como qualidade especial e peculiar de ser sempre eminentemente social. Sua realização ocorre mediante determinadas condições, resultantes das relações estabelecidas pelos homens entre si, ao longo da história.

Desde a sua origem, a atividade – o trabalho – é o ato que se passa entre homem e natureza, que produz mútua transformação. Caracteriza-se por: uso e fabrico de instrumentos; ocorre com outros homens e produz a cooperação entre os indivíduos, objetivada na divisão técnica.

Assim, o desenvolvimento intelectual humano, da sua consciência, é a manifestação da atividade peculiar humana, a psíquica. Esta é entendida como originalmente ligada à vida material externa que é internalizada e se transforma em atividade da consciência (LEONTIEV, 1978). Nesse sentido, Davídov (1988), com base em Lênin, diz que a essência da atividade humana pode ser extraída a partir da análise do conteúdo de conceitos inter-relacionados, tais como: trabalho, organização social, universalidade, liberdade, consciência e estabelecimento de uma finalidade, cujo portador é o sujeito genérico.

Toda atividade especificamente humana se caracteriza pela relação ativa estabelecida pelo sujeito com o objeto, que ocorre como consequência de uma estrutura complexa, cujos componentes são, entre outros: necessidades, motivos, objetivos, ações e operações. Cada um deles se inter-relaciona com os demais que, em seu conjunto, estão em estado de constante transformação. Ou seja, as suas unidades ou elementos peculiares se convertem uns e outros: necessidades ⇌

motivação \rightleftharpoons objetivo \rightleftharpoons condições e atingem os seus correlativos atividade \rightleftharpoons ação \rightleftharpoons operação (DAVIDOVI, 1988).

De acordo com Leontiev (1978), o motivo, gerador da atividade humana, se apresenta ligado ao objeto e ao fim. Tal conexão ocorre num contexto de relações objetivas e sociais, em vez de naturais. Em sua subjacência, há uma necessidade. Porém, o motivo não é desígnio de sentimento de uma necessidade; pelo contrário, traduz o que a necessidade se concretiza de objetivo em determinadas condições e para as quais a atividade se orienta, é o que a estimula (LEONTIEV, 1978). Por sua vez, o fim também se apresenta nas condições objetivas das relações produzidas socialmente pelos homens. Portanto, não é pura imaginação ou um plano arbitrário identificado instantaneamente.

Outro componente da atividade é a ação que, segundo Leontiev (1978), trata do processo que traduz a não coincidência entre o objeto e o motivo. Subordina-se à representação do resultado, o fim, produzido idealmente. Para sua efetivação atrela-se às operações, isto é, modos de executá-las, que dependem das condições, meios e procedimentos. As operações são indispensáveis à ação, mas não há identificação entre si. Elas dizem respeito ao conteúdo da atividade que sofre transformações qualitativas no processo de trabalho, decorrente do aparecimento e desenvolvimento dos instrumentos. A notabilidade delas é que têm como gênese os meios de trabalho, isto é, têm por base o uso de instrumentos. Distintas operações se apresentam e podem ser adotadas no momento de execução de uma ação; do mesmo modo, uma delas pode ser adotada em diferentes ações. Isso ocorre como consequência da origem do elemento impulsionador de ambos: a ação é determinada pelo fim e a operação pelas condições que a ele é dado.

Para Leontiev (1983), a distinção de uma e outra atividade está no objeto e nas ações a ele dirigidas. Isso equivale a dizer que a existência de toda atividade humana está condicionada a ações ou grupos delas que atendam a sua especificidade. Por exemplo, a atividade laboral se expressa em ações laborais, a atividade de ensino em ações de aprendizagem e a atividade de comunicação em ações de comunicação.

A estrutura da atividade não é rígida, pois cada um de seus componentes muda e transforma em outro. Esse processo foi estudado por Leontiev (1978) de forma articulada com o desenvolvimento da consciência. Assim, por exemplo, o motivo pode se descaracterizar e transformar a atividade em ação. Esta, por sua vez, em outra circunstância modifica a finalidade para qual se dirigia e, conseqüentemente, assume o status de operação, isto é, de um procedimento. O processo de mudança recíproca atividade \rightleftharpoons ação \rightleftharpoons

operação é resultado da conversão do motivo em finalidade da ação que se transforma em uma nova atividade.

O movimento transformativo dos componentes estruturais pode, ainda, ocorrer em cada um deles em si pelo seu fracionamento. Além disso, contrariamente, pela inclusão de unidades que até então apresentavam relativa independência. Tal ocorrência se explicita, por exemplo, quando uma determinada ação se dilui em diversas, assim também quando uma finalidade se divide em outras.

É nesse contexto transformativo inerente à atividade que, segundo Leontiev (1978), surgem outros componentes como o sentido e as significações. O sentido expressa a relação entre o motivo e o fim. É sempre sentido de algo, ligado às objetivações humanas. Estabelece uma relação de dependência com o motivo, bem como se revela nas significações, que se exprimem naquele.

As significações traduzem o modo pelo qual um indivíduo absorve as experiências da humanidade. De acordo Leontiev (1978, p. 94) a “significação é aquilo que num objeto ou fenômeno se descobre num sistema de ligações, de interações e de relações. É refletida e fixada na linguagem, o que lhe confere a sua estabilidade”. Por meio dela, e de forma particular, que a realidade se apresenta ao homem. Tem uma função mediadora no processo de tomada de consciência, isto é, o reflexo do mundo pelo homem, com base na experiência da prática social. Sua fixação ocorre com teor linguístico, conceito, norma, técnica, conhecimento.

Entre as formulações de Leontiev e as de seus continuadores, houve alguns acréscimos conceituais sobre a teoria da atividade. Vale citar Davydov (1999) ao explicitar sua concordância de que ela é um fenômeno de natureza humana, portanto, social e pública. No entanto, admite outros componentes estruturais, embora alguns deles ainda careçam de estudos mais aprofundados. Por exemplo, o desejo como núcleo básico de uma necessidade que, conjuntamente, tornam-se a base do funcionamento das emoções. Estas, por sua vez, possibilitam que os indivíduos humanos estabeleçam as diferentes tarefas, além de capacitarem-lhes à decisão sobre as reais possibilidades dos meios físicos, espirituais e morais que contribuirão para que atinjam os objetivos.

As ações, conforme Davydov (1999), estão vinculadas com as necessidades que têm por base os desejos e os motivos. A existência de meios materiais específicos ou signos e símbolos é a condição para que surja uma ação, bem como a sua execução. As ações se ligam às formas peculiares de necessidades ao se estabelecer uma tarefa e se busca os

meios para que elas sejam cumpridas a contento. Davydov (1999) concebe que em tal inter-relação, ação/necessidade/tarefa, também se atrela a vontade que se vincula a um plano que conduz à meta almejada. Nesse processo, ocorrem os mecanismos de controle da atenção que se torna reguladora da consciência do plano para o alcance de um objetivo.

As emoções também são as indicadoras de que a não realização de uma tarefa é consequência da indisponibilidade dos meios necessários. A tarefa, outro elemento que Davydov (1999) inclui na estrutura da atividade, é considerada como a unidade e as condições de atingir uma meta. Ela não é definitiva, uma vez que se altera quando se mudam as condições para atingir o objetivo, mesmo que ele não seja redefinido.

Davidov (1999) também apresenta quatro pontos essenciais do que ele denomina de célula da atividade: 1) a natureza coletiva, tanto de sua realização (em formas materiais ou espirituais) como dos indivíduos, por requerer “comunicação de negócios”; 2) a recorrência à reflexão sobre suas ações e significados, por parte das pessoas; 3) a sua inclusão no plano ideal e na imaginação; 4) o caráter consciente individual de uma pessoa, em relação à atividade. No entanto, o referido autor considera que o componente primeiro da célula da atividade é a transformação da realidade pelos sujeitos em um processo coletivo da própria atividade, percebida em diversos tipos e formas de comunicação material e espiritual.

A comunicação é considerada o princípio indicador da consciência ou não de um indivíduo, na essência de seu significado, isto é, do desempenho coletivo de uma determinada atividade. Então, a condição é recorrer à cooperação de outras pessoas, como forma de controle e avaliação das ações pessoais. A solicitação de ajuda, no contexto da atividade coletiva, é a expressão do reconhecimento das potencialidades das pessoas, bem como a base para estabelecer padrões de âmbito coletivo.

Toda atividade tem natureza objetual-prática concretizada, pelo sujeito, por meio do seu senso de desejo, que se torna uma necessidade propulsora para a determinação de ações exploratórias e experimentais, dirigidas à resolução da tarefa, cujas condições determinam as operações concretas na execução da ação.

Vale esclarecer que, além de Leontiev e Davidov, outros pesquisadores se dedicaram à teoria da atividade. A preocupação não se deteve somente na sua estrutura, mas nas diferentes formas que elas se apresentam e no papel que desempenham no desenvolvimento. Como explicitado anteriormente, Leontiev (1978 e 1983) centrou-se na

composição da atividade e sua função essencial no desenvolvimento da consciência desde a sua forma primitiva até nos níveis daquelas produzidas pelas relações de produção contemporâneas.

Além disso, indica que o processo de desenvolvimento e o lugar que um indivíduo ocupa nas relações sociais são caracterizados pelas atividades principais, quais sejam: o jogo, na infância pré-escolar; o estudo, na idade escolar; e o trabalho, na idade adulta. Rubstein (1960) adota as ideias de Leontiev e acrescenta que a atividade se condiciona à lógica objetiva das tarefas executadas pelo homem. Define tarefa como uma unidade de uma meta com as condições requeridas para atingi-las. Também caracteriza as atividades que considera com certas peculiaridades, entre elas: o jogo, o estudo, o trabalho, artística e pesquisa.

Elkonin (1987) estudou a periodização do desenvolvimento humano, bem como a aprendizagem escolar. Destaca os principais estágios de desenvolvimento pelos quais os sujeitos estão atrelados às seguintes atividades principais: comunicação emocional do bebê, atividade objetual manipulatória, jogo de papéis, atividade de estudo, comunicação íntima pessoal, atividade profissional.

Galperin (1986) preocupou-se com questões não tratadas por Vygotski e Leontiev referentes às formas de transformação da atividade externa em interna, mais especificamente o processo de internalização de novos conceitos e habilidades. Elaborou a “teoria da assimilação da ação por etapas” (material, base orientadora da ação, verbal e mental) em que traz evidências do papel do ensino na transformação das ações externas em mentais. Esse trabalho foi aprofundado por Davýdov que estudou, exaustivamente, a elaboração e implementação de um sistema de ensino que coloca o estudante em atividade de estudo que proporciona aos estudantes o desenvolvimento do pensamento conceitual teórico.

Para tanto, Davýdov (1982) traz a orientação de Leontiev por afirmar que, como formação psicológica, todo conceito é fruto da atividade. Para tanto, é necessário que se organize e se estruture no aluno uma atividade apropriada ao conceito. E, mais ainda, que o coloque na relação correspondente com a realidade. Porém, é alertado: a atividade conceitual não surge no estudante porque ele domina o conceito; pelo contrário, o domínio do conceito é que lhe faz atuar conceitualmente.

O trabalho pedagógico de Davidov responde e cumpre ao chamamento do grupo de pesquisadores da Teoria Histórico-Cultural para a necessidade de que os psicólogos elaborassem projetos de um

novo tipo de atividade para crianças, em conformidade com o mandato social. Porém, não de forma disciplinar, mas conjuntamente com os educadores para que, de modo experimental, desenvolvam com crianças. No entanto, ao obter os resultados apropriados, deveria ser transferida como proposição de ensino em âmbito mais geral.

A pergunta que se apresenta é: como se estrutura tal atividade? Davídov (1982) diz que o próprio Leontiev sugere a premissa de que é a mudança de atitude da criança em relação à realidade. O pressuposto é de que as categorias básicas da atividade mental humana são produtos da prática social, que se transformam nas próprias mudanças de suas formas básicas. Dito de outro modo, os processos mentais se constituem nas formas correspondentes da vida em sociedade.

Davídov (1988) busca em Vigotski a premissa de que o ensino é base para o desenvolvimento humano. Para tanto, admite como condição indispensável o pressuposto de que a base do processo educativo gerador de desenvolvimento é o seu conteúdo que, por sua vez, dão origem ao método, isto é, o modo de organização do ensino. Como forma de objetivação de tal premissa é necessária a atenção para a natureza desenvolvimental da atividade de estudo como vinculada ao conteúdo da atividade acadêmica: o conhecimento teórico.

De acordo com Davídov (1988), sua proposição estabelece um elo interno entre a atividade de estudo e conhecimento teórico, que se fundamenta em dois argumentos. Um deles se refere aos resultados de seus próprios estudos sobre a história da educação. O segundo resulta da análise das peculiaridades dos métodos de ensino relacionados à apropriação, por parte dos indivíduos, das formas elevadas da consciência social, isto é, dos conhecimentos científicos. Estes, ao serem apropriados, possibilita que as pessoas extrapolem a percepção imediata da realidade, uma vez que a ciência, como formação social, mediatiza o objeto da cognição e se apresenta em forma de conteúdo generalizado e abstrato.

No entanto, Davídov (1988) busca argumentos em Marx para alertar que o método de ensino dos conceitos científicos não pode ser o mesmo adotado no processo de investigação que os geraram, mas o método de exposição dos referidos conhecimentos. A diferença entre ambos está em que a exposição ocorre pelo procedimento de ascensão do abstrato ao concreto, com base nas abstrações e generalizações substantivas, isto é, os conceitos teóricos. Portanto, desenvolve-se da base universal do conhecimento para a reprodução mental de suas manifestações particulares, com a manutenção da unidade interna destas. Por sua vez, a análise na investigação parte da diversidade sensorial

concreta dos tipos particulares do movimento do objeto para extrair e expressar a base interna universal.

Nas palavras de Davídov (1988, p. 173):

A atividade de estudo das crianças escolares se estrutura, em nossa opinião, em correspondência com o procedimento de exposição dos conhecimentos científicos, com o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto. O pensamento dos alunos, no processo da atividade de aprendizagem, de certa forma, se assemelha ao raciocínio dos cientistas, que expõem os resultados de suas investigações por meio das abstrações, generalizações, e conceitos teóricos substantivos, que exercem um papel no processo de ascensão do abstrato ao concreto.

Assim, os conhecimentos teóricos constituem-se tanto em necessidade como em conteúdo da atividade de estudo que as crianças devem se apropriar por estar atrelado às tarefas de estudo. Estas estão ligadas à generalização teórica que, ao serem compreendidas pelos estudantes, levam “a dominar novos procedimentos de ação” (DAVÍDOV e MÁRKOVA, 1987, p. 324) ao resolver tarefas com teor investigativo, orientadas por ações especiais, tais como: transformação dos dados da tarefa de forma que se expresse a relação universal do conceito; criação de modelos da relação (objetal, gráfica e literal); transformação do modelo para a análise das propriedades conceituais na “forma pura”; desenvolvimento de tarefas particulares, por meio de um procedimento geral; controle referente à realização das ações executadas; avaliação da apropriação do procedimento geral, como consequência da solução da tarefa de estudo.

Cada uma das ações requer operações peculiares, que são dependentes da variação das condições de execução de cada tarefa de estudo proposta pelo professor, aos alunos. A tarefa de estudo se configura de tal modo que exige deles a análise do material factual para que identifiquem a relação geral que estabelece a vinculação – com base em uma lei – com manifestações deste material; em outras palavras, levem à generalização e à abstração substantivas. Também lhes requer que – com base na abstração e generalização \rightarrow deduzam as relações particulares do material em estudo, unido a algum objeto integral, isto é, a elaboração de seu núcleo e do objeto mental concreto. Além disso, nesse processo de análise e síntese, solicita-lhes o domínio do modo

geral de elaboração do objeto de estudo.

Ao identificarem e utilizarem a origem do núcleo do objeto integral de estudo, os alunos elaboram mentalmente o referido objeto. Nesse momento, eles completam uma etapa do processo de ascensão do abstrato ao concreto, meio de apropriação dos conhecimentos teóricos. Mas, para tal, além da tarefa de estudo, também existem as tarefas particulares. Estas se diferenciam daquela uma vez que, por meio delas, os estudantes dominam os procedimentos particulares de sua solução que permite o domínio do procedimento geral de execução das referidas tarefas. No processo de apropriação do procedimento particular ocorre a passagem do pensamento do particular para o geral.

4.3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROPOSTA DE DAVIDOV PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Davídov, em todas as suas obras, é enfático ao dizer que a educação atual, por ter como base princípios tradicionais, não é de qualidade, por não levar o aluno a pensar. Ao elaborar sua proposta de ensino não perde de vista o objetivo principal de levar os alunos à apropriação de conhecimentos científicos. Portanto, mostra-se coerente com a premissa expressa por Vigotski e seus continuadores, de que a educação e o ensino se constituem em formas universais e necessárias para o desenvolvimento do homem atual, por promover a interligação entre os fatores socioculturais e a atividade interna dos indivíduos. Tem como pressuposto que, no momento em que as crianças chegam à escola, é necessário propor-lhes um conjunto de tarefas particulares para que elas estejam em constante atividade investigativa, cujo fundamento é o processo de ascensão do abstrato ao concreto.

Adere, pois, à teoria da atividade de Leontiev, porém aprofunda para o estudo, considerado a atividade principal da criança em idade escolar, cujo conteúdo é o conhecimento teórico-científico que, por sua vez, proporciona o indicativo do método de ensino. Porém, não se trata de um modo de organização do ensino que privilegia o verbalismo docente e uma estruturação com base na lógica formal.

Na estruturação de sua proposta de ensino, Davídov (1982) preocupou-se em seguir três critérios. Primeiro, estabelecer os procedimentos necessários que contemplassem os princípios que levem os alunos à apropriação dos conceitos científicos, à formação em base teórica do pensamento e da generalização. Segundo, determinar os conteúdos concernentes com as condições de aprendizagem dos alunos, isto é, de acordo com o desenvolvimento intelectual e suas novas

possibilidades. Por último, estudar as características pertinentes à formação do pensamento teórico nas crianças em idade escolar.

No que diz respeito à essência das generalizações e da formação de conceitos teóricos, a centralidade foi no esclarecimento da origem dos conceitos. E, mais ainda, contemplá-los nas tarefas a serem desenvolvidas pelos alunos de modo que se apropriem da procedência geral e suas expressões particulares do conteúdo, em vez de apresentar situações com respostas basicamente prontas e conclusivas.

Na elaboração dos procedimentos de estruturação das disciplinas, Davýdov (1982) procurou atender a interpretação dialética da natureza dos conceitos a ser ensinados e apreendidos. Desde o primeiro ano escolar, a base orientadora do ensino, para os alunos, é o estudo das condições e das leis da origem dos conceitos matemáticos, que entende ser o número real, vinculado à ideia de grandeza.

Desde o início, os escolares são envolvidos na atividade de estudo em cujas tarefas, ações e operações se orientam pela preocupação em explicitar a diferença em relação ao reflexo dos objetos em sua forma conceitual e sua simples descrição decorrente das observações diretas. Como decorrência, surge a necessidade dos conceitos teóricos.

As investigações de Davýdov (1982) sobre a sua própria proposição indicam o papel do professor na reprodução do método de iniciação de um novo conceito. Para tanto estabelece os seguintes estágios:

- 1) orientar os escolares na solução do problema, no caso matemático, cuja solução requer um conceito novo; 2) dominar um modelo de transformação do material que torne evidente a relação válida como base resolutive geral de qualquer tipo dado; 3) fixar a referida relação em um modelo objetivo ou indicador que permita estudar suas propriedades na “forma pura” e 4) esclarecer as propriedades da relação destacada, graças às quais é possível deduzir as condições e métodos de solução do problema inicial. (DAVÝDOV, 1982, p. 420)

São importantes todos os momentos de desenvolvimento das operações que colocam em movimento os estudantes para atender as ações e as tarefas de estudo. No entanto, Davýdov (1982) dá destaque para dois deles: as operações objetivas – por estabelecer a relação intrínseca dos objetos – e o modelo que traduz a referida relação. Também se constitui como peculiaridade da proposta de Davydov o papel do professor de ensinar os escolares a desenvolver as operações com o material e as mudanças destes, de forma que eles, aos poucos, descubram as propriedades conceituais.

Vale reafirmar que, no referente à disciplina de Matemática,

desde o primeiro ano escolar a centralidade do ensino é levar os alunos a compreender a concepção de número real. Isso contraria, de acordo com Davídov (1988), os preceitos dos currículos convencionais, uma vez que estabelece a formação do referido para o período correspondente ao oitavo e nono ano do ensino fundamental do sistema educativo brasileiro. No ensino tradicional, o ponto de partida é o número natural com evidência para a relação de biunivocidade, o que causa problemas na transição: naturais \rightarrow fracionários \rightarrow os inteiros \rightarrow racionais \rightarrow irracionais.

Ao adotar o número real como referência para o ensino, Davídov (1982) justifica que tal conceito cria as condições para que as crianças governem a origem do mesmo. Como consequência, elas se apropriam, concomitantemente, da base dos vários tipos de números, porém, por meio de algo que estabeleça uma mútua interdependência entre eles.

Mas do que trata esse algo que unifica os diferentes números? Davídov (1982) busca elementos do método dialético: geral, particular, singular e universal. Afirma que na subjacência do conceito de número real está o conceito de “grandeza”, que considera o objeto “geral” da Matemática. Por sua vez, cada tipo de “número” se constitui como um aspecto “particular” e “singular” das “representações das relações gerais entre grandezas, quando uma delas é tomada como medida da outra” (DAVÝDOV, 1982, p. 434).

Conforme Rosa (2012), o “particular” se expressa em cada tipo de número (natural, inteiro, racional, irracional, real) e o “singular” na unidade de medida. Por sua vez, o “universal” explicita “na fórmula $A/C = N$, onde N é qualquer número, A qualquer objeto representado como grandeza e C qualquer medida” (DAVÝDOV, 1982, p. 434). Dessa relação, extrai-se que N muda sua característica em conformidade com a unidade de medida adotada.

Esses elementos se apresentam como consequência do modo de organização do ensino que, de acordo com Davídov (1988), deve estar em correspondência com o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto, adotado no processo de exposição do próprio conhecimento científico.

Davídov (1988) traduz seu entendimento do referido procedimento de estudos materialista dialético – princípio de ascensão do pensamento abstrato ao concreto – para o ensino do conceito de número. Para tanto, estabeleceu as tarefas de estudo e, para que cada uma delas seja atingida, pelos estudantes, se faz necessário o desenvolvimento das seis ações – que foram anunciadas na seção anterior – a seguir transcritas na íntegra, conforme Davídov (1988, p.

181):

1º transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal do objeto estudado;

2º modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou por meio de letras;

3º transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”;

4º construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral;

5º Controle da realização das ações anteriores;

6º Avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada.

Assim, por exemplo, no caso do conceito de número, cada uma dessas ações tem por objetivo levar as crianças a buscar, elaborar e estudar as propriedades que constituem a relação essencial de medida entre as grandezas. Como consequência, traduz-se no modelo – com princípios predominante dos conceitos de multiplicação e divisão – designativo dos diversos números do campo real. Dele desencadeia os diversos conceitos matemáticos de forma articulada que contempla as significações aritméticas, algébricas e geométricas. De acordo com Rosa (2012, p. 228), o número se apresenta no “processo de aplicar a unidade de medida sobre a grandeza a ser medida é de caráter geométrico. A quantidade de vezes que a unidade cabe na grandeza traduz o teor aritmético, que surge a partir da relação algébrica entre grandezas”.

Para tanto, na primeira ação (mencionada na citação anterior), as tarefas particulares e operações são organizadas de modo que as crianças estabeleçam as relações de igualdade e desigualdade (mais e menos). De acordo com Davýdov (1982), a orientação para estas relações gerais permite que a criança realize uma comparação da diferença das quantidades apresentadas em termos de objetos. De forma interativa, estudantes e professores centram-se na comparação entre grandezas (linear, área, volume, capacidade), com base na análise de situação com objetos.

No entanto, o foco não é para as propriedades externas do objeto, mas o teor teórico das relações, de modo que os estudantes conseguem comparar por meio das fórmulas: $a = b$, $a > b$, $a < b$. Esse nível é atingido previamente à apropriação do conceito de número, o que o ensino tradicional considera inapropriado. No entanto, as pesquisas de Davýdov (1988) mostram que as crianças até realizam transformações do tipo: $a + c > b$; $a = b - c$; $a + c = b + c$, entre outras.

Mas, para atingir tal estágio, no desenvolvimento das tarefas

particulares, faz-se necessárias determinadas operações que coloquem o pensamento dos estudantes em movimento para que busquem – e conforme a sua adequação – e adotem um modo correto de solução de uma determinada tarefa. Para Davídov (1988), momento destacável é quando o professor coloca as crianças em situação de buscar uma medida intermediária, pois elas formulam hipóteses, que contribuem para formular a conclusão de que no processo de medição se faz necessária a comparação mediatizada, isto é, por uma terceira medida tomada com referência.

A ocorrência de tal necessidade se apresenta em situação de impossibilidade de comparar diretamente, pela sobreposição, duas situações de grandezas A e B. A afirmação de Davídov (1988) é de que, em tais circunstâncias, os escolares transformam as condições da tarefa, dadas inicialmente, de modo que direcione para a determinação de um elemento c, que possibilite estabelecer a quantidade de vez que cabe em A e B, expressa por: A/c e B/c . Trata-se de uma transformação a ser apropriada pelos estudantes que objetiva com evidenciação de uma relação multiplicativa.

A segunda ação de estudo – modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou por meio de letras – diz respeito ao processo de produção e apropriação do modelo que expresse a relação de multiplicidade que possibilita a identificação de determinados resultados. No ensino do conceito de número, Davídov (1988) propõe que a modelação combine três formas: objetal, gráfica e letras. Tal combinação cumpre a finalidade, segundo Rosa (2012), de unir o sentido abstrato com a concretização objetal.

A abstração da relação matemática pode ser produzida só com ajuda das fórmulas expressas por meio de letras. Porém, nelas se fixam os resultados das ações realizadas real ou mentalmente com os objetos. As representações espaciais (segmentos, retângulos...), por terem uma grandeza visível (extensão), permitem que as crianças realizem transformações reais, cujos resultados não só podem ser supostos como também observados. (ROSA, 2012, p. 61).

O modelo surge como consequência da análise dos estudantes das relações entre grandezas em que os escolares identificam o vínculo essencial entre elas. A ideia de quantas vezes uma unidade – estabelecida como referência – se insere na grandeza a ser medida conduz ao modelo $A/c = N$ que também pode ser expresso por $A = cN$. O modelo permite a identificação de relações de multiplicidade particulares.

Para cumprir a terceira ação de estudo – transformação do

modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura” – o conjunto de tarefas particulares que os alunos desenvolvem proporcionam-lhes condições para refletirem sobre as possibilidades de transformação do modelo a fim de estudar as propriedades gerais do conceito.

Davídov (1988) apresenta como exemplo de que em $A = c \cdot N$, ao se mudar a unidade c para medir a grandeza dada A , produz um outro número concreto da relação, isto é, a quantidade de vez que c cabe em A . Dito de outro modo, o aumento ou diminuição da unidade de medida c promove, respectivamente, a diminuição ou aumento de n , isto é, em proporção inversa. Assim, se $A/c = n$ e $b < c$, então $A/b > n$. Caso $b > c$, tem-se que $A/b < n$. Também, o número n pode mudar ao se adotar a mesma unidade c para medir diferentes grandezas A , ou seja, A varia e c permanece o mesmo. Nesse caso, ocorre uma proporcionalidade direta, em que o aumento ou diminuição de A resulta em recíproco aumento ou diminuição de n .

Para Davídov (1982), a apropriação do conteúdo dessa ação é de grande importância, uma vez que os escolares se colocam perante o mundo dos números, por meio de suas propriedades gerais, mesmo antes de estudar a multiplicidade de suas manifestações (números naturais, inteiros, racionais, irracionais).

A quarta ação de estudo – construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral – se constitui como a concretização do procedimento geral revelador da relação múltipla, que é adotado como base para resolver tarefas específicas. Os escolares, conforme Davidov (1988), resolvem as tarefas com base em um método geral, que proporciona a obtenção do número em concomitância com a apropriação conceitual. Vale salientar que, para tal, se fazem necessárias as relações das grandezas. O entendimento do conceito de número se expressa quando os estudantes adotam uma medida e passam para outra, livremente, para definir a característica numérica do mesmo objeto, que determina a correlação de diferentes números concretos.

A quinta ação de estudo, controle, se refere à expressão, por parte dos escolares, da vinculação entre o geral e o particular. Requisita-lhes o domínio da forma geral de um determinado conceito, como condição para a modificação da sua composição operacional, a fim de atender as condições particulares de uma determinada situação de aplicação. Para Davídov (1988), o transitar entre a forma geral e particular é expressão de que as ações se convertem em atitudes e hábitos. Desse modo, o controle se objetiva no desenvolvimento, por parte dos estudantes, de

tarefas que requerem desenvoltura das ações anteriores.

Por fim, a sexta ação de estudo, a avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada, tem como finalidade orientar as demais ações para a obtenção e o emprego do conceito em sua relação essencial.

Ela se apresenta em todos os estágios do desenvolvimento da tarefa de estudo, com a função de apresentar evidências sobre as seguintes ocorrências: das apropriações previstas, da medida em que se apresenta o procedimento geral de solução da tarefa de estudo em correspondência com o conceito correspondente e da correlação entre o resultado das ações de estudo com o objetivo final.

Também indicar as possibilidades futuras dos estudantes para o desenvolvimento de novas tarefas de estudo por meio de procedimentos mais complexos. Para tal, é proposto aos estudantes que desenvolvam tarefas parciais que requerem a adoção imediata do procedimento geral de solução da tarefa de estudo, solução de diferentes tarefas particulares.

Davíдов (1985) alerta que a avaliação à qual se refere não pode ser confundida com a atribuição de notas. Pelo contrário, é a ação que determina as características da organização das tarefas e operações de estudo. Se a avaliação for positiva, significa que ocorreu um esgotamento do tipo de situação de estudo até então adotado, o que indica a possibilidade de passar para outro tipo de material de análise. Assim, a avaliação também não pode ser entendida somente como simples registro da assimilação ou não. Sua função primordial é indicar as causas da não assimilação e orientar os estudantes para que possam eliminar as possíveis falhas, bem como criar estratégias de trabalho que os coloque em busca permanente de superação das suas dificuldades.

A realização da atividade de estudo, conforme defende Davíдов e seus colaboradores, pressupõe que o professor se oriente por todas as ações e suas respectivas operações e os estudantes as cumpram plenamente. Por isso, apresentaremos no próximo capítulo a objetivação para a introdução do ensino de multiplicação. No entanto, focaremos basicamente as tarefas particulares referentes às duas primeiras ações.

5 A OBJETIVAÇÃO DA PROPOSTA DE DAVYDOV PARA O ENSINO DO CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO

A seguir apresentamos o modo de organização do ensino do conceito de **multiplicação**, elaborado por Davydov e seus colaboradores. Como dito anteriormente, a referência principal para a sua análise é o livro de orientação do professor de autoria dos colaboradores e continuadores de Davydov, tais como, S. S. F. Gorbov, G. G. Mikulina e O. V. Savieliev (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009) e, como meios auxiliares na interpretação das tarefas, o caderno de exercício do aluno (Горбов e Микулина, 2011) e o livro didático produzido por Davydov e seus colaboradores (Давыдов, et al, 1995).

Vale esclarecer que a análise se dirigiu ao capítulo 9 e uma pequena parte do capítulo 10 do livro de orientações ao professor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009). Essas orientações correspondem ao conjunto de tarefas particulares, a serem desenvolvidas pelos estudantes, que correspondem ao livro didático 2, volume 2. Tal opção se justifica por se tratar do momento em que aparece pela primeira vez o título “Multiplicação”, o que representa a centralidade para o referido conceito e sua apresentação inicial, de maneira sistemática para tal especificidade conceitual. No entanto, ele se apresenta implicitamente por todo livro 1 e volume 1 do livro 2, quando se objetivaram as ações referentes ao conceito de número e as operações de adição e subtração. Como dito, anteriormente, no próprio conceito de número, em sua expressão universal, se expressa uma relação de multiplicidade e divisibilidade ($a/b = c$).

As tarefas particulares apresentadas nos dois capítulos aludidos contemplam as duas primeiras ações de estudo, das seis propostas por Davydov (1988), quais sejam: 1) transformação dos dados da tarefa com o objetivo de expressar a relação universal do objeto estudado; 2) modelação da relação em sua forma objetivada (gráfica ou por meio de letras). Embora o livro de orientação não trate das propriedades específicas, com base no livro didático 2 (Давыдов, et al, 1995), apresentamos alguns indícios da terceira ação, qual seja: transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”.

No entanto, essas ações não são tratadas de forma isolada e sequencialmente, isto é, primeiro uma e depois a outra. Pelo contrário, as tarefas particulares se organizam de um modo que uma ação se articula e contempla a outra, porém sem perder sua especificidade. Nossa hipótese, para não subsequenciação, é de que tal ordem

procedimental foi seguida a risco para o conceito de número (livro 1). Isso não é premente para o conceito de multiplicação, pois as relações entre as grandezas são algo vivenciado e apropriado pelos estudantes.

Na apresentação do livro de orientação do professor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА, САВЕЛЬЕВА, 2009), os autores aludem que se trata de um comentário metódico de orientação para os professores ou estudantes de Curso de Pedagogia que pretendem adotar ou estudar as proposições para o ensino de Matemática no segundo ano do ensino fundamental a partir do sistema educacional de D. B. Elkonin – V. V. Davydov.

O objetivo é indicar a possibilidade de criação, em sala de aula, de situações para evitar que as crianças simplesmente sigam os modelos, mas os reproduzam, a partir da identificação do caráter universal do conceito. E, conseqüentemente possam agir com independência, encontrar caminhos próprios e buscar novos meios de resolução das tarefas particulares a partir do modelo universal do conceito dado. Os autores apresentam detalhadamente a possibilidade das crianças adquirirem, em termos conceituais, as propriedades e características básicas das relações dos conceitos matemáticos, por meio de símbolos, modelos gráficos e algébricos.

Seguindo sistematicamente os seus pressupostos teóricos, o conceito de multiplicação (ГОРБОВ, МИКУЛИНА, САВЕЛЬЕВА, 2009) é introduzido por meio do processo de medição de grandezas. O essencial, para a apropriação do referido conceito pelos escolares, é desenvolver tarefas particulares e operações, que criem a necessidade de adoção de uma medida intermediária, pois ela é elemento de explicitação do princípio multiplicativo.

Na sequência, apresentaremos algumas tarefas referentes ao processo de ensino e aprendizagem do conceito de multiplicação. Para tanto, adotaremos a mesma sequência que aparece no livro de orientações metodológicas ao professor, elaborado por Gorbov, Mikulina e Savieliev (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

5.1 CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO COM A MEDIÇÃO DE GRANDEZAS POR MEIO DE MEDIDAS INTERMEDIÁRIAS

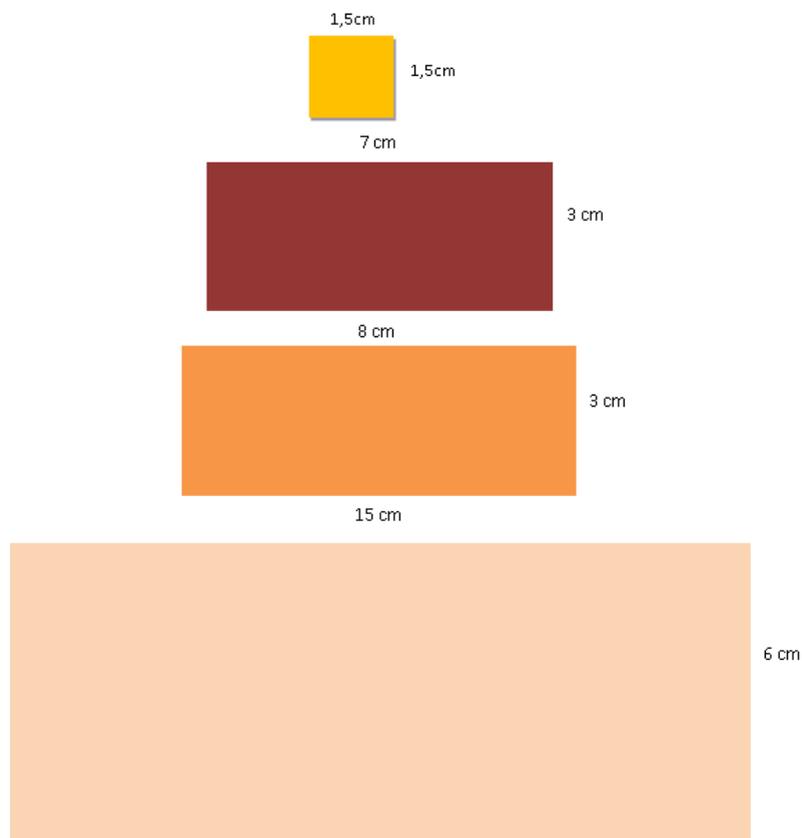
As tarefas propostas aos estudantes trazem a ideia multiplicativa atrelada ao conceito de medida que tem como referência basicamente as grandezas área e volume. Não traz, pois, tarefas particulares relativas à grandeza comprimento, como fora observada de forma extensiva no livro 1, conforme Rosa (2012), em que a centralidade era o conceito de

número.

5.1.1 Multiplicação com medidas de área de superfície

A tarefa inicial requer o uso de material que explicita as grandezas reais. Para tanto, as crianças dispõem de um kit de cartões (recortes de papel) de cores diferentes com as seguintes medidas: 1,5cm x 1,5cm; 6 cm x 15cm; 3cm x 7cm; 3cm x 8cm. Esses cartões estão representados a seguir:

Figura 1: Kit de Cartões



Fonte: Silvana C. Madeira

De início, as crianças devem construir novos cartões com a utilização daqueles contidos no Kit. É estabelecido que algumas delas

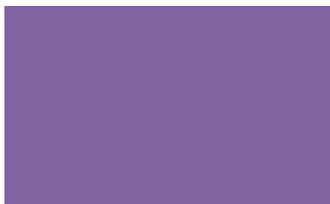
têm a função de medir e outras a incumbência de acompanhar a medição e contar quantas unidades de medida cabem em uma das faces maiores do cartão em construção. São dadas as seguintes orientações:

Para obter cartões iguais, tanto as crianças que medem como aquelas que contam devem usar as mesmas unidades de medida.

O resultado obtido pela medição pode ser representado por um esquema de setas.

Para iniciar a aula, o professor diz que retornarão a medir as grandezas (conforme já mencionamos, na introdução de qualquer conceito, Davydov sempre parte das relações entre grandezas). Ele mostra um novo cartão, cuja medida da área da superfície maior é C ($3\text{ cm} \times 4,5\text{cm}$), ou seja, com medidas diferentes daqueles cartões do kit, e solicita que os alunos recortem um dos cartões do kit com a medida da área da superfície igual a C . Vale salientar que o professor não entrega o cartão para as crianças, apenas mostra. Se assim o fizesse, a tarefa seria facilmente resolvida, as crianças poderiam aproximar o cartão modelo ao cartão de superfície maior do kit e recortar o excesso. Porém, tal comparação direta entre as duas grandezas não é possível.

Figura 2: Cartão C



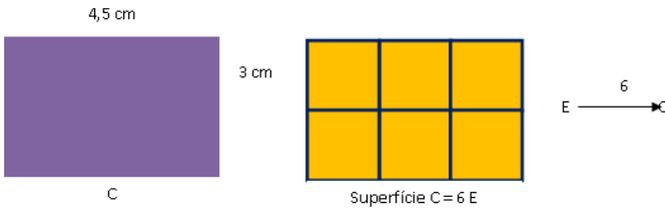
$$C = 3\text{cm} \times 4,5\text{cm}$$

Fonte: Tais da Silva Huggentobler⁵

Como o professor só apresentou, não entregou o novo cartão às crianças e não disse suas medidas, é provável que as crianças levantem a hipótese da necessidade de medir a área da superfície do modelo, mas caso tal hipótese não seja mencionada cabe ao professor orientar as reflexões para que assim ocorra. Porém, ele informa que o novo cartão já foi medido, o que leva as crianças a solicitar-lhe que diga, então, quais os números representativos das medidas. Para tanto, o professor faz o seguinte registro no quadro:

⁵ Bolsista GPEMAHC – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática na Abordagem Histórico Cultural

Figura 3: Medição de superfície



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

O professor diz que a unidade de medida E coube 6 vezes na superfície de área C e solicita aos alunos que completem a tarefa, isto é, recortem um cartão tomado do Kit com as mesmas medidas daquele que ele apresentou. E orienta o processo de desenvolvimento da tarefa para que as crianças concluam que a condição de se recortar um novo cartão com a mesma área da superfície do cartão apresentado pelo professor é adotar a mesma unidade de medida. O professor mostra-lhes um recorte de superfície quadrangular cuja área da superfície mede E (1,5cm x 1,5 cm), idêntico a um dos cartões que elas têm sobre a carteira.

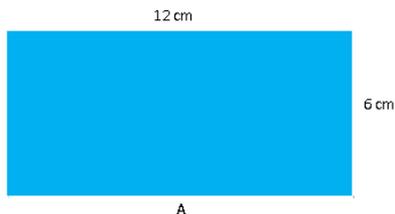
Figura 4: Cartão de medida E



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Cabe aos alunos recortarem um novo cartão, a partir daqueles que estão no kit, cuja medida da superfície maior será A. Para tanto, expõe-lhe um cartão de superfície retangular de 6 cm x 12cm.

Figura 5: Cartão de medida A

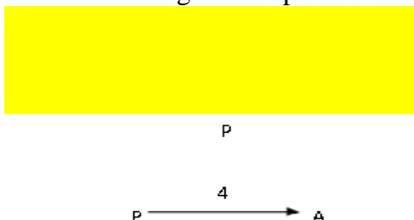


Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Vale lembrar que as crianças têm em seu kit um cartão de 6 cm x 15cm, que será a referência para a confecção de outro, uma vez que os demais são todos menores, em que qualquer composição com eles não resultaria no equivalente à área do cartão modelo (área A). Conduzem-se as reflexões para que os alunos venham a sugerir que o professor meça a superfície do cartão exposto, o que deverá ser seguido com o anúncio da adoção da unidade de medida, a área com medida E, utilizada no desenvolvimento da tarefa anterior. Previamente, apresenta no quadro o seguinte registro: $E \rightarrow A$. Na sequência, fixa o cartão a ser medido no quadro e procede a medição, com as anotações das quantidades obtidas. Como forma de colocar as crianças em ação investigativa, o professor reclama do incômodo de adotar uma unidade de medida tão pequena. Propositamente, deixa o cartão que representa a unidade de medida cair, o que implica reiniciar a medição. Em seguida, expressa certa impaciência, lamenta a adoção de uma unidade tão pequena. E revela que uma unidade maior torna a medição menos trabalhosa.

O professor apresenta um novo cartão de superfície retangular, com medida P (3cm x 6 cm), e faz um novo registro no quadro, conforme mostra a figura 06.

Figura 6: Cartão de medida P. Registro do processo de medição.

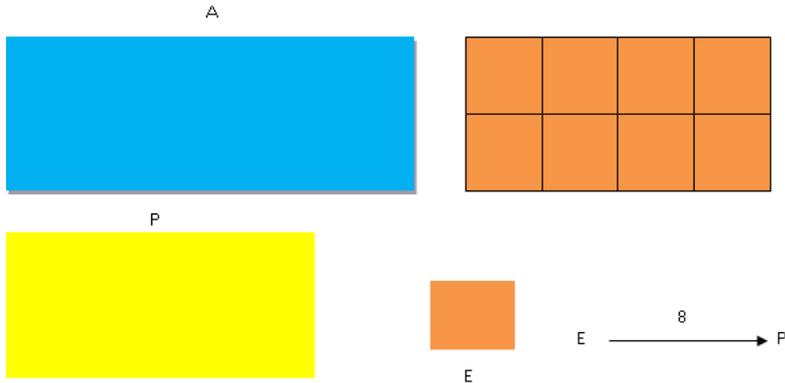


Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Tal informação, no entanto, não ajuda os alunos, pois eles não sabem a medida de P. O que eles têm no kit é um cartão retangular de 3 cm x 8 cm, que será recortado para produzir outro com a mesma medida P. Mesmo sem aproximá-los, é possível observar que eles têm medidas distintas. Assim, apresenta-se a necessidade de recortar o cartão que as crianças possuem em mãos, de modo que a medida de sua superfície seja P. A questão que se apresenta é: como proceder? Cabe ao professor lembrá-los que tanto ele quanto as crianças dispõem de algo em comum: a unidade E, representada pelo cartão menor do kit. Gera-se a expectativa para que algum estudante proponha ao professor que meça o cartão P com a medida E. Procedida a medição, necessário se faz o

registro do resultado: a unidade de medida E coube 8 vezes na superfície de área P.

Figura 7: Resultado das Medições

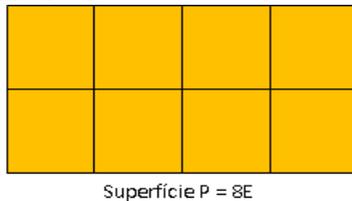


Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Vale destacar a preocupação com os mínimos detalhes na organização do sistema dessas tarefas particulares, anteriormente apresentadas, por duas razões: 1) garantir os nexos e ideias conceituais entre elas; 2) promover a constância ativa na interação da atividade do professor e do aluno ao desenvolverem as ações, suas respectivas tarefas particulares e operações. Isso se expressa, respectivamente, pela estrutura dos materiais e pela posse de alguns deles estarem somente com os alunos e outros exclusivos do professor.

É nessa constância articulada, por exemplo, que as crianças, a partir da medição do professor na situação anterior, obtêm a medida de P, por meio da unidade de medida E.

Figura 8: Cartão de medida P

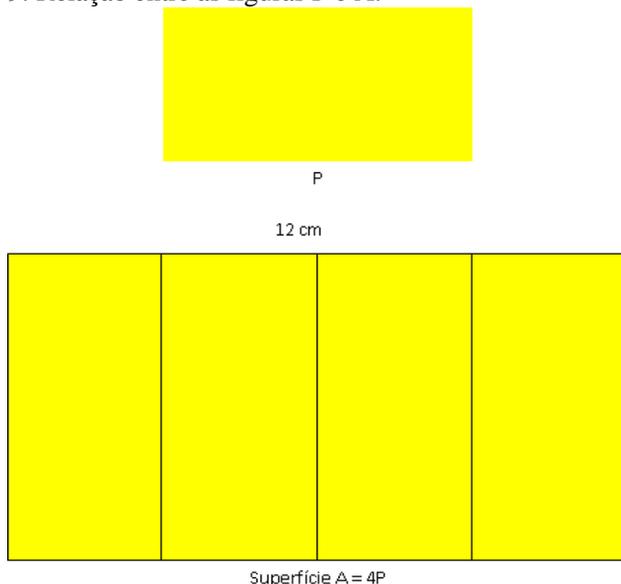


Fonte: Tais da Silva Huggentobler

A referida relação encaminha para que as crianças atinjam o

objetivo de, ao considerarem P como unidade de medida, determinarem a medida da superfície da figura A .

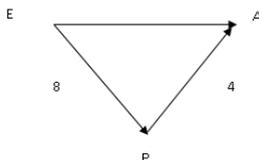
Figura 9: Relação entre as figuras P e A .



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

O professor representa o esquema no quadro e repete, verbalmente, os procedimentos adotados: de posse da unidade E , foi medida a área da superfície A . Enquanto fala, registra no quadro: $E \rightarrow A$ e acrescenta que, com a dificuldade de proceder a medição, foi necessário adotar uma nova orientação. Com E , obteve-se uma nova e intermediária unidade de medida (P), que corresponde a 8 unidades E . Em seguida, foi tomado P para determinar a área A e obteve-se o número 4. Concomitantemente, é apresentado o esquema, conforme mostra a figura.

Figura 10: Esquema



Fonte: Silvana C. Madeira

Assim, a medida inicial E é denominada de **básica** e a maior P de **intermediária**. Esta, usada pela primeira vez, tem dupla implicação: 1) permite tornar mais cômoda a medida da superfície maior, no caso A, quando a unidade é demasiadamente pequena; 2) conduz para a multiplicação de três fatores, ou seja, multiplicação de multiplicação. Além disso, extrapola para as seguintes relações: se $P = 8E$ e $A = 4P$, então, $A = 32E$. Em termos numéricos $P = 8.1$, $A = 4.8.1$.

Com essa situação síntese é concluída a segunda ação de estudo da tarefa de estudo davidoviana para o ensino do conceito de multiplicação (medida de superfície com unidade intermediária) referente ao conceito de multiplicação. Nessa introdução ao conceito de multiplicação, vale destacar três aspectos que consideramos importantes nas proposições de Davydov:

1) A coerência mantida em todas as situações apresentadas – que devem ser desenvolvidas por alunos e professores – de privilegiar o geral dos conceitos de número e de todos os conceitos matemáticos, que é a grandeza inserida num contexto de medida.

2) Embora tenha dedicado um capítulo do livro 2 para focar exclusivamente a multiplicação e outro capítulo para interligá-la à divisão, contudo o referido conceito vem sendo desenvolvido desde as tarefas iniciais do livro 1, referente ao conceito de número (como ideia de real e não simplesmente natural). Isso se confirma quando as tarefas proporcionam que as crianças se apropriam do modelo universal $a/b = c$ ou $a = b.c$.

3) Ao primar pela persistência de garantir o modelo universal e seu aspecto mais geral a partir da ideia de número real (DAVYDOV, 1982), as proposições garantem que os estudantes se apropriem do conceito de multiplicação com base teórica. Contempla o desenvolvimento do pensamento do geral para o particular que, por sua vez, está em processo de ascensão do abstrato concreto. Este é entendido como algo que fora apropriado em sua essência, isto é, um modo geral que é contemplado nas situações particulares. Observa-se que há uma diferença extrema no teor multiplicativo das tarefas das proposições davidovianas e aquelas que se apresentam na prática escolar. Nürnberg (2008) diz que o conceito de multiplicação, nas escolas, transitam na confluência entre priorizar ou não a tabuada e concretizá-la por meio de materiais didáticos e jogos. Nesse caso, focaliza apenas a ideia de adição de mesmo número, como por exemplo, $3 + 3 = 2 \times 3$ e, segundo as professoras estudadas, se concretiza em dois conjuntos com três objetos ○○○ ○○○. Tal concepção de concreto apresenta uma concepção empírica do conhecimento matemático que transporta para o método de

ensino. Este tem como característica o movimento do particular para o geral.

5.1.1 Multiplicação com medidas de volume

Nessa seção, exporemos algumas tarefas particulares referentes ao ensino da multiplicação, que tem como base o uso da unidade intermediária no processo de medição, bem como sua reprodução no esquema. A diferença em relação ao tratado na seção anterior está no tipo de grandeza, que deixa de ser área para focar no volume.

Para tanto, o professor comenta que, na aula anterior, os estudantes aprenderam um novo modo de medir a área e passarão a medir volumes de água. Para iniciar, dispõe de um recipiente com pouca água sobre a sua mesa. Esta porção de líquido é colocada em outro recipiente que se encontra na mesa, ao lado. A condição posta é que os alunos não podem emparelhar os dois recipientes ou simplesmente despejar a água no outro invólucro. Essa situação material que desencadeia todo processo de reflexão para a realização da tarefa particular em questão está representada na figura 11.

Figura 11: Recipientes disponíveis



Fonte: Silvana C. Madeira

A questão é indicar a quantidade de líquido (volume) a ser transportado para o recipiente vazio. Isso significa que não se trata de uma simples observação visual para dizer qual dos recipientes tem mais ou menos água, nem tão pouco para testar princípios de conservação de volume. O essencial é que os alunos busquem uma solução que não está no recipiente em si, nem na água, mas em algo com teor conceitual teórico: a medida. Tal situação não pode ser confundida como concreto/prático, que nos foi transmitido em nosso processo de formação docente, as circunstâncias dessa proposição davidoviana são ainda em nível de abstração, isto é, em um processo de vir a ser, um

concreto pensado.

Alguns alunos se deslocam até a mesa para movimentar os recipientes, porém não fazem de forma particular, mas sim de acordo com as sugestões de procedimentos emitidas pelos demais colegas. Nesse momento, acrescenta-se em cada uma das duas mesas (figura 12) um recipiente comum, denominado de E, e também mais dois recipientes de formas diferentes que poderão ser usados como medida para realização de tarefas futuras. A presença do recipiente E, comum nas duas mesas, traz mais um detalhe inerente à organização do ensino, por parte de Davydov e colaboradores. Ela revela que a proposição de uma tarefa particular não só coloque os estudantes em ação investigativa, como também desenvolva-a a partir das condições nela posta. Não se trata, pois, de desequilibrá-los, mas de oportunizar meios auxiliares ou de ajuda pertinentes à zona de desenvolvimento proximal (VIGOTSKI, 2001).

Figura 12: Novos recipientes



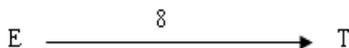
Fonte: Silvana C. Madeira

Contudo, o objeto E em si não oferece as condições necessárias ao desenvolvimento do conceito de multiplicação e, no caso específico da tarefa particular, de produzir o seu modelo. Requer também a presença humana do outro mais experiente que conduza didaticamente os escolares. Por isso, a participação do professor que questiona:

- Por onde vamos começar o trabalho?

Dada a similaridade da situação com aquela desenvolvida na tarefa anterior (medida de área), os alunos sugerem-lhe que meça com E o volume de água contido no recipiente sobre a sua mesa, bem como expresse o resultado obtido. Além disso, apresenta o esquema, representado na Figura 13.

Figura 13: Esquema

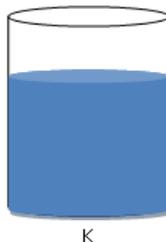


Fonte: Tais da Silva Huggentobler

De acordo com Горбов, Микулина, Савельева (2009), é provável que o professor observe que os alunos adotem o mesmo procedimento adotado na medição da área das figuras. A adoção da medida E, apesar de pequena, não traz problemas, dado que o volume de água não é expressivo.

A preocupação de manter os estudantes em constante ação investigativa leva o professor a apresentar um volume de água bem maior, em relação àquele da tarefa, e o denomina de medida K. Novamente, a proposta é que os estudantes determinem o volume de K (figura 14).

Figura 14: Medida K



Fonte: Silvana C. Madeira

A discrepância desse volume, se comparado com o anterior, é estratégica para que se busque a uma unidade de medida intermediária. Porém, de início, o recipiente E é utilizado pelo professor, que demonstra aos alunos a dificuldade gerada, por ser pequena. Por isso, recorre a outro recipiente maior que E para adotá-lo como unidade de medida, com a denominação de C.

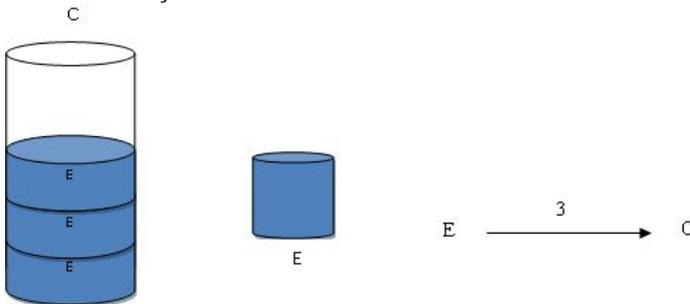
Compete ao professor explicitar as condições necessárias para o desenvolvimento do conceito de multiplicação, qual seja: o volume de K deve ser múltiplo de C que, por sua vez, comporta uma quantidade inteira de medida E. Como decorrência, surge um problema pela não disponibilidade, sobre a mesa, de nenhum recipiente que atenda as exigências estabelecidas, isto é, não há medida C. No entanto, têm-se outros recipientes para utilizar, caso necessário.

Da intervenção do professor e discussão entre os estudantes,

apresenta-se a necessidade de adotar uma medida intermediária. Como na tarefa anterior com área, espera-se que os estudantes proponham ao professor que meça, inicialmente, o volume de água do recipiente intermediário, tendo como unidade de medida E. Posteriormente, informar o resultado obtido.

Com a utilização de outro recipiente, disponível sobre uma das mesas, coloca-se a nova medida obtida, com a informação da quantidade de medidas básicas que foram necessárias para formar a medida intermediária.

Figura 15: Construção da medida intermediária

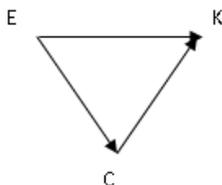


Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Os comentários entre os estudantes e professor são de que a adoção da unidade intermediária de medida torna mais cômodo para determinar o volume de água no recipiente K, por ser maior que E. Na sequência, os estudantes passam a água para o recipiente K com a medida intermediária, uma a uma até que todo líquido seja transferido. É proposto também que seja apresentado um esquema (figura 16) do procedimento, orientado pelos diálogos:

- Professor: Qual foi a medida usada?
- Alunos: A *medida C*
- Professor: A medida E foi desnecessária?
- Alunos: A medida E foi importante, pois sem ela não conseguiríamos construir a medida C.
- Professor: Como ocorreu na aula anterior, a utilização da medida intermediária se faz necessário quando a medida principal é pequena demais.

Figura 16: Esquema



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Reafirma-se, então, que na proposição davydoviana o conceito de multiplicação é uma extensão da ideia de número como relação entre grandezas. Vale reafirmar que o modelo universal de número ($A/c = n$, $A = c.n$) se pauta por princípios multiplicativos. No momento em que a multiplicação se constitui na centralidade do ensino, o procedimento é: resolução de tarefas particulares em que se toma uma unidade de medida inicial pequena, depois cria-se uma necessidade para uma unidade intermediária, com esta se processa a medição da grandeza que se apresentou para tal.

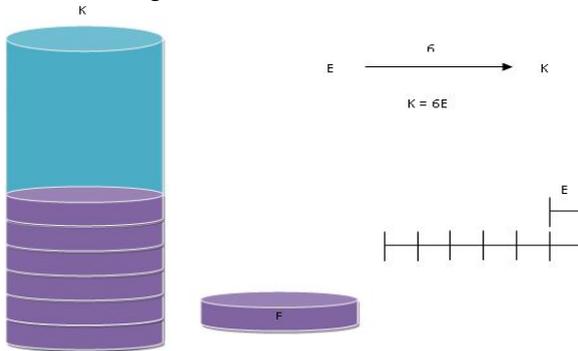
De modo geral, tem-se uma grandeza K a ser medida com uma unidade E. No entanto, a referida unidade é utilizada, primeiramente, para a medição de outra grandeza C, criada pela necessidade de estabelecer uma unidade intermediária. Esta é que dá as condições mais adequadas para obter a medida de K. Em termos literais – esquematicamente – representamos assim:

$$C = q.E, \quad \longrightarrow \quad K = n.C, \quad \longrightarrow \quad K = n.q.E$$

De acordo com Горбов, Микулина, Савельева (2009), esse procedimento com a adoção da medida de unidade intermediária é denominado de “método novo” que deve ser descoberto pelos estudantes. O “método antigo” realiza medição de K diretamente com a unidade base E, ou seja: $K = p.E$.

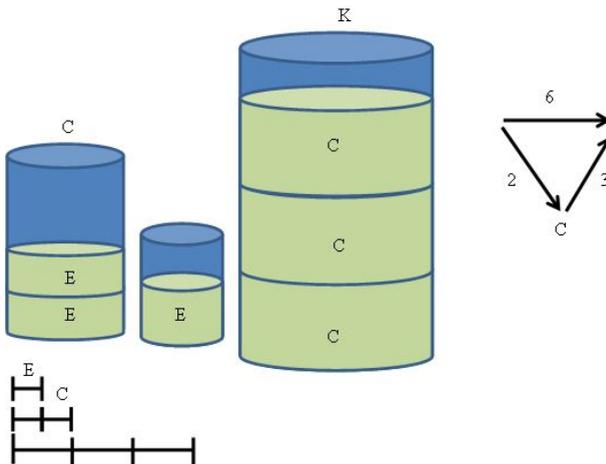
Os autores ilustram os dois métodos com figuras similares (figura 17 e figura 18):

Figura 17: Método Antigo



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Figura 18: Método Novo



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Ao analisar a figura 18 é possível observar a construção de uma unidade de medida intermediária (C) com duas unidades básicas. Ao tomá-la como referência para medir o volume de água K, obteve-se, 3 vezes, o que então $K = 3 \cdot 2E$ ou $K = 6E$.

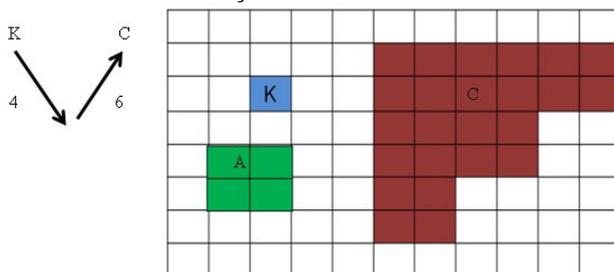
Feita a orientação para o ensino de multiplicação por via da medição de grandezas (área e volume) com a adoção de uma unidade de medida intermediária, Горбов, Микулина, Савельева (2009) passam a propor tarefas particulares que, além da medição, a expandem para a contagem das grandezas.

5.2 MEDIÇÃO DAS GRANDEZAS - ESTUDO DO ESQUEMA

Горбов, Микулина, Савельева (2009) alegam que as tarefas, até então desenvolvidas, propiciavam ao professor o uso de apenas um meio de resolução das tarefas. As novas proposições requerem dupla possibilidade: de medir a grandeza e de contar as grandezas.

Os estudantes já conviveram com a medição e com a anotação do resultado no esquema. Porém, ainda não se fez a leitura do esquema, bem como medir a grandeza necessária. Nesse sentido, apresenta a tarefa em sua forma já resolvida (figura 19). O objetivo é medir a área C, com a estipulação da unidade K. A questão que se apresenta é a necessidade de construir e marcar com a letra uma medida intermediária, cômoda, que depois de identificada é denominada por A. Esta tem forma de um quadrado, composto de quatro quadradinhos. O resultado da medição é registrado no esquema. Vale esclarecer que, inicialmente, ao aluno é apresentada a delimitação de C e K e, também, a letra A para que se estabeleça a correspondente superfície. No esquema, em vez dos números (4 e 6) aparecem espaços vazios para serem completados durante a execução da tarefa.

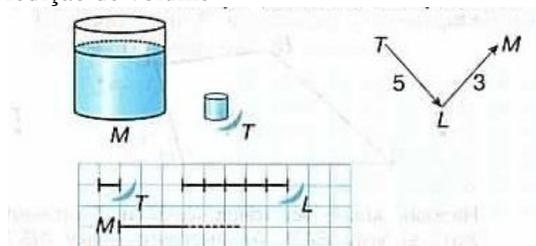
Figura 19: Resultado da medição



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Горбов, Микулина, Савельева (2009) orientam a proposição de outra tarefa similar à anterior, com a diferença de que se trata da medição de volume. O professor organiza o trabalho com os volumes de água de acordo com um esquema proposto, o qual sugere o volume medido e se faz necessário colocar o mesmo volume de água (figura 20). Além disso, ele faz notar, aos estudantes, a ausência da seta superior no esquema, pois não há necessidade de usá-la, uma vez que a grandeza foi medida por uma medida intermediária.

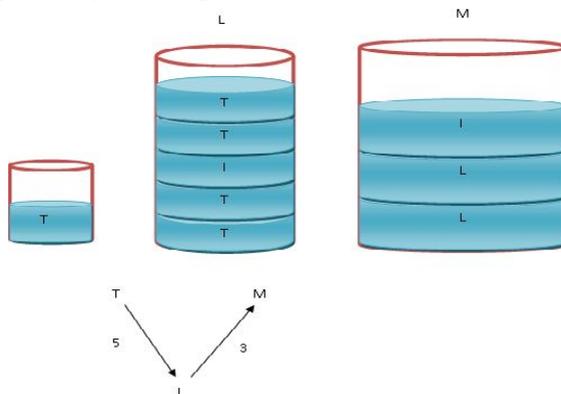
Figura 20: Medição de volume



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p.57

Assim, compete aos estudantes reproduzir os procedimentos adotados com água, no esquema. Ou seja, estabelecer a unidade de medida intermediária, que leva ao resultado. Enfim, os estudantes reproduzem, em termos numéricos, o feito, conforme os procedimentos adotados na medição do volume, como simula a figura 21:

Figura 21: Representação no esquema



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

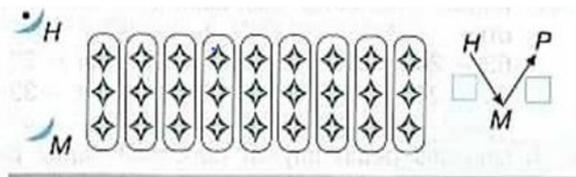
Os escolares são orientados de modo que percebam particularidades que exigem determinado valor. A busca desse valor, segundo as orientações de Горбов, Микулина, Савельева (2009), ocorre sem maiores problemas ao adotar tanto o método “novo” quanto o “antigo”.

5.3 MEDIÇÃO DA QUANTIDADE COM A MEDIDA INTERMEDIÁRIA

Vale enfatizar que as tarefas particulares propostas são extremamente articuladas entre si. O elo entre elas é a relação entre grandezas (área x área, volume x volume) que se processa na medição e se amplia com a ideia de unidade intermediária. Todo o movimento procedimental é representado no esquema de seta. Observa-se que o conceito de multiplicação se explicita em cada uma das tarefas, porém, ainda sem o uso da palavra “vezes”.

A peculiaridade da próxima tarefa (figura 22) está na passagem da referência de grandezas contínuas para discretas. Os estudantes precisam indicar a quantidade de estrelinhas, com a condição de que não pode ser expressa pela contagem uma a uma. Em vez disso, tomar-se-á a medida “trio”, unidade intermediária. Posteriormente, completa-se o esquema. Ao observar a figura 22 é possível identificar que: a) o pequeno ponto sobre a curva H indica a unidade estrela; b) a curva M representa a unidade de medida intermediário, trio, que expressa cada agrupamento de três estrelas; c) o esquema continua suprimindo uma seta, além de indicar os espaços a serem completados numericamente.

Figura 22: Grandezas contínuas e discretas



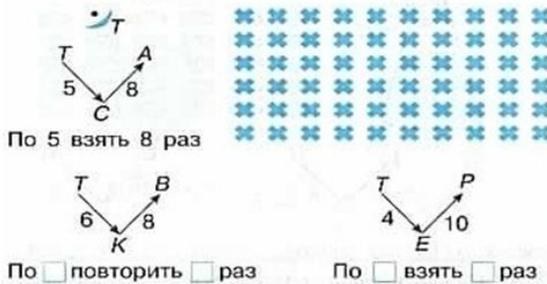
Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 58

A tarefa seguinte, cuja situação de análise é constituída de desenho de cruzes (figura 23), mantém a mesma base de orientação das anteriores: indicação da unidade, direção para adoção da unidade intermediária, situação materializada de análise e esquema. Sua peculiaridade é que são apresentados três esquemas, cada qual com a unidade de medida intermediária definida, o que implicou a explicitação do número a par das setas. Além disso, é a primeira tarefa particular com a presença de três esquemas, cujas unidades intermediárias são, respectivamente, C, K e E. O objetivo é identificar cada um deles na situação de análise (conjunto de cruzes).

No primeiro esquema (de medida intermediária C), são

considerados de 5 cruces, isto é, uma coluna, que se repete 8 vezes. O professor informa como é possível ler o esquema: repetimos 5 cada vez, pegamos 8 vezes. Na sequência, a referência é outro esquema, com unidade intermediária E, em que ocorre uma mudança dos valores numéricos, em relação ao anterior. Ele é lido antes de realizar as operações necessárias, que pode ser por contagem ou pelo desenho das cruces. Os estudantes leem os respectivos procedimentos da seguinte forma: "...cada vez, ...vezes"(4 cada vez, 10 vezes) e, posteriormente, registram nos espaços (quadrinhos). Repete-se o mesmo desenvolvimento em relação ao terceiro esquema com a unidade intermediária K.

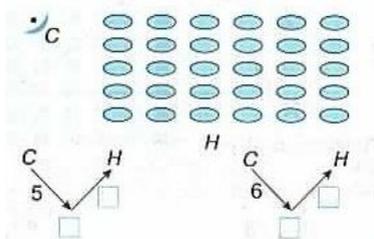
Figura 23: Desenho de cruces



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 59

Na tarefa seguinte (figura 24), o professor solicita aos estudantes para que façam a medição e lembra-lhes que a unidade básica é 1 (oval), como fica indicado pelo ponto sobre a letra C. Com a adoção de cada unidade de medida intermediária, observa-se a conveniência de proceder a contagem em linhas (esquema de unidade intermediária 6) ou em colunas (unidade intermediária 5). Os resultados são anotados nos esquemas e, imediatamente, lidos.

Figura 24: Unidades básica e intermediária



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 60

A oportunidade dada aos estudantes para estabelecer seus próprios procedimentos objetiva o entendimento de que, independentemente da disposição dos grupos de ovos, a quantidade contada para cada esquema é a mesma. Tal regularidade é determinada pela unidade de medida intermediária e pela condição estabelecida pelo esquema da quantidade de vezes que ela se repete.

As três tarefas apresentadas nesta seção ao enfatizarem o processo de medição com a presença de esquemas com a estipulação da unidade intermediária trazem alguns componentes a destacar: a necessidade de identificação do seu valor numérico e a quantidade de vezes que ela se repete; sua explicitação no esquema ou em sua leitura; sua tradução ou representação na situação a ser medida constituída exclusivamente de grandezas discretas.

Ressalta-se que a preocupação é o processo de determinação dos fatores e não com o produto. Além disso, não é focada a escrita em termos numéricos. A centralidade está no estabelecimento de inter-relações que revelem o conteúdo do conceito, bem como a representação da ideia primária que se sistematizará em modelos. Com isso, não se quer dizer que o resultado da medição (produto) seja mantido à parte ou desnecessário. Trata-se, pois, de um ordenamento do processo de análise no âmbito da totalidade conceitual da multiplicação e da própria Matemática.

5.4 MULTIPLICAÇÃO DE NUMERAIS

A preocupação de organizar o ensino da multiplicação de modo que os estudantes se mantenham em constante ação investigativa é identificada na próxima tarefa particular, cuja base de análise está na figura 25. A situação proposta difere das anteriores, pois a medição com a unidade de medida intermediária não é suficiente e leva à contagem

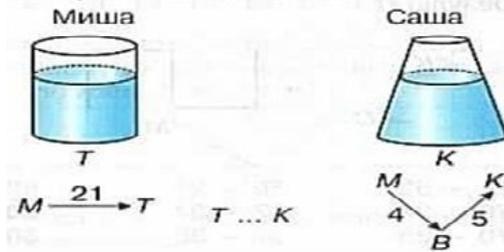
inicial com a medida básica. Porém, volta o incômodo da medida ser pequena. Então, apresenta-se o procedimento com uso dos números na reta numérica, como aconteceu em outros momentos com o conceito de número, bem como da adição e subtração.

Na execução da tarefa, os desenhos e os esquemas estão no quadro. Estabelece-se a restrição de manter os livros fechados, como forma de evitar que os estudantes não adotem a mesma orientação. Eles podem trocar ideias entre si, mas devem se esforçar para estabelecer um procedimento próprio.

A figura exposta no quadro é traduzida para a seguinte problematização: duas pessoas, Misha e Sacha, querem adquirir os seus respectivos volumes de água, que são diferentes e devem ser medidos. Pelo esquema, descobre-se que Mischa adotou uma só medida. Por sua vez, Sacha pegou a mesma medida que Misha e a partir dela construiu uma nova medida intermediária.

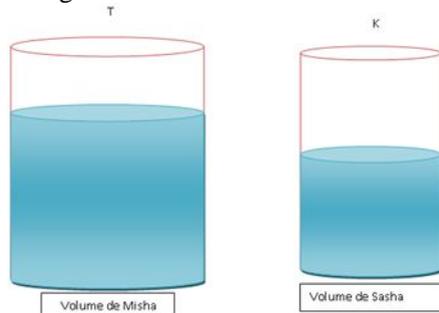
O importante, no desenvolvimento desta parte da tarefa, é observar os procedimentos adotados pelos estudantes.

Figura 25: Comparação entre os volumes de Mischa e Sacha



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 61

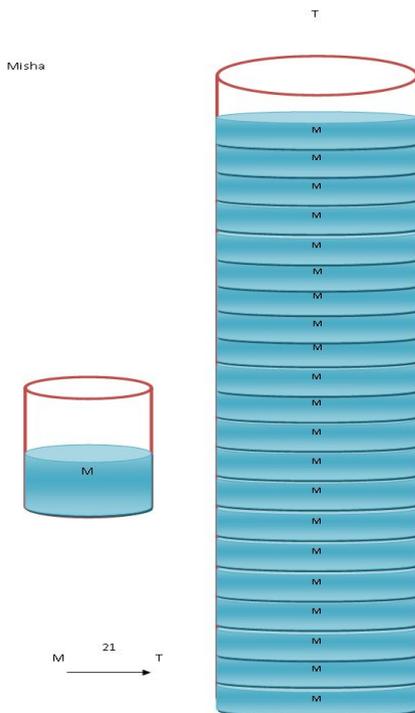
Figura 26: Volumes de água de Misha e Sasha



Fonte: Silvana C. Madeira

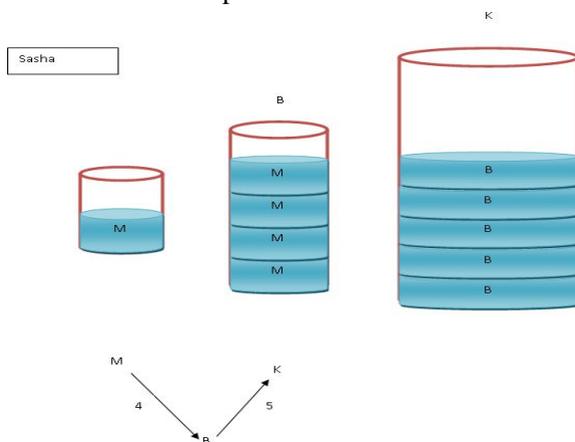
A figura 27, expressa o processo que necessariamente os estudantes adotarão, dadas as condições propiciadas pela própria condução da tarefa, por parte do professor, bem como pelas basilares apropriações ocorridas no decorrer de atividade de estudo. Como temos enfatizado, cada tarefa particular se compõe de elementos comuns, mas cada qual apresenta uma especificidade que conduz a novas apropriações para a formação do pensamento conceitual como um todo.

Figura 27: Processo realizado por Mischa



Fonte: Silvana C. Madeira

Figura 28: Processo realizado por Sasha

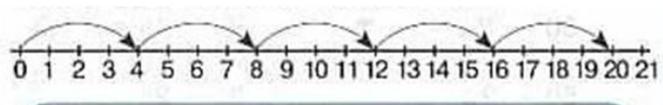


Fonte : Tais da Silva Huggentobler

De acordo com ГОРБОВ, МИКУЛИНА, САВЕЛЬЕВА (2009), a atenção ao desenvolvimento da tarefa, pelos estudantes, permite a identificação de que Sasha mediu com mais rapidez do que o Misha. Todavia, torna mais difícil indicar quem tem mais água. Diante de tal dificuldade intencionalmente estabelecida, o professor apresenta o seguinte questionamento: *Os meninos podem medir a água com o mesmo método, mas será que nós podemos detectar qual deles tem mais água?*

As crianças expõem diferentes sugestões, base para que o professor alerte-as de que a Matemática exige respostas exatas. Então, sugere que eles recorram à representação na reta numérica. Assim, a medição de Sasha indica que se marque na reta numérica 4 pontos 5 vezes (figura 29). Tal representação é feita tanto individualmente no caderno pelos escolares como também no quadro pelo professor.

Figura 29: Reta numérica



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 61

Após representação na reta numérica, é apresentada aos estudantes a síntese do procedimento adotado, em que pela primeira vez

aparece a expressão numérica multiplicativa com todos os seus componentes: $4 \cdot 5 = 20$, isto é, toma-se 4, 5 vezes.

A representação na reta numérica, que permite a determinação da quantidade de medidas básicas, é estratégica para que se detalhe o segundo esquema (figura 30). É proposto que se trace uma seta na parte superior do referido esquema e, sobre ela, o sinal de interrogação, expressão da necessidade de identificar o número indicativo do resultado da comparação das grandezas. Posteriormente, lê-se e completa-se o registro no quadrinho. Surge, então, um novo modo de resolver situações multiplicativas: um esquema composto por três setas. A última delas, que apareceu no esquema, indica a medida procurada que, no contexto da operação de multiplicação, refere-se ao produto (resultado).

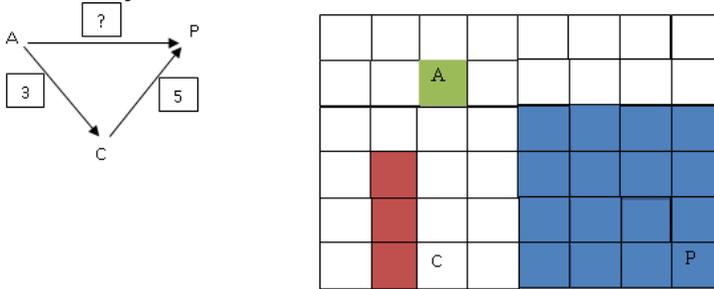
Figura 30: Representação no esquema



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

O novo esquema é referência na tarefa seguinte, pois se transformará em modelo para a resolução de tarefas referentes à multiplicação. O professor propõe que eles analisem o desenho. O ponto de partida é o sinal de interrogação do esquema, para determinar a quantidade de unidades básicas A da superfície P. Há necessidade de comentar que até é possível contá-las uma por uma “manualmente”. Para que tal procedimento não venha a ser adotado, pois descaracterizaria a ideia multiplicativa, o professor explica que o mesmo seria conveniente para as crianças pequenas que ainda não sabem adotar uma unidade de medida intermediária. Então, indica-lhes que adotem C (3 quadradinhos) e completa-se o esquema.

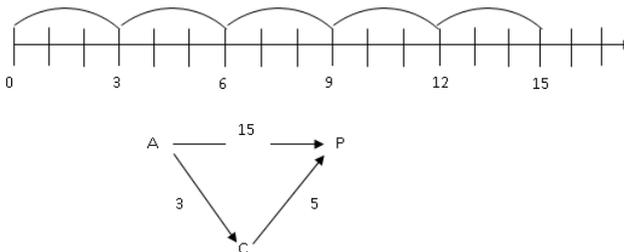
Figura 31: Adoção de medida intermediária



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Em seguida, procede-se a leitura do esquema e a realização das operações na reta numérica (figura 32). As unidades intermediárias são identificadas com os arcos. Anota-se a fórmula e faz-se a leitura: 3 tomado 5 vezes; 3 tomados 5 vezes, obtém-se 15. O professor pode sugerir que um estudante conte, uma a uma, as medidas básicas, como forma de certificação de que o resultado é o correto.

Figura 32: Reta numérica e esquema



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

O conjunto de tarefas, apresentadas na presente seção, parte do esquema composto por duas setas (relação entre a medida básica e intermediária) com vista à determinação da quantidade total da grandeza a ser medida. Atinge o esquema completo (três setas e seus respectivos valores), somente após a representação na reta. Esta também é base para a introdução da sentença numérica multiplicativa.

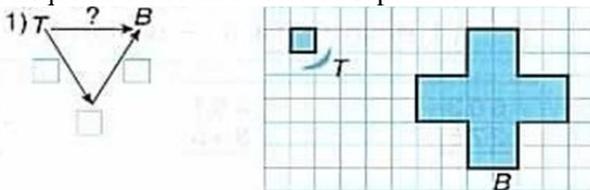
5.5 COMO DETERMINAR A QUANTIDADE DE MEDIDAS BÁSICAS

As tarefas seguem organizadas com o critério estabelecido pela relação esquema/situação de análise. Em outros termos, há um esquema que direciona a observação e análise, por parte dos estudantes, da situação que contém a grandeza em processo de medição, cuja relação interna apresenta as ideias caracterizadoras do conceito de multiplicação.

Na próxima tarefa (figura 33), os escolares dispõem de um esquema sem valores numéricos que precisam ser identificados a partir do processo de medição. O objetivo é determinar, por procedimentos concernentes ao conceito de multiplicação, medida da área da superfície em forma de cruz. Há a indicação da unidade básica (T). Dado que o esquema sugere a unidade de medida intermediária, então, se faz necessário determiná-la. Para tanto, a própria figura que delimita a superfície a ser medida é propositiva para que se adote como medida 4 quadradinhos.

Os escolares marcam no esquema tanto o valor numérico quanto a letra referente à unidade de medida intermediária. Efetua-se a medição, o que possibilita o preenchimento do quadradinho correspondente, no esquema. Porém, o sinal de interrogação simula que se determine a quantidade de medidas básicas. O professor pergunta: quem quer contá-las? Quem quer executar as operações na reta numérica? A orientação é que os estudantes estabeleçam uma relação de cooperação entre si para a execução das operações na reta numérica, e anotem o resultado numericamente.

Figura 33: Esquema e medida da área da superfície



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012 , p. 62

A tarefa, determinada pela figura 34, apresenta similaridade com a anterior, isto é, correlaciona a situação que contém as grandezas a medir com esquema. Neste, deve ser inserida a letra correspondente à

unidade básica e os valores numéricos que se obterá, respectivamente: pela medição com a unidade básica da unidade intermediária, desta em relação à grandeza a ser medida e, finalmente, com a quantidade de unidade básica total. Dada a condição, escolhe-se 3 (estrelas) como unidade de medida intermediária (K). Propõe-se aos estudantes que: procedam a medição, façam as anotações no esquema e realizem as operações com os números.

Figura 34: Grandeza discreta. Esquema.



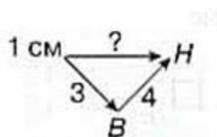
Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 63

Essas duas tarefas permitem que destaquemos novamente a atenção dada pelos autores para pormenores necessários na organização do sistema de ensino do conceito de multiplicação. Elas revelam uma coerência estrutural tanto em relação às demais quanto elas em si. À primeira vista pode parecer que não há diferença entre ambas, porém há sempre detalhes que as distinguem. Por exemplo, a grandeza área da tarefa 1 é medida com unidade básica quadrada, por sua vez, a tarefa 2 é realizada por unidade eminentemente discreta; há mudança do elemento desconhecido no esquema.

Há, portanto, a preocupação com o ir e vir entre os elementos que constituem o conceito de multiplicação que, por sua vez, contemplam os componentes conceituais mais amplos da própria matemática. Desse modo, a repetição de determinados procedimentos não se caracteriza como algo mecânico, mas como um meio de ter sempre presente o essencial do conceito articuladamente com algumas particularidades. Isto significa dizer que há realmente um processo de desenvolvimento do pensamento matemático que expande teoricamente.

A manutenção da integração entre as tarefas bem como a presença de um aspecto particular em cada uma é observável na próxima proposição aos estudantes, em que a constância é o esquema (figura 35) e a peculiaridade está na unidade básica que é o centímetro.

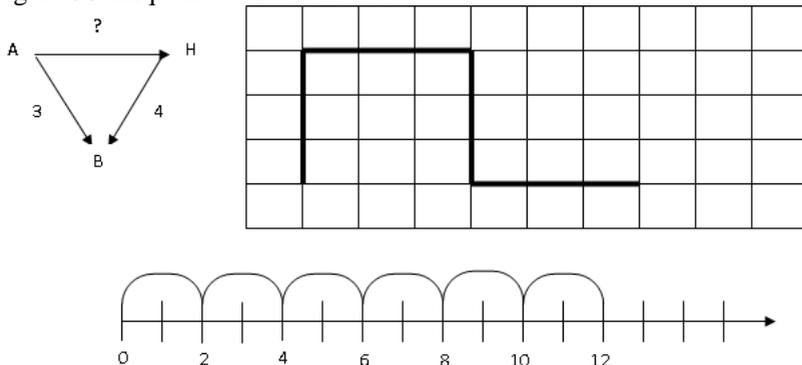
Figura 35: Esquema



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 63

Constrói-se a medida básica, um pequeno segmento de reta com 1 centímetro. Em seguida a intermediária (3 cm) e, finalmente, a reproduz 4 vezes, isto é, o segmento inteiro. Após a representação na reta numérica e a comprovação do comprimento em centímetros, anota-se a igualdade: $3 \cdot 4 = 12$. O número obtido (12) é verificado ao medir o segmento por meio da régua. A figura 36 traduz a representação dos procedimentos adotados na realização da tarefa.

Figura 36: Esquema e reta numérica



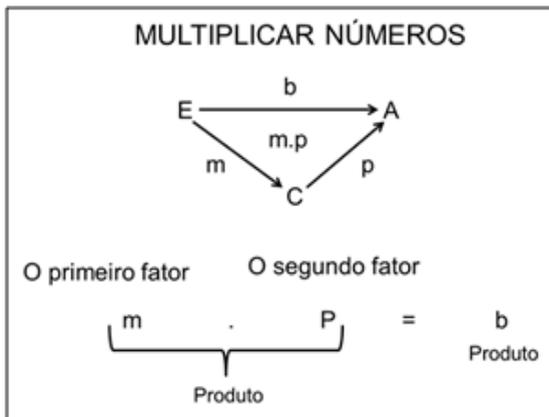
Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Até o momento, as tarefas colocam os estudantes em atenção constante na inter-relação entre a situação a ser medida e o esquema. Este foi, aos poucos, se apresentando e se constituindo em modelo característico do pensamento multiplicativo. Isso significa que as tarefas conduziam à dupla elaboração: do próprio conceito de multiplicação e do modelo. Tendo por fundamento a medida de grandeza – base geral do sistema dos números reais (ROSA, 2012) – o esquema é desenvolvido em um movimento com estágios diferentes, mas inter-relacionados, consequência do surgimento de necessidades concernentes ao conceito de multiplicação. Inicialmente, ocorre a relação entre uma unidade básica E e a grandeza a ser medida A ($E \rightarrow A$), que tem suas limitações

por estender demasiadamente o processo de medição, caso a diferença entre ambas seja grande. Além disso, por propiciar basicamente o princípio aditivo por contagem um a um, em vez de multiplicativo.

Conseqüentemente, cria-se a necessidade de uma unidade de medida intermediária C com a ideia de agrupamento, base do conceito de multiplicação. Assim, a relação anterior, $E \rightarrow A$, deixa de ser direta para ser mediada por outras duas: $E \rightarrow C$ e $C \rightarrow A$, que produzem os dois fatores (m e p) definidores da multiplicação que produzem o produto b , em que m indica o número de unidades básicas que constitui a unidade de medida intermediária, p a quantidade de unidade intermediária contida na grandeza em medição e b o resultado, a quantidade de unidades básicas.

Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева (1995, p. 112), expõem, de forma genérica, o seguinte o esquema:



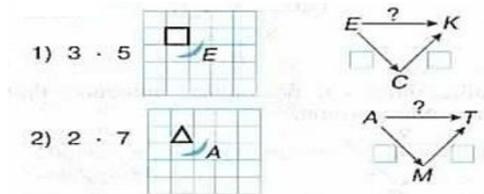
Como decorrência, tem-se o modelo multiplicativo $m \cdot p = b$. Embora se atinja a referida síntese, ela em si não foi o foco das tarefas. Em vez disso, elas deram ênfase para a elaboração do pensamento multiplicativo que tinha como referência o próprio processo de produção do referido modelo. As tarefas seguintes fazem o percurso inverso, pois é dada uma expressão numérica multiplicativa para ser representada em um esquema.

5.6 CONSTRUINDO O ESQUEMA E O OBJETO A PARTIR DA SENTENÇA DADA

A tarefa do livro (figura 37) que as crianças precisam desenvolver

é:

Figura 37: Reconstrução do esquema e do objeto

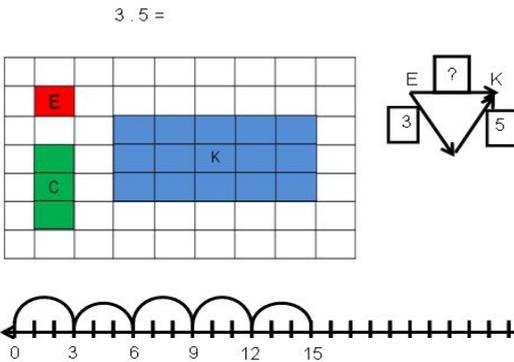


Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 64

O professor informa-lhes que algumas crianças mediram a área e apresentaram a anotação de como determinaram a quantidade de medidas básicas: 3.5 (situação 1 da figura 37). Porém, aconteceu que a figura e o registro foram apagados. Por isso, cumpre-nos a reconstrução da possível situação que fora medida. Então, por onde vamos começar? Além disso, o professor lembra-lhes que o primeiro algarismo do registro significa quantas medidas básicas compõem uma intermediária.

Coletivamente, inicia-se o processo de reconstrução. O número 3 é inscrito no esquema e desenha-se a medida intermediária constituída de três quadradinhos, que é marcada com a letra C, conforme é previsto no esquema. Como a sentença indica que 5 medidas intermediárias couberam na superfície em medição, faz-se o registro no esquema. Constrói-se a área que fora medida. Mas ainda é preciso a indicação da quantidade de medidas básicas. O professor propõe que um estudante refaça a figura. Para tal, simula que deva proceder de forma diferente de um aluno do primeiro ano que sabe apenas contar um por um. Também é proposto que outro estudante resolva a operação com a calculadora e todos representem na reta numérica. A figura 38 pode ser representativa do processo de execução da tarefa descrita.

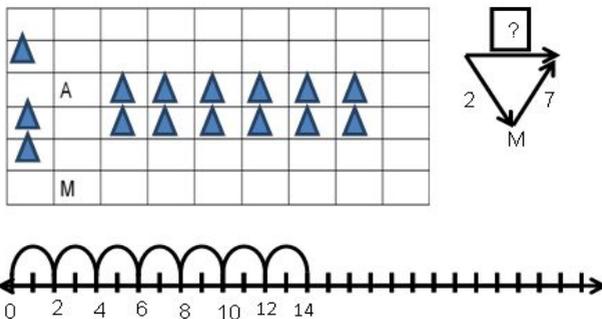
Figura 38: Representação da tarefa



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

A segunda parte da tarefa, correspondente a 2.7, é feita de maneira similar. O esquema é construído e completado com a inclusão das letras que foram escolhidas, bem como dos valores numéricos. Em seguida, é construída a situação em que os triângulos (cada qual é uma unidade básica) são dispostos em coluna de dois em dois (unidade intermediária), que são reproduzidas sete vezes. Finalmente os estudantes fazem a representação na reta numérica. A figura 39 indica a situação construída.

Figura 39: Tarefa concluída

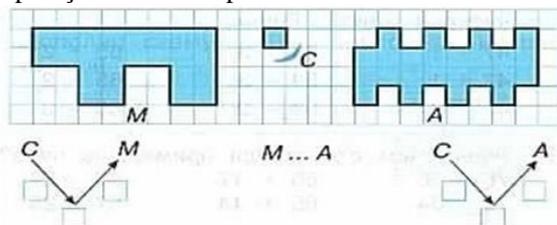


Fonte: Tais da Silva Huggentobler

A nova tarefa (figura 40) traz como peculiaridade a comparação entre dois produtos. No entanto, isso só ocorre depois que os estudantes

produzem todo o procedimento multiplicativo a partir de dois esquemas, representativos de duas situações de análise a ser medida. Para tanto, o professor conversa com o grupo de estudantes e diz: temos que comparar duas áreas, cuja medida básica comum é a C . Também sugere que façam a medição com uma medida intermediária.

Figura 40: Comparação entre dois produtos



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 63

A partir da orientação do professor, os estudantes passam a ter como referência para o estudo a primeira situação da figura 40, que dá margem para a interpretação de que existe uma possibilidade explícita para a adoção de 4 unidades básicas como uma unidade de medida intermediária. Em seguida, faz a contagem que identifica a sua inclusão 6 vezes na superfície a ser medida. Isso possibilita que se coloque 4 e 6 no esquema correspondente.

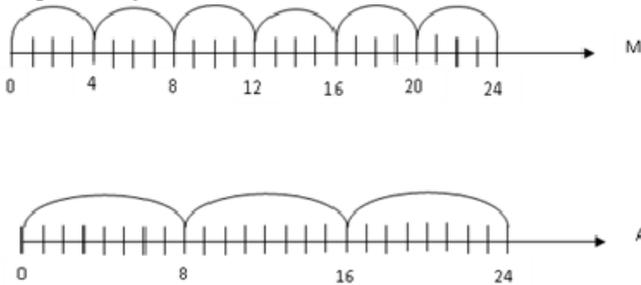
A segunda situação é construída de forma diferente, embora também tenha de ser medida com a mesma unidade básica (um quadradinho). Porém, nela se torna mais evidente a possibilidade de adotar 3 como unidade de medida intermediária. Como é diferente da anterior, adota-se outra letra para indicá-la. Inscreve-se, então, no esquema os dois valores numéricos correspondentes, respectivamente, à quantidade de vezes que a unidade intermediária contém a básica e esta está contida na figura em medição.

Mas o professor lembra ao grupo a pergunta diretriz da tarefa: qual das duas áreas é maior? Como orientação, ele simula uma resposta fictícia: o Alexandre acha que a área M é maior porque a medida intermediária usada foi maior.

Como decorrência das discussões entre estudantes e professor, urge que se determine a quantidade de medidas básicas, em ambas as situações. Insere-se no esquema a seta superior com o sinal de interrogação. Posteriormente, constroem-se duas retas numéricas. Em cada uma delas é representada a medição de uma das situações medidas,

o que permite dizer que as duas áreas são iguais, conforme a figura 41:

Figura 41: Representação na reta numérica



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

O procedimento permite a elaboração, pelos estudantes, da conclusão: $M = A$. Por sinal, essa igualdade revela uma característica peculiar da tarefa, pois é a primeira vez que os estudantes se deparam com a concomitância de duas situações para serem analisadas e medidas com princípios conceituais da multiplicação. Porém, vale observar que o modo do professor orientar os estudantes no desenvolvimento da tarefa ainda traz a precaução para que os estudantes não o façam por procedimentos do tipo ensaio e erro. O fim dessa tarefa – estabelecer a relação de igualdade ou desigualdade – é obtido por operações próprias do pensamento conceitual da multiplicação. Isso ocorre para com as duas situações dadas para que, posteriormente, seja apresentada a síntese.

No entanto, esse tipo de tarefa também é anunciativo da possibilidade dos estudantes desenvolverem a memória multiplicativa e, aos poucos, resolvam operações com base em raciocínio basicamente por procedimentos mentais. Isso ocorrerá por tarefas, cujas especificidades serão apresentadas na próxima seção.

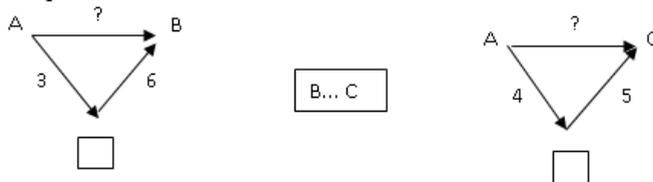
5.7 A TABUADA DE 2

De acordo com as orientações de Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева (2011), as tarefas a serem desenvolvidas pelos estudantes, aos poucos, deixam de ter por base situações materializadas ou figuras para a medição de determinadas grandezas. Elas têm como referência inicial a simulação de resultado expresso em esquemas representativos de medidas.

Os estudantes emitem opiniões hipotéticas sobre duas possíveis

grandezas B e C (figura 42) – volumes distintos de água, por exemplo.

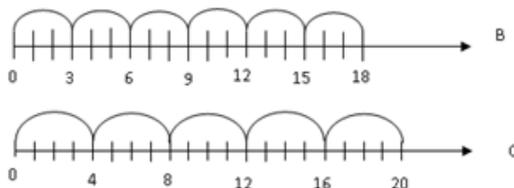
Figura 42: Esquemas



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Ao observarem os dois esquemas – que inicialmente aparecem sem a seta superior e a interrogação – os estudantes identificam que em ambos fora adotada a mesma medida básica, dado que sua representação é A. No entanto, as medidas intermediárias se diferem e, por isso, é necessário que se adotem letras diferentes para representá-las. Resta saber o número de medidas básicas para que se possa estabelecer a comparação entre os dois e os volumes. Para tanto, completa-se o esquema com uma seta, sobre a qual é colocado o sinal de interrogação. Depois, os estudantes escrevem as respectivas multiplicações, $3 \cdot 6$ e $4 \cdot 5$, e representam na reta numérica (figura 43).

Figura 43: Retas numéricas



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Por fim, é introduzido o sinal de comparação entre as duas multiplicações: $3 \times 6 < 4 \times 5$.

Na próxima tarefa, os estudantes têm em seu livro dois pares de sentenças multiplicativas (figura 44), cujos produtos devem ser comparados entre si.

Figura 44: Sentenças matemáticas

Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 66

Pode parecer que cada uma das multiplicações deve ser resolvida imediatamente, como se fosse os nossos tradicionais "exercícios" propostos por livros didáticos com o enunciado: "Resolver: a) 4×5 , b) 3×7 , c) 3×8 ". Porém, a tarefa em foco (figura anterior) é apresentada pelo professor num contexto de síntese. E, como tal, resulta de um processo de análise que tem como referência as situações até então desenvolvidas.

Para tal, o professor lembra aos estudantes: para que cada uma das quatro sentenças assim se apresentar, foi necessário, primeiramente, determinar a quantidade de medidas básicas, bem como o tipo da grandeza. Assim, por exemplo, no primeiro par de sentenças se trata de comparação de comprimento e no segundo de área. Os escolares começam a trabalhar com a sentença 4×5 . O professor chama a atenção de que esta foi vista na tarefa anterior, com a diferença que se tratava de água e desta vez de comprimento. Porém, o resultado numérico será o mesmo, 20, com o significado de que há 5 unidades intermediárias, cada uma com 4 unidades básicas. Os alunos que têm dúvidas podem fazer a operação na reta numérica, os outros inscrevem o número 20 embaixo da sentença. Em seguida, repete-se todo o procedimento para determinar o produto referente à segunda sentença para, então, proceder à comparação entre os dois resultados obtidos.

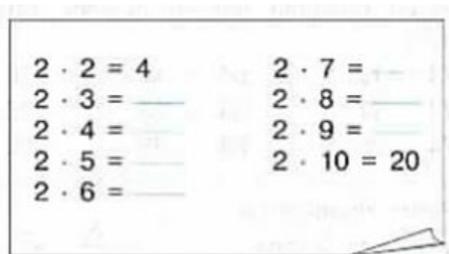
No que diz respeito ao segundo par de sentenças, o professor sugere, inicialmente, que os estudantes opinem sobre a sua possível relação, antes de qualquer cálculo, para depois verificar na reta numérica. Também orienta para que eles usem o resultado obtido anteriormente da multiplicação (3×7), uma vez que ela se apresenta na nova situação a ser comparada. Pode ser que alguém chegue à conclusão da comparação entre as duas sentenças mesmo antes de resolver a última delas (3×8). Contudo, deve-se propor que façam a verificação na reta numérica.

Essas duas últimas tarefas intermediam a passagem do pensamento conceitual multiplicativo com um significado específico relacionado a determinada grandeza (contínua ou discreta) para algo generalizado. Enfim, atinge-se o nível de sentenças matemáticas,

propriamente ditas, isto é, em forma de tabuada. Esta se apresenta como síntese das apropriações no desenvolvimento do conjunto das tarefas com teor do referido conceito. Ao mesmo tempo se torna elemento de análise para a sua própria aprendizagem, pois ela não se apresenta pronta aos estudantes para que eles a decorem, imediatamente. Em vez disso, a sua memorização ocorre de forma orientada por meio de operações desenvolvidas na própria escola, em vez de um ato individual realizado em casa, pelos estudantes, como ocorre no ensino tradicional.

Nesse sentido, a proposição inicial de Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева (2011) coloca os estudantes em situação de devir ao anunciar que as pessoas adultas conhecem os resultados da multiplicação de cor, e propõem-lhes: vamos também começar a aprendê-los, hoje. Cada sentença da tabuada é lida e analisada uma por uma na sequência, seu significado é encontrado na reta numérica. E, gradativamente, adquire o seguinte formato escrito (figura 45):

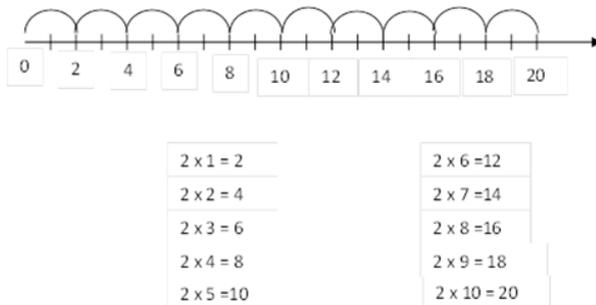
Figura 45: Tabuada de 2



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 66

Ao concluírem, a tarefa se apresenta conforme a figura 46:

Figura 46: Tarefa da tabuada de dois concluída



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 66

A próxima tarefa (figura 47) tem por objetivo estabelecer a relação de igualdade ou desigualdade entre duas sentenças, como estratégia de memorização por comparação, evitando procedimento único de decorar sequencialmente o produto de dois com todos os números de um a dez.

Figura 47: Relação, igualdade e desigualdade entre sentenças

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{2 \cdot 2} \dots \underbrace{2 \cdot 3} & & \underbrace{2 \cdot 4} \dots \underbrace{2 \cdot 5} \\ \underbrace{2 \cdot 3} \dots \underbrace{2 \cdot 4} & & \underbrace{2 \cdot 5} \dots \underbrace{2 \cdot 6} \end{array}$$

Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p.66

Os escolares estudam cada sentença do par e colocam o sinal de comparação entre elas e o resultado, cujo significado é encontrado na reta. Porém, antes eles são incentivados a expressar verbalmente o produto e prosseguem na reta numérica, bem como mentalmente. Finalmente, é proposto que cada um expresse verbalmente a tabuada de 2 na ordem. Para aqueles que ainda não conseguem, permite-lhes que movam-se mentalmente pela reta numérica ou leiam diretamente, nela, os números.

Observa-se que nas proposições de Davydov constam tarefas específicas para a apropriação da tabuada de 2, porém sem atropelamentos ou com um fim em si mesma. Também não é critério decisivo de qualificação de um bom ensino e de aprendizagem, conforme revela os estudos de Damazio (2000) em relação às expectativas da comunidade no que diz respeito à matemática escolar.

Também não se apresenta de forma camuflada, como mostra o estudo de Nürnberg (2008), subterfúgio didático adotado pelos professores que a consideram como essencial processo de aprendizagem do conceito de multiplicação, mas não condiz com os métodos atuais de ensino. De modo contrário, no sistema davydoviano, a tabuada aparece como um componente do processo de apropriação do conceito de multiplicação por ser uma prática social humana produzida historicamente para resolver determinadas situações que se apresentam aos indivíduos, como ação ou operação das suas atividades.

5.8 OS NOMES DOS COMPONENTES DA MULTIPLICAÇÃO, COMPARAÇÃO DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E DE MULTIPLICAÇÃO

As tarefas analisadas, na presente seção, trazem duas peculiaridades: a apresentação da linguagem matemática própria dos componentes numéricos da multiplicação e o cuidado para que os estudantes diferenciem a referida operação com a adição. Além disso, continuam a focar a tabuada de 2.

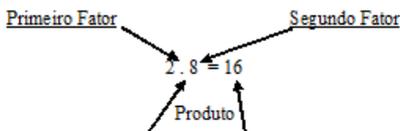
Os estudantes observam em seus livros (figura 48), os nomes dos componentes da multiplicação, que são lidos inicialmente pelo professor. Eles falam: o primeiro fator, o segundo fator e o produto. Em seguida, sugere-se que as crianças imaginem a reta numérica e falem todos os produtos da tabuada de 2. Primeiramente, faz-se a leitura do menor para o maior e, em seguida, na ordem contrária.

Figura 48: Nomes dos componentes da multiplicação



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 67

Tradução:



Em seguida, é apresentada uma nova tarefa (figura 49) em que as interrogações sugerem aos estudantes que anotem os casos mais difíceis de multiplicação por 2.

Figura 49: Situações com a tabuada de 2

$$2 \cdot ? \quad 2 \cdot ? \quad 2 \cdot ?$$

Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 68

As crianças citam variantes e as anotam, aleatoriamente, para que não fiquem na forma ordenada. Por exemplo, a sequência pode ser: 2×6 , 2×9 , 2×7 , 2×8 .

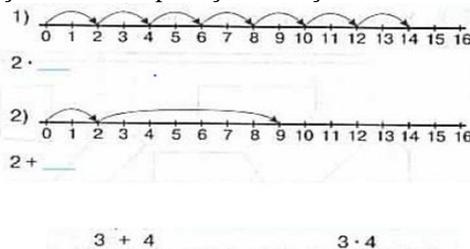
O cálculo de cada produto inicia somente após a anotação de todos os casos. Na ocorrência de manifestação de dificuldade, o professor sugere que os estudantes lembrem-se de um produto considerado “fácil” mais próximo ou de um obtido recentemente. Depois, façam a passagem, mentalmente, deste produto pela reta numérica, dando a quantidade de passos necessária. Ao anotar os produtos, os escolares formam duplas para buscar estratégias para decorar a tabuada que ainda não haviam conseguido.

A próxima tarefa (figura 50) visa à diferenciação, pelos estudantes, entre uma multiplicação e uma adição. Obrigatoriamente, recorre-se à reta numérica, por ser um modo peculiar de tornar evidente a diferença entre a procura da soma e do produto dos mesmos números. Os estudantes analisam as duas retas para concluir que, na primeira, trata-se do movimento representativo de $2 \cdot 7 = 14$ e, na segunda, de $2 + 7 = 9$.

A análise das duas situações na reta demonstra que, além dos resultados (produto é maior que a soma), a diferença se explicita, pois, na multiplicação, o número de setas é maior (sete), além de obedecer a uma regularidade, isto é, um intervalo de duas em duas unidades. Na adição, aparecem apenas duas setas (uma para cada termo), com intervalos distintos.

Em seguida, apresentam-se duas outras situações na forma de sentença, $3 + 4$ e $2 \cdot 4$, para determinar os respectivos resultados, por procedimentos que eles considerarem pertinentes, isto é, mentalmente ou pela reta.

Figura 50: Diferença entre multiplicação e adição

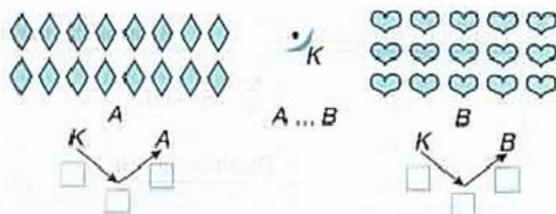


Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 68

A próxima tarefa (figura 51) retoma a ideia de comparação entre duas sentenças multiplicativas, expressa em uma situação de análise com figuras com desenhos diferentes. O professor diz que os espaços pontilhados entre as grandezas A e B significa que a tarefa propõe a

comparação entre a quantidade de losangos e de corações. Antecipa que é possível contá-los um por um, mas a preferência é pela medida intermediária. Pela disposição das figuras em cada uma das situações, descobre-se que é cômoda a adoção de medidas intermediárias, nominadas por letras diferentes e inscritas nos respectivos esquemas. No entanto, não é possível que se faça a comparação com os dados obtidos, pois ainda se faz necessário completar o esquema com a seta indicativa da relação entre a unidade básica e grandeza a ser medida, bem como acrescentar o ponto de interrogação. Com isso, determina-se o número de medidas básicas (produto) em cada situação. Para tal, o professor orienta para que os estudantes adotem dois procedimentos: primeiro, seguindo a reta numérica, mentalmente, pois queremos decorar os resultados da tabuada de 2; segundo, com a reta numérica. Finalmente, anota-se o resultado da comparação das grandezas.

Figura 51: Comparação entre duas grandezas multiplicativas



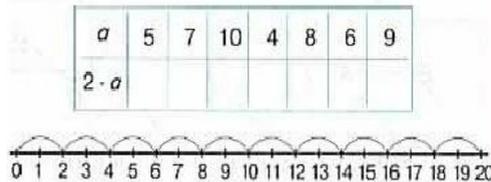
Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 68

A comparação entre a adição e a multiplicação é novamente a referência essencial na próxima tarefa (figura 52), mas com a peculiaridade de se apresentar com a combinação de número e letras. Também trazem a ideia de ordem (crescente e decrescente), bem com a preocupação com decorar a tabuada de 2.

O professor, oralmente, diz que tem-se dois registros no quadro: $2 \times a$ e $2 + b$. Os estudantes precisam identificar quais das operações aparecem nos registros; uma delas se refere à determinação do produto e a outra a soma. Em seguida voltam-se para a indicação do primeiro e o segundo fatores da multiplicação. O segundo, por enquanto, é marcado com a letra b. Compete ao professor expressar, caso por caso, os significados de b para que os estudantes falem os respectivos produtos. Solicita-lhes que repitam todos os produtos obtidos, em ordem decrescente, a começar pelo 20. Para determinar os números é permitido, caso necessário, recorrer à reta numérica, o que é identificada

com multiplicação pela presença de arcos com a mesma extensão, isto é, o dois é repetido várias vezes. Sugere-se, ainda, para que eles citeam aqueles casos fáceis, lembrados sem se ater à reta numérica.

Figura 52: Comparação entre adição e multiplicação



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 68

Em seguida, monta-se a mesma tabela para a adição $2 + b$ a ser preenchida a partir dos valores de b que são os mesmos atribuídos para a na multiplicação anterior. Representa-se a adição com os arcos na reta numérica que desta vez deve “estar na cabeça”. Na ocorrência de dúvidas, recorre-se à reta numérica. Posteriormente, propõe-se que circule os produtos, como forma de usar a nomenclatura própria e de dirigi-los para os registros de multiplicação, em vez da adição. Depois de calculadas todas as somas, faz-se a comparação com os produtos.

Ainda com a preocupação em fazer com que os alunos estudem a tabuada de 2, a tarefa seguinte (figura 53) busca a identificação dos seus casos considerados difíceis. O professor apresenta uma variante. Se a maioria dos estudantes não consegue expressar o produto, o caso é anotado por todos, mas o resultado correto é produzido, individualmente, com ajuda da reta numérica ou de outros procedimentos.

Figura 53: Identificação dos casos considerados difíceis

$$2 \cdot \square \qquad 2 \cdot \square$$

$$2 \cdot \square$$

Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 69

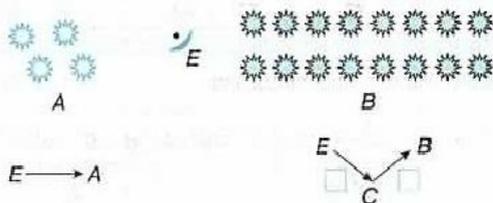
Como forma de evitar que se foquem somente os casos considerados difíceis para serem decorados, o professor dita alternadamente com multiplicações fáceis. As proposições anotadas são revistas pelos estudantes com esforço para lembrá-los apenas, mentalmente, sem apoio de outros procedimentos, como por exemplo a reta. Também são retomadas situações de comparação entre

multiplicação e adição, do tipo: $2 + 7$ e 3×7 , $2 + 9$ e 3×9 , $2 + 8$ e 3×8 .

A próxima tarefa (figura 54) retoma a articulação entre uma grandeza a ser medida e esquemas que orientam a adoção de procedimento multiplicativo. Além disso, é anunciativa da atenção à propriedade de elemento neutro da multiplicação. Por isso, seu enunciado faz exigências de duas operações, identificadas pela presença de dois esquemas: o primeiro do tipo direto, unidade básica \rightarrow grandeza, ($E \rightarrow A$) e o segundo do tipo composto, unidade básica \rightarrow unidade intermediária \rightarrow grandeza, ($E \rightarrow C \rightarrow A$).

O professor anuncia: temos um problema que é dado por desenho, cuja resolução envolve duas operações. Adotaremos o método da medição das grandezas, dado pelo esquema. Determinaremos o número de estrelinhas brancas pela contagem simples, o número das azuis com ajuda da medida intermediária.

Figura 54: Articulação entre uma grandeza a ser medida e esquemas



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 70

Decorrente das interações entre os alunos entre si e o professor, mediados pelas tarefas com teor conceitual multiplicativo, descobre-se que a quantidade total de estrelinhas é determinada somente se adotar a contagem com a mesma medida. No segundo esquema, introduz-se a seta superior e sobre ela coloca-se o quadradinho - o sinal da incógnita auxiliar. As duas operações correspondentes a cada um dos esquemas são anotadas temporariamente entre os parênteses como a característica de uma grandeza separada: respectivamente (1×4) e (4×4) . Porém, consequência das orientações do professor, os estudantes concluem que $1 \times 4 = 4$, então as duas operações podem se transformadas somente em 4×4 , e completam: $4 \times 4 = 16$.

5.9 A TABUADA DE 3

O tratamento dado à tabuada de 3 é o da multiplicação, por isso não reproduziremos todas aquelas que aparecem nos livros analisados.

Apresentamos algumas delas. Oralmente, o professor apresenta as sentenças que aparecem no livro didático disponível aos estudantes (figura 55).

Figura 55: Tabuada de 3

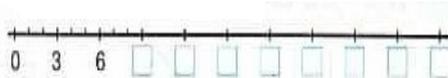
$3 \cdot 2 = 6$	$3 \cdot 7 = \underline{\quad}$
$3 \cdot 3 = \underline{\quad}$	$3 \cdot 8 = \underline{\quad}$
$3 \cdot 4 = \underline{\quad}$	$3 \cdot 9 = \underline{\quad}$
$3 \cdot 5 = \underline{\quad}$	$3 \cdot 10 = 30$
$3 \cdot 6 = \underline{\quad}$	

Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 72

Os estudantes resolvem cada sentença com ajuda da reta numérica, com a alerta de que desta vez ela está dividida pelos arcos não de 2 em 2 como era antes, mas de 3 em 3. Em seguida repetem-se somente algumas das sentenças, aleatoriamente, e solicita que os estudantes tentem lembrar o resultado sem olhar para aqueles obtidos anteriormente.

Em outra tarefa, a interferência propositiva do professor é: - Vamos aprender mais uma parte de tabuada! Ao se referir à figura 56, diz que alguns casos podem ser resolvidos com ajuda da reta numérica da tarefa anterior, mas não é suficiente para todos, por isso o ideal é que se construa uma nova. Para evitar aglomerado com números muitos próximos, sugere, em vez de colocar todos os números na reta, marcar somente aqueles obtidos ao multiplicar em 3.

Figura 56: Uso da reta numérica



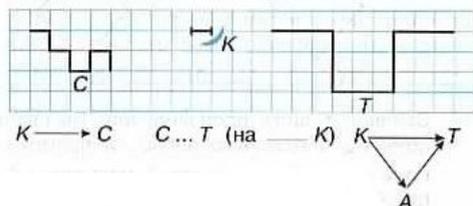
Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 72

Alerta-se, aos estudantes, para observar o início da linha numérica (figura 56) – que mais convém para este tipo de multiplicação – em que os primeiros três conjuntos são divididos em medidas básicas. No entanto, não há necessidade de continuar com a mesma marcação, basta lembrar que cada “passo” da reta numérica contém 3 “passos” pequenos. Preenche-se os quadradinhos, isto é, forma-se a sequência numérica completa: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30. Faz-se a

conferência com a tabela da tarefa anterior, que será a referência para decorar, aos poucos, a tabuada de 3.

Assim como na multiplicação por 2, a tarefa seguinte (figura 57) requer a resolução com duas operações.

Figura 57: Resolução de tarefa com duas operações



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 72

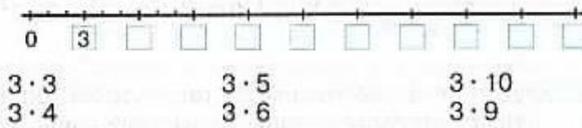
Tendo por base o desenho, observa-se qual dos dois comprimentos é maior e indica-os. Os esquemas determinam o tipo da medição. Anota-se e executa-se as duas operações, respectivamente, 1×6 e 3×5 . Em seguida, coloca-se o resultado da medição de cada uma das situações, ou seja: $1 \times 6 = 6$ e $3 \times 5 = 15$. Como decorrência, os estudantes completam com o sinal a relação: $C < T$.

Entre outras tarefas existem aquelas que retomam questões anteriores em concomitância com aquelas ainda em desenvolvimento. Por exemplo, o professor propõe aos estudantes que:

- 1) falem, em voz alta, as sequências de números que são os produtos de multiplicação em 2 e em 3;
- 2) indiquem os casos difíceis de multiplicação em 2;
- 3) citem os casos fáceis de multiplicação em 3.

Apesar do retorno à multiplicação por 2, a ênfase é para o produtos com fator 3, encontrados em uma reta numérica construída para tal finalidade. Assim, são apresentadas, ao mesmo tempo, duas situações (figuras 58): uma para completar a reta numérica e a outra em forma de sentenças multiplicativas com 3 como um dos fatores. Esta última requer que os estudantes resolvam com os números recém-obtidos.

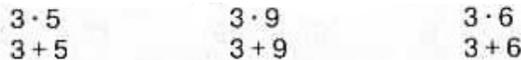
Figura 58: Sentenças multiplicativas com 3 como um dos fatores



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 73

A atenção, na organização do ensino, é para que os estudantes percebam as particularidades da adição e da multiplicação, por isso a necessidade de tarefas que os levem a compará-las. Apresentam-se três sentenças de multiplicativas e aditivas com os respectivos valores, conforme a figura 59:

Figura 59: Sentenças multiplicativas e aditivas



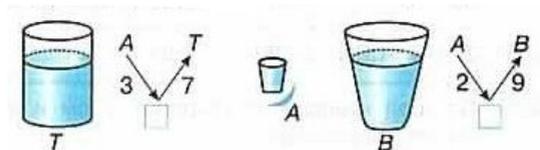
Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 73

Como os resultados das adições são familiares aos estudantes, basta que eles recorram à reta numérica anterior, caso necessário, para identificar os produtos e estabelecer a comparação solicitada.

Outra tarefa (figura 60) traz um problema que inter-relaciona figuras representativas da grandeza e a indicação dos seus esquemas, com o objetivo de saber o volume total de água. Isso significa que aparecerão diferentes operações multiplicativas cada qual correspondente a uma das situações. Com a orientação do professor, os estudantes procedem à análise detalhada de ambas as situações, correlacionada com os esquemas. Assim, identificam que, em ambos os casos da medição de volume de água, a medida básica é a mesma, mas as medidas intermediárias são diferentes, identificadas com letras diferentes nos seus respectivos esquemas.

O professor diz: penso que é possível resolver o problema somente com uma operação, em vez de três. Por exemplo, podemos somar 2 e 3 ou 7 e 9. Depois de algumas discussões, os estudantes percebem a impossibilidade de tais operações, porque 2 e 3 não constituem o total de volume de água. Além disso, os números 7 e 9 são obtidos a partir de medidas diferentes e não podem ser somados. É preciso saber o número de medidas básicas em cada recipiente.

Figura 60: Figuras representativas da grandeza e a indicação dos seus esquemas.



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 74

Completa-se o esquema, anota-se entre parênteses cada uma das duas operações de multiplicação, (3×7) e (2×9) . Em seguida, unem-se em uma só sentença: $(3 \times 7) + (2 \times 9)$. Surge a característica própria da tarefa, uma expressão numérica, com duas operações envolvendo a tabuada de 2 e de 3 que, ao ser resolvida, indicará o volume total de água: $21 + 18 = 39$.

Após essa tarefa, inicia-se o estudo da divisão. Por não se tratar de nosso objeto de estudo, não analisaremos as tarefas que a ela dizem respeito. Contudo, apresentaremos algumas tarefas referentes à multiplicação que aparecem intercaladas com aquelas da divisão. Nas palavras de Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева (2012, p. 73): “Revisão dos casos das tabuadas de 2 e de 3”.

São apresentados vários pares de multiplicação por 3 e por 2 (figura 61). De início, os alunos emitem opiniões sobre a relação entre os significados das sentenças, em seguida encontram os resultados e procedem à comparação.

Figura 61: Várias sentenças multiplicativas

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{3 \cdot 7} & \dots & \underbrace{3 \cdot 8} \\ \underbrace{3 \cdot 9} & \dots & \underbrace{3 \cdot 6} \\ \underbrace{3 \cdot 10} & \dots & \underbrace{3 \cdot 5} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \underbrace{2 \cdot 9} & \dots & \underbrace{2 \cdot 8} \\ \underbrace{2 \cdot 6} & \dots & \underbrace{2 \cdot 5} \\ \underbrace{2 \cdot 7} & \dots & \underbrace{2 \cdot 10} \end{array}$$

Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 78

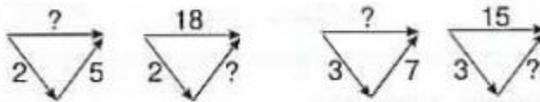
A tarefa anterior é basicamente a última do Livro 2 que se refere exclusivamente à multiplicação, as demais aparecem atreladas ao conceito de divisão. Por exemplo, uma delas (figura 62) apresenta vários esquemas que representam algumas medições sem se referir a alguma grandeza específica. Os estudantes dizem o que cada esquema apresenta de conhecido e o que ainda precisa de identificação. O professor incentiva-os para que eles expliquem com o uso de expressões do tipo: “medida básica”, “medida intermediária” ou “segundo multiplicador” e

“temos que encontrar o produto”.

O uso dessa linguagem revela o domínio das ideias essenciais dos procedimentos de formação de sentenças multiplicativas, diante de determinadas situações de características para tal. Isso significa que há um pensamento conceitual em formação que se objetiva ao se deparar com fenômenos que requerem leitura e formulação referentes à multiplicação. Como diz Davýdov (1982), há uma confluência do abstrato e o concreto que se desmembram da análise de situações particulares, da própria realidade, mas que traziam algo genérico definidor do pensamento multiplicativo que, portanto, é, simultaneamente, concreto e abstrato. Concreto, porque é algo pensado, internalizado, pelo estudante; abstrato entendido como apenas um momento daquela realidade, isto é, em estado de contínua mudança.

Tendo em vista esse movimento dialético, nas proposições davidovyanas para o ensino do conceito de multiplicação constam de tarefas que sustentam a formação do pensamento teórico do referido conceito que, implicitamente, apresentam articulação com a divisão. Essa interação conceitual se apresenta na próxima tarefa (figura 62).

Figura 62: Esquemas



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 79

A tabuada de 2 e 3 continuam como referência. Os estudantes observam cada esquema e leem cada operação correspondente e podem executá-la na reta numérica. Em todos os casos, eles indicam verbalmente o termo a identificar, por exemplo: temos que encontrar o produto ou o multiplicador.

A relação implícita entre multiplicação e divisão constitui o teor de tarefas apresentadas oralmente, do tipo:

- 1) revisão das séries de números, isto é, resultados das tabuadas conhecidas;
- 2) apresentação, pelos estudantes, dos casos difíceis de multiplicação.
- 3) registro, no quadro, de igualdades abertas como: $2 \times a = \underline{\quad}$, em que o professor coloca um número no lugar do produto; os alunos devem “adivinhar” o número a , porém sem necessidade de explicar o caminho, mas lembrar, por exemplo, qual é o número que multiplicado por 2 resulta 6.

Também são propostas várias igualdades (figura 63) em que compete aos estudantes lembrar e escrever o segundo fator. Observa-se a presença tanto da multiplicação por 2 e 3, com predomínio da última por ser ainda a referência.

Figura 63: Sentenças multiplicativas com o predomínio de 2 e 3

$$\begin{array}{l} 2 \cdot \square = 6 \quad 3 \cdot \square = 9 \quad 3 \cdot \square = 30 \\ 2 \cdot \square = 8 \quad 3 \cdot \square = 12 \quad 3 \cdot \square = 27 \end{array}$$

Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 80

Outra tarefa com similar preocupação da anterior é a seguinte (figura 64).

Figura 64: Sentenças multiplicativas

Первый множитель	2	3	3	2	2	3	3
Второй множитель	8	8		9		7	9
Произведение			6		10		

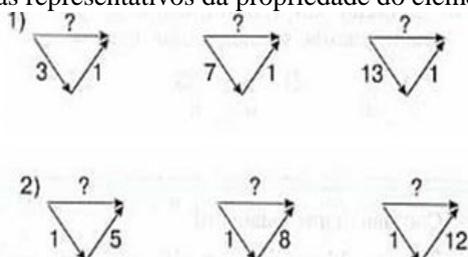
Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p.81

Observa-se que todas as células da primeira linha estão completas, por indicar a tabuada 2 ou 3. O preenchimento da tabela requer a transferência oral, pelos estudantes, de cada caso (multiplicação envolvendo os números de cada coluna) em forma de igualdade. Por exemplo, eles dizem: pegamos 8 vezes o 2, obtivemos 16; ou, como na terceira coluna, temos tantas vezes o 3 para obtermos o 6, que é 3×2 .

5.10 MULTIPLICAÇÃO COM FATOR 1

O livro 2 (ДАВЫДОВ, ГОРБОВ, МИКУЛИНА, САВЕЛЬЕВА, 2012), adotado pelos estudantes do segundo ano escolar, conclui o ensino/estudo da multiplicação com tarefas que trazem à tona a propriedade de elemento neutro, pois prioriza como um dos fatores o 1. Uma das formas em que elas se apresentam é por esquema, conforme figura 65, em que se faz necessário identificar o valor da interrogação, o produto ou medida.

Figura 65: Esquemas representativos da propriedade do elemento neutro



Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p.87-88

Observa-se que na primeira sequência o 1 representa a unidade intermediária e, na segunda, é a unidade básica. Os estudantes são orientados de modo a identificar que, independente do tipo de unidade, o produto é o outro fator: $3 \times 1 = 3$, $7 \times 1 = 7$, $13 \times 1 = 13$, $1 \times 5 = 5$, $1 \times 8 = 8$ e $1 \times 12 = 12$.

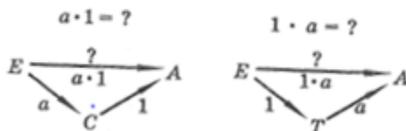
Outra tarefa com similar teor conceitual (figura 66) tem outro visual, pois se trata da operação apresentada sem contexto figurativo e esquemas.

Figura 66: Sentenças multiplicativas

$$\begin{array}{ccc} 9 \cdot 1 & 1 \cdot 256 & 1 \cdot 10 \\ 1 \cdot 6 & 47 \cdot 1 & 126 \cdot 1 \end{array}$$

Fonte: Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева, 2012, p. 88

A sugestão é que os estudantes recorram à reta numérica, mas de forma mental, sem a sua representação no caderno ou no quadro. Em seguida, indique verbalmente o produto de cada uma das operações. Somente no livro 2 da edição de 1995 (ДАВЫДОВ, ГОРБОВ, МИКУЛИНА, САВЕЛЬЕВА, 1995) é apresentado o modelo.



Проверь на числовых прямых правило:

При умножении любого числа на единицу получается то число, которое умножали:

$$a \cdot 1 = a$$

При умножении единицы на любое число получается это же самое число:

$$1 \cdot a = a$$

Salientamos que o conjunto de tarefas apresentadas ao longo do presente capítulo reflete o processo de objetivação da proposta de Davydov para a introdução do ensino do conceito de multiplicação, que ocorre no segundo escolar. Vale esclarecer que o referido conceito, no livro didático do aluno (ДАВЫДОВ, ГОРБОВ, МИКУЛИНА, САВЕЛЬЕВА, 2012), aparece somente no terceiro e quarto capítulos, respectivamente, páginas 55 e 61. Mesmo assim, o foco para a multiplicação não é exclusivo, pois entre cada tarefa a ela dedicada são inseridas outras que aprofundam ou revisam a adição e a subtração. Acrescem-se, ainda, aquelas que tratam de conceitos geométricos como segmentos, figuras planas e ângulo.

Em Давыдов, Горбов, Микулина, Савельева (2012), o quinto capítulo inicia o conceito de divisão articuladamente com a multiplicação. Além disso, as tarefas se intercalam com foco para a especificidade de cada um desses conceitos. Isso quer dizer que a multiplicação em si não deixa de ser tratada, mesmo quando outro conceito se apresenta para ser ensinado. Essa constância é mantida por todo o segundo ano escolar, cujas tarefas particulares, basicamente, atendem as duas primeiras ações de estudo da proposta de Davydov. No decorrer dos demais capítulos e anos subsequentes, o referido conceito é tratado em conformidade com as demais ações de estudos. Salientamos que elas não foram analisadas, pois, como explicado anteriormente, não se inserem na delimitação adotada para o presente estudo.

Na sequência, faremos uma reflexão sobre o conjunto de tarefas – proposições davydovianas – que introduz o ensino da multiplicação no sistema escolar. Procuramos explicitar o seu movimento que

entendemos dar o sentido não dicotômico de prática e teoria no ensino da Matemática.

6 CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROPOSIÇÃO DAVYDOVIANA REFERENTE AO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO

Iniciamos o texto da dissertação, primeiro capítulo, trazendo à tona nossos questionamentos e trajetória de construção de entendimentos sobre a “prática”, em seu sentido didático – uso de material didático e problemas do cotidiano –, como redentora para aprendizagem matemática dos alunos.

Em seguida, segundo capítulo, apresentamos o sentido contrapositivo dado pela Pedagogia Histórico- Crítica referente ao discurso defensor do pragmatismo pedagógico: valorização do conhecimento cotidiano do aluno, da prática, da aplicação. Contudo, a referida Pedagogia (uma das bases teóricas da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina), com matriz teórica materialista histórica e dialética, apresenta as bases do referido referencial, mas não elabora uma proposição concreta para a objetivação no contexto escolar.

Se a nossa pretensão foi apresentar uma proposição de ensino que traduzisse a concepção materialista histórico e dialética – base da Pedagogia Histórico-Crítica e da Teoria Histórico-Cultural - de prática e de concreto, então parece-nos que precisamos explicitá-la, mesmo que sinteticamente. Por atender tal critério, a opção foi pelo modo de organização de ensino de Davydov, que entendemos como expressão de coerência na adoção da referida base teórica em uma proposição de ensino, que não dicotomiza prática e teoria, concreto e abstrato.

Trouxemos sua expressão na introdução do ensino da multiplicação, porém não significa que é uma exclusividade para tal conceito, mas para a disciplina de Matemática como um todo. Para tanto, em nossas reflexões, explícita ou implicitamente, tomamos os pressupostos do materialismo histórico e dialético.

O conjunto de tarefas apresentadas tem algo em comum, geral: a grandeza. Esta se apresenta como elemento essencial para o conceito de multiplicação, uma vez que é referência desde a primeira tarefa. É a partir dela que se processa a medição, que requer a relação entre uma ou mais delas e, por consequência, se apresentam os números ou fatores que se multiplicam. Independente de sua característica, discreta ou contínua, ela determina os termos da multiplicação, cada qual expressa uma medida: o primeiro fator, unidade intermediária, indica a quantidade de unidade básica que a constitui; por sua vez, o segundo fator traz como unidade a unidade básica. Mas tal essencialidade não se constitui como sua única característica, pois o estudo de Rosa (2012, p.

32), referente ao ensino do conceito de número que se objetiva no livro 1 (correspondente ao primeiro ano escolar), mostra que, basicamente, as tarefas “reproduzem a unidade da totalidade do movimento entre o geral ↔ particular ↔ universal ↔ particular ↔ singular”. Contempla, pois, o movimento prescrito por Davídov (1988) para a sua proposta de ensino que é próprio da concepção materialista dialético sobre o método de “exposição” dos resultados da investigação dos cientistas, isto é, o movimento que ascende do abstrato ao concreto.

Isso se explica quando desde a primeira tarefa, embora inicialmente não explícita, contempla uma base universal que se apresenta com manifestações particulares. Portanto, difere do método de investigação do cientista que tem como base de análise o sensorial de tipos particulares para revelar a base interna universal. Assim sendo, o movimento do pensamento é de redução do concreto ao abstrato. Observa-se que nas tarefas a referência, isto é, a abstração é a ideia de multiplicação em seu aspecto geral. Ou seja, elas não traduzem situações particulares de adição de mesma parcela para chegar ao nível de generalização da multiplicação.

A especificidade conceitual de multiplicação está intrinsecamente interligada ao próprio conceito de número tanto em sua relação geral quanto universal, que, segundo Davídov (1982) é, respectivamente, a grandeza e $a/b = c$. Assim, um estudante ao desenvolver as referidas tarefas convive com método de ascensão do abstrato ao concreto, isto é, o método do pensamento (DAVÝDOV, 1982), no caso específico: o pensamento multiplicativo. Como tal, há um movimento que, para os estudantes, se inicia abstratamente, mas dialeticamente, se supera mediado pelo desenvolvimento de novas tarefas.

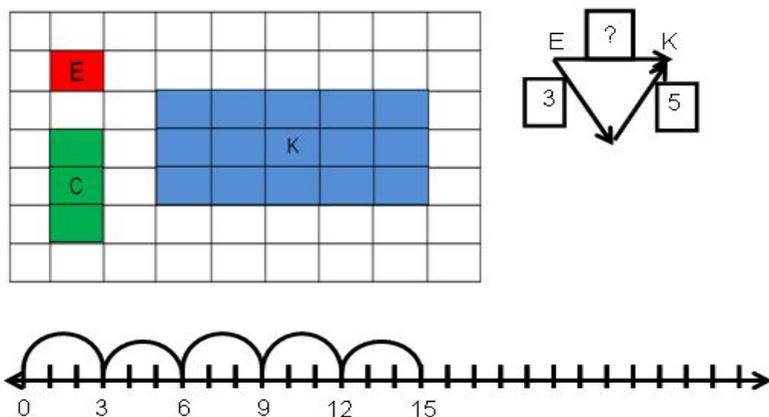
Nesse sentido, vale lembrar que as tarefas particulares dizem respeito a apenas duas ações de estudo, estabelecidas por Davídov (1988), que reescrevemos a seguir, quais sejam: 1) transformação dos dados da tarefa com o objetivo de expressar a relação universal do objeto estudado; 2) modelação da relação em sua forma objetivada (gráfica ou por meio de letras). Mesmo que as tarefas, apresentadas no capítulo anterior, ainda estejam em nível dessas duas ações, elas inserem os estudantes num movimento de pensamento em que se confundem as abstrações e concretizações. Isso só é possível pelo próprio modo como estão elaboradas que, basicamente, se compõem pela tríade procedimental: esquema/grandeza (situação)/representação na reta.

Se compararmos com as tarefas referentes à introdução do conceito de número, na multiplicação elas não enfocam as representações gráficas das relações gerais (igualdade e desigualdade)

entre grandezas (ROSA, 2008). Em vez disso, focalizam o movimento entre as grandezas, por meio das representações: esquema e reta numérica.

Desde o início, as tarefas expressam a sua abrangência ao contemplar ideias aritméticas, geométricas e algébricas. Por exemplo, na multiplicação $3 \times 5 = 15$ (figura 67) está o seu teor aritmético. A significação geométrica se explicita na reta numérica. Por sua vez, o conteúdo algébrico está em: $3E = C$, $5C = K$, logo $K = 5 \times 3E$, que se insere no modelo $m.p = b$.

Figura 67: Teor aritmético, geométrico e algébrico da multiplicação
 $3 \cdot 5 =$



Fonte: Tais da Silva Huggentobler

Por sinal, essa é a tônica que une as tarefas particulares entre si que inspiram a apropriação conceitual, por parte dos estudantes. Tais ideias constituem-se como pontos essenciais da primeira ação de estudo da proposta de Davydov que, desde o início, colocam os estudantes em movimento de pensamento de forma que cria a necessidade de apropriação da multiplicação em caráter teórico. Da mesma forma, propiciam que eles transformem os dados que, explícita ou implicitamente, se apresentam nas situações materiais ou não de cada tarefa, de forma que revele a relação universal, a base genética, fonte de todas as propriedades e peculiaridades do objeto integral (ROSA, 2012).

Se para o ensino dos conceitos precedentes (número, adição e subtração) a representação em segmento e na reta numérica é base para a produção dos seus respectivos modelos (ROSA, 2012), na multiplicação

o segmento é substituído pelo esquema de flecha. Isso significa dizer que no movimento de ascensão do abstrato ao concreto, pela proposta de Davydov, a representação na reta numérica acrescida de outra forma se constitui em procedimentos essenciais de todas as operações matemáticas. Mas eles tomam forma especial e explicitam peculiaridades (na multiplicação, o esquema), consequência do teor e especificidades caracterizadoras de cada conceito.

No esquema e representação na reta numérica se confluem as significações aritméticas, algébricas e geométricas. Os símbolos, as letras e os signos numéricos se apresentam concomitantemente e de forma articulada, mas com uma determinada função ou significação. Por exemplo, em um esquema, as flechas traduzem o movimento operatório do conceito com a ideia de relação de inclusão (quantas vezes); as letras têm a função indicadora das unidades (básica, intermediária e grandeza a ser medida); os numerais indicam a medida, o número, respectivamente, de unidade básica que compõe a unidade intermediária, de unidade intermediária que compõe a grandeza e da medida propriamente dita (número de unidade básica da grandeza).

Isso significa que, desde o início, o processo de apropriação do conceito teórico de multiplicação traz consigo o seu modo geral em seu estágio atual. Dessa forma, as tarefas não priorizam e nem descartam sua relação com outros conceitos ou significações, como fazem outras proposições⁶ de ensino, mas volta-se à multiplicação em si. Sendo assim, a preocupação não é com o estabelecimento da relação com a adição – multiplicação com a ideia de soma de parcelas iguais – ou somente como tabuada, como convencionalmente tem se simplificado o ensino do referido conceito, conforme aponta os estudos de Nürnberg (2008).

Mesmo que, em sua organização, as tarefas apresentem uma situação de análise, visualmente concreta, com a presença de objetos físicos ou uma figura, o conceito não está dado explicitamente e extraído pela aparência externa que é familiar aos estudantes. Nasquelas circunstâncias, o concreto para os alunos até pode ser as coisas propriamente ditas (por exemplo, as figuras, os recipientes com água),

⁶ Vergnaud (1983), em sua teoria dos campos conceituais, concebe a multiplicação constituída de três ideias: isomorfismo de medida, produto de medida e proporções múltiplas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) apresentam o conceito de multiplicação no âmbito de quatro ideias: multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.

mas não a multiplicação. Esta, para ser apropriada, requer a criação de uma relação entre as grandezas que não está dada de imediato pela situação em si, mas é algo concreto ao professor, razão pela qual tem condições de explicitá-las aos estudantes, por diferentes operações pertinentes a cada tarefa.

Se nas primeiras tarefas a multiplicação aparece, aos estudantes, como algo abstrato ou em um nível de concreto caótico, então é no desenvolvimento delas e das demais que a operação vai sendo apropriada. A ascensão dessa abstração multiplicativa ao seu concreto ocorre no processo caracterizado pela: identificação da unidade básica, escolha da unidade intermediária e pela determinação da medida propriamente dita (quantidade total de unidade básica). Por sua vez, essas duas operações (identificação e determinação) executoras da tarefa só se efetivam mediadas por conceitos já concretizados como: contagem, número, medida, adição, entre outros, que também têm como referência ou base genética a relação entre grandezas.

Por consequência, se fazem necessária outras operações como: 1) a representação em esquema e na reta numérica; 2) o estabelecimento da relação de comparação entre as grandezas. A articulação de ambas ocorre pela necessidade de expressar algo definidor do essencial do conceito que pode se traduzir na expressão: “quantas vezes”. Isso porque o objetivo é trazer à tona a quantidade de vezes que a unidade básica compõe a unidade intermediária, esta se inclui na totalidade da situação em análise (grandezas em processo) e, finalmente, por procedimentos multiplicativos, determina-se o resultado da medida, entendida não como a grandeza propriamente dita, mas como a representação de uma propriedade numérica da mesma.

A abstração multiplicativa ascende ao concreto, isto é, ao pensamento elaborado quando os estudantes mostram-se em condições de adotá-la como elemento de análise e de leitura de mundo. Ainda, se a multiplicação se transforma em uma operação executora de outra ação pertinente à atividade de estudo ou mesmo para resolução de situações do seu cotidiano para atribuir-lhes novas significações. Os estudantes atingem esse nível de compreensão com a execução de tarefas referentes à quarta, quinta e sexta ações de estudo, que não foram tratadas na presente pesquisa.

Mas para que os estudantes atinjam esse nível de compreensão, conforme as proposições davydovianas, é necessário que eles se envolvam no desenvolvimento de tarefas que imprimem um movimento no procedimento da relação entre grandezas que ascende do geral ao particular, que tem como referência a unidade de medida, fator de

determinação da unidade intermediária. Essas duas unidades se transformam em fatores (multiplicando e multiplicador) da sentença matemática, representada por valores numéricos. Assim, o terceiro valor numérico da expressão – o produto – é resultado da medição, como dito anteriormente, propriedade numérica da grandeza.

Todo esse processo determina a formulação do modelo universal, referente à multiplicação, com uso de letras: $m \cdot p = b$. Este se apresenta como consequência de um dos procedimentos adotados, o esquema. Ao atingir esse nível de representação, as letras (m , p e b) não mais especificam uma determinada grandeza que fora medida. Trata-se, então, de uma abstração teórica, que permite a generalização para situações singulares do cotidiano ou sentenças multiplicativas eminentemente numéricas.

Somente depois do desenvolvimento de várias tarefas que propiciaram o entendimento dos significados de cada elemento referente à multiplicação outras são apresentadas para estabelecer relações que diferenciam da adição e da divisão. Para tanto, os estudantes são imersos num processo de análise e síntese que levam à recorrência a um esquema que se relaciona com uma determinada situação e representação na reta numérica.

Em outros termos, a multiplicação se apresenta aos estudantes de forma abstrata, em vez de concreta, como advogam os discursos de nossos cursos de formação (graduação e continuada). Se assim fosse, não precisaríamos da escola para estudá-la. Vale observar que, de início, para desenvolver cada tarefa particular, por mais bem elaborada e transmita o teor conceitual da multiplicação, os estudantes precisam de orientação e ajuda do professor. A necessidade de apoio demonstra que eles ainda não se apropriaram das ideias da multiplicação, isto é, algo abstrato à mercê de um processo de transformação de ações externas em internas.

A inter-relação com outras operações aparecem no processo e, até certo ponto, com precaução para não caracterizá-las como definidoras da essência do conceito de multiplicação. Por exemplo, em determinados momentos, os estudantes desenvolvem tarefas que levam a evidências da diferenciação entre multiplicação e adição. E não se trata de resolvê-las por operações do tipo informativa ou lembrete do professor, aos estudantes, como: “Cuidado para não confundir a multiplicação com a adição”. Em vez disso, eles adotam os mesmos procedimentos pertinentes à apropriação conceitual, por exemplo, a representação na reta numérica.

Tal diferenciação é eminentemente conceitual, pois se explicita

na regularidade do tamanho dos arcos, bem como sua quantidade. Numa adição de duas parcelas, 2 é o número máximo de arcos que o representa na reta, cada qual tem, predominantemente, extensão diferente. Por sua vez, numa multiplicação de dois fatores, o número máximo de arcos depende do valor do segundo fator e sua extensão é constante.

O mesmo ocorre com a tabuada que se apresenta em tarefas para tal peculiaridade, mas não é ponto de partida e nem de chegada do processo de ensino da multiplicação. Há preocupação para que os estudantes a decorem, porém num contexto de ação investigativa propiciado pelos procedimentos de execução das tarefas específicas, que trazem o teor do próprio conceito. Não se trata, pois, de memorizá-la mecanicamente em que os estudantes têm de repeti-la verbalmente várias vezes, como ocorre no denominado ensino tradicional.

Portanto, não é negado que os estudantes decorem a tabuada, mas Dávidov (1988, p. 147) se posiciona contrariamente à “memorização mecânica, formal e contra a escolástica”. No entanto, subjacente à sua proposta, está a preocupação com o pensamento e a memória, em termos conceituais. Vale lembrar que suas proposições se inserem num ensino que gera o desenvolvimento, dirige o aperfeiçoamento da consciência e dá personalidade dos alunos. No entanto, sem a suposição, comumente entre os professores, de que a consciência e o pensamento teóricos constituem uma atitude abstrata da realidade e explicitada em definições verbais. Isso se configura com um mal entendido que tem parte de sua origem em ideias filosófico-psicológicas antiquadas (DAVÍDOV, SLOBÓDCHIKOV, 1988).

Decorar a tabuada é processo, entendido no sentido de Vigotski (2001), com vistas ao desenvolvimento de memória lógica orientada pelo significado que, aos poucos, passa a ser utilizado deliberadamente pelos estudantes.

Isso significa dizer que de início cada termo de uma sentença (singularidade) multiplicativa, por exemplo a tabuada $3 \times 4 = 12$, se apresenta para os estudantes com significados específicos: 3 é a unidade intermediária, 4 é a quantidade de vez que ela se repete e 12 é a medida da grandeza (quantidade total da unidade básica). Ocorre, pois, no processo de execução das tarefas que conduzem à apropriação do conceito, o que pressupõe o desenvolvimento de “funções como a atenção arbitrária, a memória lógica, a abstração, a comparação e a discriminação, e todos esses processos psicológicos sumamente complexos não podem ser simplesmente memorizados, simplesmente assimilados” (VIGOSTIKI, 2001, p. 246).

Para o referido autor, do ponto de vista psicológico é impossível

uma criança aprender qualquer conceito de forma pronta, desprovido de significado, como se assimila outra habilidade. Se assim ocorrer, ela não se apropriaria do conceito, mas da palavra, isto é, captaria mais de memória mecânica que de pensamento. Como consequência, sentir-se-ia “impotente diante de qualquer tentativa de emprego consciente do conhecimento assimilado” (VIGOSTIKI, 2000, p. 247).

Assim, a multiplicação é concreta e se concretiza, é abstrata e se abstrai porque os estudantes e professores se colocam em ação investigativa e, conseqüentemente, em atividade de ensino e de estudo. Também pela necessidade que os determinantes sociais criam em relação ao papel da escola de transmissora do conhecimento em nível científico. Visa, pois, não a exclusividade de enfrentar com melhor preparo a competição por uma profissão e emprego, mas o próprio desenvolvimento humano e a formação da consciência.

Nesse contexto, uma tarefa é prática ou aplicada não só porque os estudantes estão diante de uma situação perceptível pelos órgãos dos sentidos, ou porque manipulam objetos, mas sobretudo pelo pensamento teórico que articula vários conceitos para subsidiar a elaboração de nova síntese: a multiplicação. Esta não foi criada ou descoberta pelos estudantes naquele momento específico de ensino e de aprendizagem, trata-se de um conhecimento entre tantos inerentes a uma prática social humana produzida historicamente, a Matemática.

É algo da humanidade que precisa ser apropriado pelos estudantes, o que no atual estágio do desenvolvimento da sociedade requer um local institucionalizado, a escola (SAVIANI, 2008; DAVÝDOV, 1982; VIGOTSKI, 2001). Esta, como instituição social, é espaço de atividades humanas em que no mínimo há confluência de duas delas: de ensino (do professor) e de estudo (dos estudantes). O modo de organização da atividade de ensino determina o modo de efetivação da atividade de estudo e, por extensão, o tipo de pensamento conceitual a ser desenvolvido pelos estudantes.

Além disso, a multiplicação não é concreta porque os estudantes fazem ou praticam algo; ou porque eles a descobrem, espontaneamente; ainda, porque é alguma coisa obtida de modo natural num contexto de neutralidade social, de forma a-intencional e assistemática. Da mesma forma, não é abstrata porque é difícil ou mais fácil de ser aprendida, apropriada. Concreto e abstrato estão nas possibilidades do pensamento sobre as coisas e fenômenos em sua essência, advindas das suas relações e dos seus nexos conceituais. Como processo de pensamento, a multiplicação extrapola os limites de apenas transformar o caótico que se apresentou em cada uma das situações a serem medidas nas tarefas

iniciais ou nas suas representações. É o processo do conceito do seu todo que, simultaneamente, se delimita, se determina, se elabora.

Enfim, é multiplicação não porque é prática ou teoria, mas pelo seu teor conceitual que permite aos estudantes adotá-los como elemento de análise e leitura das situações que se apresentam tanto visualmente quanto em pensamento ou atividade exclusivamente mental. É concreto por ser um processo de síntese, um resultado. Portanto, não porque teve um ponto de partida representado visualmente e, aos poucos, se afastou desse tipo de representação, mas por ser o verdadeiro ponto de partida da observação imediata e da representação, logo, ponto de chegada.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para concluir a dissertação, inicialmente, vale reportar algumas compreensões adquiridas decorrentes do nosso processo de formação inicial. Como professores de Matemática iniciantes, além de toda a insegurança peculiar a um estreante, convivemos com preocupações que se constituíram como decorrência do seu curso de graduação e formação continuada: ensinar conceitos da matemática moderna e clássica, além de buscar situações do cotidiano dos alunos como ponto de partida do processo de apropriação de cada um dos conceitos.

Essas duas preocupações decorrem de concepções pedagógicas antagônicas com que convivemos no interior do próprio curso de licenciatura: de um lado aqueles que ensinam as disciplinas do núcleo pedagógico; de outro, os professores que ensinam as disciplinas referentes à própria Matemática. Cada um desses posicionamentos docentes antagônicos, bem como as relações entre ambos, na certa, trazem questionamentos e problemas merecedores de várias pesquisas científicas. Por isso, trouxemos à tona a problemática de nossa dissertação que fora uma delimitação dessa totalidade do processo educativo matemático.

Dentre tantos questionamentos, tomamos como objeto de estudo ideia veiculada nas disciplinas pedagógicas e nos cursos de capacitação docentes promovidos pelos órgãos administrativos da educação, generalizada nos meios escolares: qualquer situação de ensino e aprendizagem deverá priorizar a prática diária dos estudantes ou o uso de materiais concretos. Em outras palavras, a realidade do aluno é ponto de partida para todo o processo de ensino, como garantia de preparação para a vida, entendida como atividade profissional. Esse é o princípio básico que deveria reger a organização do ensino, isto é, galgada na utilidade e a aplicação dos conceitos em situações-problema “práticos”.

Decorrente dessa formação para a docência, elaboramos a ideia fixa de dicotomização entre teoria e prática. Despendíamos esforços para o que, antes da presente pesquisa, denominávamos de “preparar aulas com prática”. No entanto, as fragilidades teóricas faziam com que não percebêssemos que os esforços eram em vão, uma vez que aquelas pretensas relações do “conteúdo com a prática” também faziam com que os alunos, no ano seguinte, não lembrassem os conceitos ensinados anteriormente.

Consequência da produção dessa dissertação, a pergunta em tom de perplexidade é: por que não conseguíamos observar em nossos

alunos a compreensão da Matemática como necessária à vida deles, não porque aplicariam profissionalmente, mas como uma necessidade social do homem atual? Aquela relação realmente estaria formando cidadãos críticos?

Na impossibilidade de responder a esses questionamentos e tantos outros que surgiram incessantemente, em vez de desânimos, recorreremos às nossas aprendizagens da base teórica do presente estudo. E Davydov nos dizia: perguntas são manifestações de que o estudante está em ação investigativa da atividade de estudo. A produção dessa dissertação, que mais produziu perguntas do que respostas, colocou-nos em ação investigativa da nossa atividade de pesquisa. Isso significa, conforme Davydov (1982), que estávamos em processo de estudo gerador de desenvolvimento. E, como tal, não poderíamos ficar no mesmo lugar em termos de leitura sobre o objeto de estudo.

Por isso, a elaboração de algumas reflexões que superam aquelas convicções, hoje consideradas ingênuas de nossa parte. Para tanto, a base teórica - Pedagogia Histórico-Crítica e Teoria Histórico-Cultural – foi decisiva. Por extensão, uma primeira síntese formulada é de que ao se priorizar a relação direta do conteúdo ensinado com o cotidiano do aluno ou com objeto concreto o que pode ficar para ele é o material, a situação específica e não o processo. Assim, na ênfase à consideração do cotidiano, da prática e da realidade, está uma concepção pragmática de educação matemática, desprovida de criticidade, pois traduz apenas uma visão imediata e palpável de realidade, de mundo. Como diz Giardinetto (1999, p. 123), implicitamente à supervalorização do conhecimento cotidiano está, consciente ou inconscientemente, a inculcação ideológica da alienação por gerar nos estudantes somente “uma interpretação imediata da realidade” o que pode ser assumida como “verdadeira realidade”.

A Pedagogia Histórico-Crítica entende que tanto o cotidiano quanto o não cotidiano são esferas surgidas no processo de divisão social do trabalho e, como tal, refletem o processo de alienação. Por terem a mesma matriz teórica, o materialismo histórico e dialético, tanto a Pedagogia Histórico-Crítica quanto a Teoria Histórico-Cultural concebem a realidade síntese de múltiplas determinações. Portanto, não se expressa somente na imediatez e no perceptível sensorialmente, que são entendidos como aproximações iniciais do real.

Então, o problema do ensino de Matemática que não tem levado os estudantes à aprendizagem, nos níveis considerados ideais pelos professores, não é somente por questão de método ou de conteúdo, mas de ambos. Tal pressuposto se desprende do entendimento de que método

e conteúdo estão intrinsecamente ligados à finalidade do ensino.

Para a compreensão – que pensamos superar aquelas adquiridas no curso de graduação – foram decisivas as críticas de Davýdov (1982) aos princípios de ensino nos sistemas escolares predominantes na atualidade. Uma delas é ao dizer que tanto as propostas que supervalorizam os procedimentos práticos de ensino quanto aquelas que as desconsideram têm como consequência o desenvolvimento do pensamento empírico dos estudantes. No teor dessas duas preocupações está a defesa ou rejeição da abstração peculiar da Matemática.

Davydov entende e elabora um sistema de ensino que tem como essência e finalidade o desenvolvimento das capacidades genéricas humanas. Além disso, promova a aquisição, pelos estudantes, dos procedimentos universais da atividade. Desse modo, as centralidades do processo pedagógico são: as possibilidades psíquicas e físicas do estudante, as vias e os meios de seu desenvolvimento, sua inclusão no amplo curso das normas tanto sociais quanto culturais. Sua base é, pois, o desenvolvimento das capacidades individuais, peculiares de determinado momento da vida, isto é, do lugar que ocupa na sociedade em um determinado momento, porém, sempre na perspectiva de outro estágio.

Isso, segundo Davýdov e Slobódchikov (1991), difere da pedagogia tradicional que prima pelo intelectualismo excessivamente racionalista e tem como fim o domínio do pensamento tecnocrático que privilegia os meios em detrimento das finalidades, o objetivo particular sobre o sentido e os interesses universais, bem como a supervalorização técnica e a secundarização dos valores humanos.

A proposição de Davydvov e colaboradores tem sua orientação em consonância com as teses do materialismo histórico e dialético. Trata-se, pois, de um modo de organização de ensino que adota como procedimento o processo de pensamento de ascensão do abstrato ao concreto, num movimento em espiral que articula o geral-particular-singular dos conceitos. Tais preceitos são contemplados no conjunto de tarefas particulares que os estudantes desenvolvem, concernentes às ações que levam a atingir as tarefas da atividade de estudo referente à Matemática.

Assim, as tarefas particulares que os estudantes desenvolvem referentes a qualquer conceito de Matemática, desde o início, se configuram e se unem entre si com algo geral do conhecimento teórico, entendido como a capacidade de desenvolver a relação principal, geral, caracterizadora de um conceito, bem como aplicá-la ao analisar outras situações.

Desse modo, as tarefas particulares, propostas por Davydov e colaboradores, referentes à introdução da multiplicação, tem por base um conteúdo geral da própria Matemática, identificado no referido conceito. Esse objeto matemático mais geral é o conceito de grandeza. O estudo da multiplicação é um caso particular da Matemática, o que significa dizer que os estudantes têm certa familiaridade com o objeto geral.

Repetimos que as tarefas particulares apresentadas, pertinentes ao desenvolvimento das duas primeiras ações de estudo, articulam situações de análise da grandeza com o esquema (modelo). Elas desencadeiam operações que permitem observar as limitações do modelo inicial simples com apenas a unidade, para produzir a necessidade de uma unidade intermediária. Com isso, o modelo passa a compor-se, em vez de uma, por três flechas. O importante, no entanto, não é a quantidade delas, mas da ideia conceitual que possibilita o agrupamento de unidades, condição para o surgimento dos fatores, isto é, dos números que se multiplicam.

Trata-se então de um momento da atividade de estudo em que um novo princípio conceitual se apresenta e é apropriado pelos estudantes. Desse modo, a multiplicação surge com seu próprio teor conceitual lógico atual, no contexto de número real, com a ideia de relações entre grandezas (medida). Assim sendo, a unidade intermediária se constitui no elemento que proporciona uma concepção por princípios multiplicativos sem evidências primeiras da adição de parcelas iguais. Cada tarefa apresentada no capítulo 4 contempla a concepção atual de número real por trazer a ideia de medida e não simplesmente de contagem discreta, como entendida no ensino tradicional para uma peculiaridade que é do número natural.

A presença da unidade intermediária se configura como um elemento essencial para o conceito, pois determina os dois fatores componentes da operação multiplicação: multiplicando e multiplicador. Ou seja, em termos aritméticos é dela que surge a quantidade de vezes que uma determinada quantidade de unidade está sendo multiplicada. Sua presença no contexto conceitual passa ser um elemento mediador na superação de contagem um a um, própria do pensamento empírico, para o pensamento teórico multiplicativo.

As tarefas, ao adotar a medida de grandeza (área, volume, comprimento) e ao estipular determinadas condições, propiciam que a prioridade focal dos estudantes não seja os objetos, mas o pensamento que se movimenta em busca de solução. Desse modo, o estudante entra em processo de elaboração do conceito científico de multiplicação.

Assim sendo, o concreto deixa de ser a aparência física dos recursos didáticos objetivos, mas o próprio conceito. Em vez de se preocupar com as características externas dos objetos, as crianças buscam saídas no próprio pensamento inerente ao conceito. O concreto não são as coisas a serem medidas, mas sim as soluções que se estabelecem por traduzirem a essência do conceito. Porém, essa concretude não é dada pronta, pois ela se apresenta, aos estudantes, nas tarefas como abstração. Com a orientação do professor e mesmo pelo modo como elas são organizadas, as abstrações ascendem ao concreto no pensamento.

Vale destacar que esse processo de ascensão só é possível pelo modo de organização das tarefas, cujas características são:

1) trazem um conteúdo geral (grandeza) e modelo universal ($m.p = b$) que contempla todos as singularidades conceitual (adição de parcelas repetidas, tabuada, sentença, entre outras), mediada pela unidade.

2) promovem, necessariamente, as interações do professor com os estudantes, tanto pela sua incompletude que exige a orientação do professor, quanto pela sua estruturação que possibilita o levantamento – por parte dos estudantes – de suposições e hipóteses.

3) articulam-se uma com as outras, de modo que os atributos da anterior permaneçam na seguinte que sempre apresenta sua própria peculiaridade.

4) permitem que os estudantes transitem por representações em esquema, reta numérica e grandeza.

De acordo com Davídov (1988), essa forma de organização das tarefas atende ao “princípio da atividade” que se diferencia da interpretação tradicional referente ao “princípio de caráter consciente”. “A realização consequente do princípio da atividade na educação permite superar o sensualismo unilateral (por conservar a base sensorial dos conhecimentos), o nominalismo e também o associacionismo. Como resultado, desaparece o problema de “unir” os conhecimentos com sua aplicação” (DAVÍDOV, 1987, p. 151).

Tomamos o último período da citação anterior como síntese de nossa resposta ao problema da presente pesquisa. Se teoria e prática não se dicotomizam na organização do ensino da Matemática, conforme propõe Davydov, essa mesma impossibilidade ocorre, no interior da própria disciplina. De acordo com Machado (1987, p. 93):

Na Matemática como consequência do fato de a teoria e a prática se encontrarem imbricadas de tal forma que se torna difícil distingui-las de forma

consistente, incrustou-se o mal já na raiz: é a própria Matemática que se divide em Pura e Aplicada, para garantir a distinção entre o trabalho intelectual, reservado aos matemáticos "puros" daquele reservado aos "aplicados". Naturalmente, esta distinção tem consequências inevitáveis. Por um lado, ela estabelece um privilegiamento do trabalho do matemático "puro", caracterizando-o como produtor do conhecimento matemático. Por outro lado, ela pressupõe uma objetividade intrínseca para a Matemática que possibilitaria ao matemático "puro", no seu trabalho puramente intelectual, a obtenção de resultados que, mais cedo ou mais tarde, viriam a se "aplicar" ao real.

Enfim, a dicotomia teoria e prática e suas consequências, tanto no processo pedagógico quanto no interior da própria Matemática, são determinações humanas produzidas historicamente. Portanto, trazem questões ideológicas que se objetivam em cada aula de Matemática, muitas vezes, em forma do que Vigotski (2000) denomina de conduta fossilizada. E, como tal, é difícil de ser estudada. Por isso, fechamos a dissertação com o questionamento: é por isso que tal dicotomia, em vez de ser estudada nos cursos de formação de professores dos quais convivemos, é evidenciada?

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, Ministério da Educação e Cultura, 1998. 174 p.

CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, David William; SCHLIEMANN, Analúcia Dias. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1988, 182p.

CARRAHER, David W.; MARTINEZ, Mara V.; SCHLIEMANN, Analúcia D. Early algebra and mathematical generalization. *ZDM Mathematics Education* (2008), 40:3–22.

DAMAZIO, Ademir. ROSA, Josélia Euzébio da e EUZEBIO, Juliana da Silva. **O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas**. Revista: EMP – Educação Matemática e Pesquisa, v.4, n.1, 2012.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVÍDOV, V. V.; MARKOVA. A. El desarrollo del pensamiento en la edad escolar. In: SUARE, M. **La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS**. Moscú: Progreso, p. 173-174, 1987

DAVÍDOV, V.V. Desarrollo Psíquico en El escolar pequeño. In: PETROVSKI, A. (Org.). **Psicología Evolutiva e Pedagógica**. Moscou: Editorial Progreso, 1985.

DAVIDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación teórica y experimental. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVÍDOV, V. V.; SLOBÓDCHIKOV, V. I. **La enseñanza que desarrolla en la escuela del desarrollo; en La educación y la enseñanza**: una mirada al futuro. Progreso, Moscú, p. 118-144, 1991.

DUARTE, Newton. **Educação Escolar, Teoria do Cotidiano e a Escola de Vigotski**. 4 Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2007 (Coleção Polêmicas do nosso tempo; v. 55).

DUARTE, Newton. **A individualidade para-si. Contribuição a uma teoria histórico-social da formação do indivíduo.** 1ª Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1993. (Coleção Educação Contemporânea).

GALLPERIN, P. YA; ZAPORÓZHETS, A. e ELKONIN, D. Los problemas de la formación de conocimientos y capacidades em los escolares y los nuevos métodos de enseñanza en la escuela. In: La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS. Editorial Progreso, Moscú, 1987, p. 300-313.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Matemática Escolar e Matemática da Vida Cotidiana.** Campinas, SP: Autores Associados, 1999. (Coleção Polêmicas do Nosso Tempo; v. 65).

MACCHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade.** São Paulo: Cortez, 1987.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. Apenas tabuadas. In: BICUDO, Maria Aparecida V. **Educação Matemática.** São Paulo: Moraes, 2001, 140p.

NEHRING, Cátia Maria. **Compreensão de Texto: Enunciados de Problemas Multiplicativos Elementares de Combinatória.** Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

NÜRNBERG, Jójce. **Tabuada: significados e sentidos produzidos pelos professores das Séries Iniciais do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma SC, 2008.

OLIVEIRA, B.; DUARTE, N. **Socialização do Saber Escolar.** São Paulo: Cortez e Autores Associados, 1985.

ROSA, Josélia Euzébio da. **Proposições de Davydov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas.** Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Paraná, 2012.

SAVIANI, D. **Pedagogia Histórico-Crítica: Primeiras Aproximações.** São Paulo: Cortez e Autores Associados. 2008, 10ª Ed.

_____. **Escola e Democracia:** teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre a educação política. Campinas SP: Autores Associados, 2009, 41^a Ed.

_____. **Educação: do senso comum à consciência filosófica.**São Paulo: Cortez.1996

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Curricular:** Uma contribuição para a escola pública do pré-escolar, primeiro grau, segundo grau e educação de adultos. Florianópolis: IOESC, 1991

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais:** a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. In: LESH, R. & LANDAU, M.(Eds). **Acquisition of Mathematics: Concepts and Processes.** New York: Academic Press, p. 127-174, 1983.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VYGOTSKI, L.S. **Obras Escogidas II:** Incluye Pensamento y Lenguaje, Conferencias sobre Psicología. Madrid: Visor Distribuciones, 1993.

ГОРБОВ, С. Ф. МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. . Обучение математике. 2 класс: Пособие для учителей начальной школы (Система Д.Б.Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е изд. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2009. [Ensino de Matemática. 2 ano: livro do professor do ensino fundamental (sistema do D.B.Elkonin – V.V. Davidov)/ S.F.Gorbov, G.G.Mikulina, O.V.Savieliev – 3-a edição, - Moscou, VITA-PRESS, 2009.

ГОРБОВ, С. Ф.; МИКУЛИНА, Г. Г. Рабочая тетрадь по математике. 2 класс . 2-е. Москва: ВИТА Пресс, 2011. [Gorb, S. F.; Mikulin, GG livro de Matemática. Grau 2. 2. Москва: VITA Press, 2011.]

ДАВЫДОВ. В. В., ГОРБОВ С. МИКУЛИНА.Ф,Г. Г., САВЕЛЬЕВА.,О. В. Математика: Учебник для 2 класса начальной школы. В 2-х. Книга 2. - 11-е изд - М.: ВИТА-ПРЕСС, 2012. - 96 с.:

ИЛ [DAVIDOV. SF, GORB. H, MIKULIN. Sr, SAVELIEV. OV, Matemática: Livro de Leitura para Grau 2 da escola primária. Livro 2, volume 2 - 11^a edição - M.: VITA-PRESS, 2012. p. 96, IL]

ДАВЫДОВ В. В. Математика. 2 класс трехлетней начальной школы : Учебник-тетрадь. М.: МИРОС ,1995. 256 с.: ил. ISBN 5-7084-0106-0. [Davydov VV Matemática. 2 classe três anos do ensino fundamental: O livro de notebooks. M. Miros, 1995. 256 p. Illinois ISBN 5-7084-0106-0.]